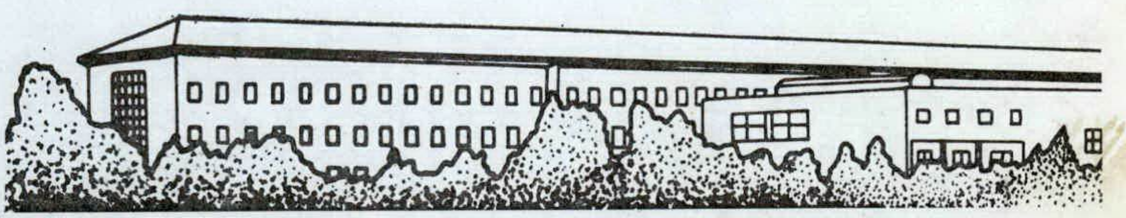
ŠUMARSKI FAKULTET ZAGREB

ZAVOD ZA ISTRAŽIVANJA U DRVNOJ INDUSTRIJI

BILTEN



ZAGREB

GOD. I ZAGREB 1971 BROJ 1.

S a d r ž a j

Redaktori:

Dr STANKO BADJUN

Mr BORIS LJULJKA

Tehnički urednik:

IVAN MIČUDA

tehnički suradnik

Šumarski fakultet Zagreb, Zavod za istraživanja u drvnoj industriji: 41001 Z a g r e b, Š i m u n s k a 25, pp 178.

PREDGOVOR

Prema Statutu Šumarskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, od srpnja 1967. godine djelatnost na fakultetu odvija se po naučnim, nastavnim i drugim radnim jedinicama. Organizacione jedinice za izvodjenje naučnog rada jesu zavodi. Na Fakultetu postoje dva zavoda i to: ZAVOD ZA ISTRAŽIVANJE U DRVNOJ INDUSTRIJI /ZIDI/ i ZAVOD ZA ISTRAŽIVANJE U ŠUMARSTVU. Osnovne jedinice za nastavu jesu KATEDRE u kojima su udruženi pojedini predmeti.

Oba Zavoda za istraživanje osnovali su svoje znanstvene kolektive, koje sačinjavaju nastavnici i suradnici članovi Šumarskog fakulteta. Djelokrug rada članova znanstvenog kolektiva ZAVODA ZA ISTRAŽIVANJE U DRVNOJ INDUSTRIJI obuhvaća fundamentalna i primijenjena istraživanja, koja se vrše pojedinačno ili skupno. Osim toga ZAVOD radi i na rješavanju odredjenih problema, što ih postavlja drvarska privreda. To su poslovi na unapredjivanju proizvodnje, izradbi odgovarajućih elaborata, rješavanju odredjenih problema u obliku ekspertiza, konzultacija, savjeta i stručnih informacija. Ovakovo široko područje rada i rješavanje odredjenih problema često je od šireg interesa i može poslužiti kao inicijativa, način rada ili čak rješenje za iste ili slične probleme u svakodnevnoj drvarskoj praksi.

Uzimajući u obzir navedene i druge okolnosti, znanstveni kolektiv ZAVODA odlučio je da izdaje publikaciju pod naslovom "BILTEN" Zavoda za istraživanje u drvnoj industriji Šumarskog fakulteta u Zagrebu.

Neprekidan i brz razvoj znanstvene misli i proizvodne prakse u svijetu i kod nas nameće potrebu što bržeg i potpunijeg obavještavanja o dostignućima na stručnom polju. Moderno istraživanje drva i njegovih proizvoda započelo je negdje prije 50 godina. U tom su razdoblju metode i rezultati ovih istraživanja, kako teoretskih tako i primijenjenih, omomogućili da se danas to područje spoznaje zove nauka o drvu. Ono se odnosi ne samo na znanja o drvu kao materijalu, nego i na mogućnosti njegove preradbe i oblikovanja. Nauka o drvu, odnosno tehnologija drva, obuhvaća u najširem značenju discipline anatomije drva, kemije drva, fizike drva i mehaničke, odnosno mehaničko-kemijske, tehnologije. Publicirani radovi iz svih tih vrela predstavljaju daljnji interes čitave stručne javnosti.

Imajući u vidu stvarnu potrebu i neophodnost informiranja te činjenicu da istraživanja i njezini rezultati dobivaju pravu društvenu opravdanost tek nakon publiciranja, znanstveni kolektiv počinje izdavati ovu publikaciju. U njoj će se tiskati kraće znanstvene, stručne i tehničke informacije iz radova članova znanstvenog kolektiva, kao i informacije od posebnog interesa iz radova domaćih i stranih autora. Osim toga "BILTEN" će donositi i bilješke o radovima iz problematike projektne i servisne djelatnosti, kao i informacije o drugim aktivnostima Zavoda za istraživanje u drvnoj industriji i njegovih članova.

Aktualnost, kratkoća i jednostavan način prikazivanja odabranih informacija osnovne su odrednice budućih sadržaja "BILTENA".

Zagreb, travnja 1971.

REDAKCIJA

IN MEMORIAM!

Tužno i teško je bilo saznanje da je DR ING. BORIVOJ EMROVIĆ, REDOVNI SVEUČILIŠNI PROFESOR, ŠUMARSKOG FAKULTETA, SVEUČILIŠTA U ZAGREBU, zauvijek otišao iz naše sredine. Ostalo nam je da ga posljednji put ispratimo i da se oprostimo od njega posmrtnim slovom. Za velikane, kao što je bio prof. Emrović, B., to je slovo jednostavno, jer takve ličnosti, njihov rad i djela govore dovoljno o njima. Ipak su naše misli i osjećanja tražila da se kaže:

"Nazivali smo Te - tata Boro. Zvat ćemo Te i dalje tako, jer ćeš trajno ostati u našem sjećanju. Prisustvovao si na našem putu stjecanja prvih znanja iz šumarske znanosti u periodu poslije rata, ulio nam ljubav i kritičnost prema struci, i ukazivao nam, kao mladim stručnjacima, na ulogu koju moramo zadovoljiti u novo formiranom društvu.

Vratili smo se na fakultet kao stručni suradnici, asistenti, docenti i našli Te u punom zamahu djelatnosti, koja Te je uvijek činila velikim. Okupljali smo se ponovno oko Tebe kao čovjeka, profesora i učenjaka. Uvijek si našao vremena da nas prihvatiš, saslušaš i podučiš. Znao si za naše krize, podizao nas kada smo klonuli, upozoravao kada smo griješili. Potajno smo priželjkivali da budemo kao Ti - nenametljivi, uporni i radini. Tvoji su nam stavovi bili bliski jer je u njima prostrujavala humanost, neposrednost, briga i strpljivost. Mnogo je Tvojih zamisli realizirano i ponosni smo što smo i mi kod toga sudjelc ali. Nema potrebe da ističemo priznanja jer su ona prisutna. Prisutna su u nama, u Tvom radu i Tvojim djelima. Pomogao si im i pomagat ćeš nam lako nećeš biti medju nama. Ostala su Tvoja shvaćanja, Tvoji pristupi i trase Tvojeg načina rada. Okupili smo se oko Tebe, kao i mnogo puta do sada, pomalo zatečeni i zbunjeni, ali još uvijek obasjani prisutnošću Tvoga duha na putu čiji su temelji protkani Tvojim velikim imenom. Razočarani smo nepravdom, ali hrabri u postojanju jer znamo da Ti tako želiš. Hvala Ti - tata Boro".

Umro je 3. 11. 1970. godine u 59 godini života, u naponu stvaranja i času kada je šumarska nastava i struka očekivala njegovu daljnju pomoć. Životni put prof. dr. B. Emrovića, od rodjenja u Zagrebu 1913. godine, srednjeg obrazovanja, studija i diplomiranja na Poljoprivredno-šumarskom fakultetu u Zagrebu 1937. godine, kao i kasniji njegov rad u Direkciji šuma u Zagrebu, kod iskorišćivanja šuma u Novoselec-Križu i Garešničkom Brestovcu, najavljivao je pojavu snažne ličnosti, savjesnog radnika i dobrog stručnjaka. Te su mu osebine, po dolasku u Katedru za dendrometriju 1946. god., ubrzo omogućile da postane docent 1955. god., izvanredni profesor 1958. god., i tri godine kasnije redovni profesor sveučilišta. Teoretičar s praktičnim iskustvom, postao je izvanredan nastavnik i u svijetu priznati i poznati učenjak. Neka nam njegovi radovi dalje govore o njemu:

1) Grafička primjena Levakovićevih formula, Šumarski list 3-4/1951, str. 3-11.

2) O upotrebi standardnih visinskih krivulja, Šumarski list 2/1953, str. 78-95.

3) Dvoulazne drvnogromadne tablice za poljski jasen, Šumarski list 3/1953, str. 114-118.

4) O konstrukciji lokalnih jednoulaznih drvnogromadnih tablica (tarifa), Šumarski list 4-5/1953, str. 214-221.

5) O izjednačenju pomoću funkcija koje se logaritmiranjem daju svesti na linearni oblik. Glasnik za šumske pokuse br. 11/1953, str. 73-110.

6) O konstrukciji jednoulaznih tablica - tarifa - pomoću logaritamskog papira, Šumarski list br. 8/1954, str. 386-392.

7) O najpodesnijem obliku izjednadžbene funkcije potrebne za računsko izjednačenje pri sastavu dvoulaznih drvnogromadnih tablica. (Doktorska disertacija obranjena 23. IV 1955. na Poljoprivredno-šumarskom fakultetu u Zagrebu). Glasnik za šumske pokuse br. 14. str. 49-126.

8) Problematika konstrukcije jednoulaznih tablica drvnih masa. Habilitacioni rad (habilitacioni postupak završen 27.V 1955). Rukopis 38 strana, 4 str. grafikona i 2 strane tabela.

9) Nomogrami za Algan-Schaefferove tarife, Šumarski list 7-8/1957, str. 293-302.

10) Veličina slučajne greške kod odredjivanja volumnog prirasta sastojine pomoću izvrtaka uz upotrebu tarifa. Šumarski list br. 1-2/1958, str. 14-20.

11) O Christenovom visinomjeru, Šumarski list br. 5-6/1958, str. 194-211.

12) Odredjivanje volumnog prirasta pomoću izvrtaka uz upotrebu tarifa i Hohenadlovih primjernih stabala. Rukopis 35 strana, 1958.

13) Funkcionalni papir za volumni prirast, Šumarski list br. 11-12/1958, str. 398-406.

14) Dvoulazne tablice drvnih masa za jelu u Gorskom Kotaru. Šumarski list br. 11-12/1960, str. 345-356.

15) Dendrometrija, Mali šumarsko-tehnički priručnik, Zagreb 1949, str. 66-180.

16) Režimi sušenja drveta (zajedno s dr ing. prof. I. Horvatom), Šumarski list br. 8-10/1958, str. 1-19.

17) Dvoulazne tablice za hrast u Spačvanskom bazenu (zajedno s Markićem i Špirancem). Šumarski list 11-12/1958.

18) Članci za Šumarsku enciklopediju: kubisanje (ksilometar), kubisanje obradjenog drveta.

19) Tarife za jelu na silikatnoj podlozi u Gorskom Kotaru. Rukopis 13 stranica i 4 tabele.

20) Die Ermittlung der Massenzuwachsprozente mit Hilfe des Tarifdifferenzverfahrenz, Schweizerische Zeitschrift f. Forstwesen, Nr. 3. 1960. S. 182-189.

21) Tablice drvnih masa za poljski jasen (zajedno s V. Glavač i A. Pranjić) 1962.

22) Über die Stammform der spitzblättrigen Esche in verschiendenen Auenwaldgesellschaften des Savagebietes in Kroatien (Jugoslawien) (zajedno s V. Glavač i A. Pranjić). Schweizerischen Zeitschrift für Forstwesen, Nr. 3, März 1964, s. 143-162.

23) Fotometoda za mjerenje visinskog prirasta. Šumarski list 7-8/1966, str. 343-347.

24) Der relative Betrag der Volumenzuwachskomponente welche als Folge der Verschiebung der Massentarifkurve entsteht. Schweizerischen Zeitschrift für Fortstwesen (119) Nr. 9, September 1968, s. 633-638.

25) Selecting diameter-increment sample trees (from which the increment cores are to be extracted) when using Meyers Method of tariff differences. Referat za IUFRO Kongres München 1967.

26) Determining the stand increment by the method of total differential of standard volume tabels. Referat za IUFRO Kongres München 1967.

27) Vrijeme prelaza (Temps de passage). Šumarski list br. 7-8/1968, str. 253-264.

28) Modificirana formula Lachaussee. Šumarski list br. 11-12/1968, str. 429-439.

29) Dendrometrija, Šumarsko-tehnički priručnik, str. 13-163, Zagreb, 1966.

30) Sistemi mjernih jedinica i standardni brojevi (zajedno s Brezinšćak) Drvno-industrijski priručnik, Zagreb 1967. str. 55-121.

31) Biometrika. Skripta, Zagreb, 1956, str. 200.

32) Grafičke metode. Skripta, Zagreb, 1956, str. 74.

33) Skripta za vježbe iz dendrometrije s biometrikom. Zagreb, 1956-1970, str. 85.

34) Skripta za vježbe iz mjerenja u drvnoj industriji. Zagreb, 1960-1970, str. 46.

35) Kontrola kvaliteta, Matematsko-statistička osnova. Bilten Zavoda za istraživanje u drv. ind., Šum. fak., Zagreb 1970. str. 21.

Ne završavamo ovaj IN MEMORIAM na uobičajeni način, jer će ličnost i rad prof. Emrović, B. i dalje nadahnjivati sadašnje i buduće generacije i kao uzor ostati medju nama.

A. Pranjić, S. Badjun

KATEDRA ZA DENDROMETRIJU

Prof. Dr Borivoj Emrović

ZAVOD ZA ISTRAŽIVANJA U DRVNOJ INDUSTRIJI
ŠUMARSKI FAKULTET - ZAGREB

TEHNIČKI BILTEN BR. 1
Zagreb, svibnja 1970

KONTROLA KVALITETA
MATEMATSKO-STATISTIČKE OSNOVE

Štampano kao rukopis

1. KONTROLA KVALITETA

Kod svake proizvodnje nisu svi gotovi proizvodi jednaki tj. nisu svi jednake kvalitete. Posljedica je to nejednolike sirovine i neujednačenog procesa obrade. Strojevi ne mogu raditi uvijek jednako precizno a i ostale okolnosti koje utječu kod tehnološkog postupka (vlaga, temperatura, pritisak itd.) ne mogu biti uvijek potpuno jednake.

Gotovi proizvodi (ili poluproizvodi) redovito se razvrstavaju u kvalitetne klase (I klasa, II klasa itd.) i škart. Škart se ne smatra proizvodom, već se uništava ili kako drugačije upotrebi. Kod dobre proizvodnje, škarta bi trebalo da bude što manje, a najboljih klasa što više. Medjutim sama sirovina i stupanj savršenosti tehnološkog postupka uvjetuju neke prosjeke, pa će uvijek biti moguće da se odredi prosječan napad roba pojedinih klasa i škarta (u procentu) kod normalnih uvjeta proizvodnje tj. ako je sirovina uobičajene prosječne kvalitete, a svi postupci obrade dotjerani koliko to postojeća tehnologija dozvoljava.

Da li proizvodnja odstupa od tog prosjeka, ispituje se tako da se od vremena do vremena (u nekim odredjenim vremenskim razmacima) vade uzorci odredjene veličine i na tim uzorcima odrede proporcije pojedinih klasa. Proporcija izračunata iz uzorka treba da je u skladu sa prosjekom tj. sa prosječnim proporcijama kod normalne proizvodnje. Ako pak ta proporcija izračunata iz uzorka nije u skladu to znači da proizvodnja ne teče normalno pa treba tražiti uzroke tog odstupanja. (vidi: opis P-karte u skriptama "Binomska distribucija i njezina primjena").

2. KONTROLA KVALITETA INDUSTRIJSKOG PROCESA

Kod masovne proizvodnje (velike serije) gdje strojevi izradjuju mnogo istovrsnih proizvoda ili poluproizvoda - potrebna je češća kontrola preciznosti rada strojeva.

Stroj najčešće treba da proizvodu dade neku dimenziju (ako pod dimenzijom podrazumijevamo "dužinu" npr. promjer osovine, debljina daske itd.). Ali to može biti i neka druga veličina npr. čvrstoća, tvrdoća, čvrstoća spoja (lijepljenje furnira) itd., no to svojstvo mora biti kvantitativnog karaktera tj. mora biti veličina koja se može mjeriti i rezultat iskazati brojem.

Svi produkti ne mogu imati iste dimenzije jer stroj (odnosno postupak obrade) ne može biti potpuno precizan. Dimenzije pojedinih komada biti će različite, a razlike će se u većini slučajeva ponašati slično kao greške mjerenja (po zakonu grešaka kod geodetskih i astronomskih mjerenja) tj. imati će više ili manje simetričnu zvonoliku distribuciju frekvencije koja se može opisati sa sredinom i rasipanjem. (No može se u nekim slučajevima očekivati i nesimetrična distribucija). Stroj ima zadatak da produktu dade neku odredjenu dimenziju, no uslijed svoje nepreciznosti praviti će greške koje mogu biti manje ili veće. Praksa je pokazala da su manje greške vjerojatnije, a vjerojatnost veće greške je to manja što je greška veća. Osim toga pozitivne i negativne greške iste veličine približno su jednako učestale. (To ne mora uvijek biti tako pa može distribucija biti i asimetrična i to više ili manje, no u većini slučajeva biti će distribucija, iako asimetrična, ipak zvonolika).

Pretpostavimo da je distribucija grešaka obrade normalna tj. da su greške distribuirane po Gaussovom zakonu grešaka koja je definirana (odredjena) sa aritmetičkom sredinom i standardnom devijacijom. Pretpostavimo nadalje da kod normalne distribucije u intervalu $\bar{\bar{x}} \pm 3\sigma$ leži praktički cijeli kolektiv (teoretski je 99,72%).

Opaska: sa $\bar{\bar{x}}$ obilježavati ćemo aritmetičku sredinu populacije (= osnovni skup koji je vrlo velik, praktički beskonačan), a sa $\bar{x}$ obilježavati ćemo aritmetičku sredinu uzorka. Isto tako sa σ ćemo obilježavati standardnu devijaciju populacije, a sa s standardnu devijaciju izračunatu iz uzorka. Aritmetička sredina populacije $\bar{\bar{x}}$ zove se još i "generalna sredina". U računu vjerojatnosti sredina populacije zove se ekspektanca ili očekivanje, i bilježi se sa E(x) ili sa μ_x.

Kod svake produkcije računa se sa greškama obrade i standardima su unapred propisane granice unutar kojih se dimenzija produkta mora kretati tj. propisane su tzv. tolerance.

Ako je unapred zadana donja i gornja granica dimenzije izradka (toleranca), onda se od stroja traži da posjeduje preciznost, koja će mu omogućiti da veličine grešaka ne predju tolerancama dozvoljene veličine, i da bude ispravno namješten na srednju vrijednost. Preciznost stroja (izražena sa standardnom devijacijom σ) mora biti takova da bude 6 standardnih devijacija manje od razmaka toleranca.

U tom slučaju dimenzije gotovo svih proizvoda (teoretski 99,72% ako se pretpostavi da je distribucija frekvencija normalna) će biti unutar tolerancijama dozvoljenih granica. Medjutim to ne mora biti uvijek tako i možda će nekada biti npr. dovoljno da razmak tih granica tolerancija bude 4σ , pa će u tom slučaju 5% dimenzija prelaziti granice tolerancija (uz pretpostavku da je osnovni skup - populacija distribuirana približno normalno) tj. 2,5% će prelaziti gornju granicu a 2,5% donju granicu tj. planski se proizvodi škart, jer bi povećanje preciznosti stroja koštalo više no što su štete uslijed škarta.

Tokom procesa (za vrijeme dok stroj radi) može se medjutim dogoditi, da se pomakne sredina na koju je stroj namješten (tračna pila namještena je da pili daske 26 mm debljine, no za vrijeme rada pomakne se i počne piliti daske debljine 28 mm u prosjeku), ili da se stroju smanji preciznost (tračna pila je olabavila i sada pili daske 26 mm debljine u prosjeku ali sa mnogo većim rasipanjem). I u jednom i u drugom slučaju dimenzije pojedinih produkata preći će granice toleranci i porasti će učešće škarta. Radi toga kod takove masovne proizvodnje, potrebno je organizirati kontrolu kvalitete samog procesa i to u što češćim vremenskim razmacima tako da se spriječi produkcija škarta.

3. KADA KAŽEMO DA JE PROCES U KONTROLI A KADA NIJE

Ako je $\bar{x} \pm 3\sigma$ unutar granica, kažemo da je proces u kontroli (tj. praktički dimenzije svih produkata su u granicama tolerance), a ako to nije tako pojavljivat će se škart (ako pod škartom u ovom slučaju podrazumijevamo produkt sa dimenzijom koja prelazi granice tolerance) pa kažemo da proces nije u kontroli tj. da je izašao iz kontrole.

Na grafikonu prikazani su mogući slučajevi. Granice toleranca prikazane su debelim punim linijama, a sredina (nominalna vrijednost dimenzije produkta) crtkanom linijom. (vidi grafikon str. 3)

4. KONTROLA SREDINE

Proces je u kontroli kad je aritmetička sredina distribucija frekvencija promatrane dimenzije jednaka onoj vrijednosti dimenzije koju želimo da ima produkt u prosjeku. Standardna devijacija treba istodobno da je takova da je šest sigma manje od razlike gornje i donje granice tolerance. Prema tomu potrebno je unapred poznavati standardnu devijaciju.

Kontrola sredine izvodi se pomoću uzorka (veličine n) iz kojeg se izračuna aritmetička sredina $\bar{x} = \Sigma x/n$. Nakon toga pristupa se testu kojim treba da se ispita da li taj uzorak pripada populaciji čija distribucija frekvencija ima sredinu $\bar{\bar{x}}$ i standardnu devijaciju σ ($\bar{\bar{x}}$ = aritmetička sredina populacije i često nosi naziv "generalna sredina"). U praksi je to vrijednost dimenzije koja je stroju zadana tj. na koju je stroj namješten, jer bi željeli da svi produkti imaju tu dimenziju, što se dakako ne može postići radi nepreciznosti stroja.

4.1. SREDNJA GREŠKA ARITMETIČKE SREDINE

Ako je zadana populacija

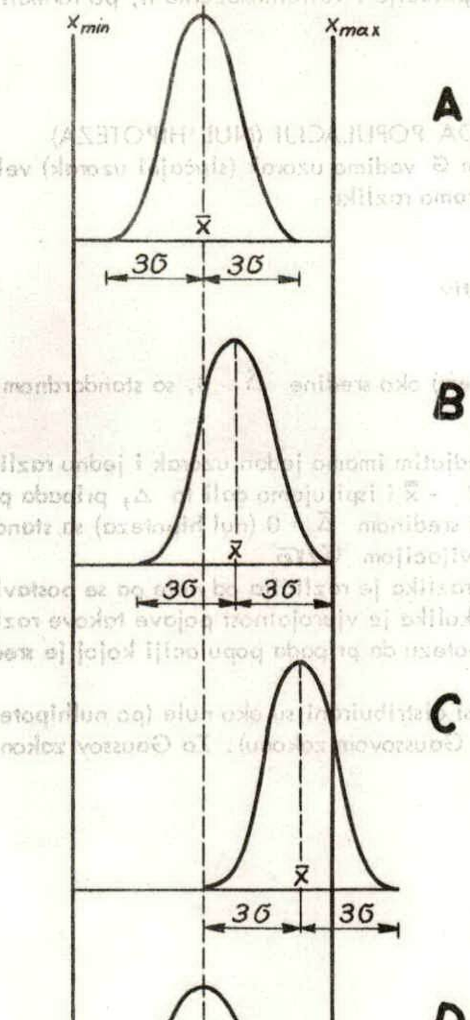
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\bar{\bar{x}}, \sigma)$$

sa sredinom $\bar{\bar{x}}$ i standardnom devijacijom σ . Ako iz te populacije vadimo uzorke veličine n komada, onda - budući da je populacija beskonačna - možemo iz populacije izvaditi (ili barem zamisliti da možemo izvaditi) beskonačan broj uzoraka veličine n komada. Iz svakog uzorka izračunajmo aritmetičku sredinu uzorka, pa ćemo dobiti novi kolektiv

$$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \ldots\ldots\ldots (\bar{\bar{x}}, \sigma_{\bar{x}})$$

sa istom sredinom $\bar{\bar{x}}$ kao što ju je imala populacija iz koje su uzorci vadjeni i sa standardnom devijacijom $\sigma_{\bar{x}}$.

Ako je populacija iz koje su uzorci bili vadjeni normalno distribuirana (po Gaussovu zakonu), onda će i aritmetičke sredine biti normalno distribuirane. Ako populacija nije normalno distribuirana (a to odstupanje od normalnog oblika može biti manje ili veće), onda će distribucija frekvencija aritmetičkih sredina uzoraka biti ipak približno normalna, ako je uzorak dovoljno velik. U teoriji računa vjerojatnosti jedan od najznačajnijih teorema je tzv. Central Limit Teorem (centralni granični teorem). Po tom Central Limit Teoremu, oblik distribucije frekvencija aritmetičkih sredina uzoraka teži prema normalnom obliku ako veličina uzorka teži u beskonačnost i to bez obzira kakva je distribucija frekvencija populacije iz koje su uzorci vadjeni. U praksi se to medjutim postiže približno već kod relativno malih uzoraka. Npr. ako je odstupanje od normaliteta, kod distribucija populacije, maleno (recimo ako je distribucija frekvencija zvonolika ali nije potpuno simetrična), onda će već kod uzorka veličine n = 4 ili 5 biti praktički postignut normalitet aritmetičkih sredina. A takovi su slučajevi u praksi najčešći. Tek ako je distribucija frekvencije populacije potpuno različita od normalne npr. ako je jednolika ili čak padajuća, onda će biti potreban malo veći uzorak, no i tu se praktički možemo zadovoljiti sa relativno malim uzorkom n < 10.



A. Sredina je ispravna, a rasipanje je manje od dozvoljenog. Proces je u kontroli.

B. Sredina je pomaknuta na više. Prevelika je tj. veća je od nominalne vrijednosti. No uz postojeće rasipanje još uvijek se ne producira škart. Sredina je upravo na gornjoj granici. Proces je još uvijek u kontroli.

C. Sredina je prevelika, previše je pomaknuta na desno, pa uz postojeće rasipanje (koje po svojoj veličini inače zadovoljava) dobiti ćemo radi toga veliki procent produkata čija dimenzija prelazi gornju granicu tolerance. Stroj je dovoljno precizan ali nije dobro namješten. Kažemo da je proces izvan kontrole.

D. Sredina je dobra no rasipanje je relativno veliko tako da repovi upravo dotiču granice tolerance. Proces je još uvijek u kontroli (na rubu), poželjna bi bila intervencija koja bi smanjila rasipanje.

E. Sredina je dobra ali je rasipanje preveliko. Proces je izvan kontrole. Stroj je izgubio preciznost i treba ga dotjerati.

F. Sredina je pomaknuta i rasipanje je preveliko. Proces je izvan kontrole. Stroj nije dobro namješten i osim toga je nedovoljno precizan. Potrebna je intervencija.

Ovi grafikoni preneseni su iz:
J.W.Enell: Statistical Methods in the Quality Function. (J.M.Juran: Quality Control Handbook, New York 1951).

Standardna devijacija aritmetičkih sredina uzoraka zove se SREDNJA GREŠKA ARITMETIČKE SREDINE i može se izračunati iz standardne devijacije populacije i veličine uzorka n, po formuli

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$$

4.2. TEST KOJIM SE ISPITUJE DA LI UZORAK PRIPADA POPULACIJI (NUL HIPOTEZA)

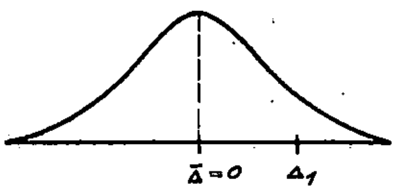
Ako iz populacije sa sredinom $\bar{\bar{x}}$ i standardnom devijacijom σ vadimo uzorak (slučajni uzorak) veličine n, i izračunamo aritmetičku sredinu tog uzorka $\bar{x}$, i formiramo razliku

$$\Delta = \bar{x} - \bar{\bar{x}}$$

pa ako tako učinimo sa svakim uzorkom, dobiti ćemo kolektiv

$$\Delta_1 = \bar{x}_1 - \bar{\bar{x}} \quad ; \qquad \Delta_2 = \bar{x}_2 - \bar{\bar{x}} \; ; \qquad - - - -$$

koji je približno normalno distribuiran (Central Limit Teorem) oko sredine $\bar{\Delta} = 0$, sa standardnom devijacijom $\sigma_\Delta = \sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$



Mi medjutim imamo jedan uzorak i jednu razliku $\Delta_1 = \bar{x}_1 - \bar{\bar{x}}$ i ispitujemo dali ta Δ_1 pripada populaciji sa sredinom $\bar{\Delta} = 0$ (nul hipoteza) sa standardnom devijacijom $\sigma/\sqrt{n}$
Naša razlika je različita od nule pa se postavlja pitanje kolika je vjerojatnost pojave takove razlike uz hipotezu da pripada populaciji kojoj je sredina $\bar{\Delta} = 0$, a standardna devijacija $\sigma/\sqrt{n}$. Pojedini Δ -iznosi distribuirani su oko nule (po nulhipotezi) sa standardnom devijacijom $\sigma_\Delta = \sigma/\sqrt{n}$ i to normalno (po Gaussovom zakonu). Za Gaussov zakon znamo da u intervalu $\pm \alpha\sigma$ oko sredine ima podataka,

TABELA 1

$\alpha = 1$	$\bar{\bar{x}} \pm \sigma$	. . . 68,27%
$\alpha = 2$	$\bar{\bar{x}} \pm 2\sigma$	. . . 95,45%
$\alpha = 3$	$\bar{\bar{x}} \pm 3\sigma$	. . . 99,72%
$\alpha = 0,675$	$\bar{\bar{x}} \pm 0,675\,\sigma$	. . . 50%
$\alpha = 1,960$	$\bar{\bar{x}} \pm 1,960\,\sigma$	. . . 95%
$\alpha = 2,576$	$\bar{\bar{x}} \pm 2,576\,\sigma$	. . . 99%

a ostatak se nalazi u repovima i to pola u jednom a pola u drugom repu. Granice 95% i 99% smatraju se - po konvenciji - kao signifikantne granice. (No mogu se koristiti i drugačije granice npr. 90%, ili u specijalnim slučajevima 99,999% kao što je npr. kod ispitivanja lijekova za ljudsku upotrebu.)

Ako imamo kolektiv x_1, x_2, x_3, ... sa sredinom $\bar{\bar{x}}$ i standardnom devijacijom σ (a distribucija frekvencija je normalna) pa ako iz takove populacije izvadimo slučajno jedan elemenat tj. jedan x (slučajno znači da svaki x ima jednaku vjerojatnost da bude izvučen), onda će vjerojatnost, da ćemo izvući jedan x odredjene veličine, biti jednaka frekvenciji takovih x iznosa. Budući da kod Gaussove distribucije u intervalu $\bar{\bar{x}} \pm 1,96\,\sigma$ ima 95% elemenata, to će vjerojatnost, da će slučajno izabrani x pasti u taj interval, biti 95%, a vjerojatnost da će pasti izvan tog intervala (u repove) 5%. Ili drugim riječima vjerojatnost, da će takav slučajno izabrani x biti (u apsolutnoj vrijednosti) veći od $\bar{\bar{x}} + 1,96\,\sigma$, biti će manje od 5%, a vjerojatnost, da će takav slučajno izabrani $|x|$ biti manji od $\bar{\bar{x}} + 1,96\sigma$, je sigurno veća od 5%. Isto tako vjerojatnost, da će $|x|$ biti veći od $\bar{\bar{x}} + 2,58\,\sigma$, manja je od 1%.

Po konvenciji se smatra, ako je vjerojatnost pojave veća od 5%, da elemenat pripada populaciji sa sredinom $\bar{\bar{x}}$ (slučajno odstupanje), a ako je pak vjerojatnost pojave manja od 1% tj. ako elemenat padne izvan granice $\bar{\bar{x}} \pm 2,58\,\sigma$, smatra se da je ta vjerojatnost premalena pa se radje odbacuje hipoteza da elemenat pripada populaciji sa sredinom $\bar{\bar{x}}$ i standardnom devijacijom σ (tj. odstupanje se više ne smatra slučajnim).

Primijenimo na Δ -iznose. Iz jednog uzorka dobili smo $\Delta_1 = \bar{x}_1 - \bar{\bar{x}}$, a standardna devijacija populacije nam je poznata a takodjer i veličina uzorka, pa prema tome i $\sigma_\Delta = \sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$
Ako ta naša Δ_1 pada u interval $\bar{\Delta} \pm 1,96\,\sigma_\Delta$ uz pretpostavku da je $\bar{\Delta} = 0$ (nul hipoteza), dakle ako ta naša Δ_1 pada u interval $0 \pm 1,96\,\sigma_\Delta$ ili drugim riječima, ako je $|\Delta| < 1,96\,\sigma_\Delta$, onda kažemo da se je nul hipoteza održala, jer je vjerojatnost, da ta Δ pripada populaciji sa sredinom $\bar{\Delta} = 0$ i sa standardnom devijacijom σ_Δ , veća od 5% (Δ_1 se slučajno razlikuje od 0 tj. ona je nesignifikantno različita od nule). Ako je pak $|\Delta| > 2,58\,\sigma_\Delta$, onda je vjerojatnost takovog Δ -iznosa - uz nul hipotezu - manja od 1%, pa smatramo po konvenciji da je ta vjerojatnost premala, da razlika nije slučajna već značajna, naša Δ signifikantno se razlikuje od nule i nul hipotezu treba odbaciti. Ako pak ispadne

da je $|\Delta| > 1,96\ \sigma_\Delta$, a $|\Delta| < 2,58\ \sigma_\Delta$, onda se ne donosi zaključak, već se preporuča da se uzorak poveća.

4.3. KONVENCIONALNE GRANICE 2σ i 3σ

95% i 99% granice ($\bar{x} \pm 1,96\sigma$ i $\bar{x} \pm 2,58\sigma$) upotrebljavaju se kod statističkih testova u Evropi (Engleskoj). U Americi se u tu svrhu upotrebljavaju granice 2σ i 3σ (približno 95% i 100%). Po konvenciji se približno uzima da u intervalu $\pm 2\sigma$ ima 95% podataka, a vani 5% i to na svakoj strani 2,5% dok u intervalu $\pm 3\sigma$ su praktički gotovo svi podaci. Prema tome ako Δ padne u interval $0 \pm 2\sigma_\Delta$, nul hipoteza se održala, a ako padne izvan intervala $0 \pm 3\sigma_\Delta$, nul hipotezu treba odbaciti. Kako je kontrola kvaliteta potekla u Americi, a velike zasluge za to ima Amerikanac W.A. Shewhart, koji je 1924 godine predložio oblik kontrolne karte tj. grafikona na kojem se grafički taj statistički test provodi, to se takove granice i danas u kontroli kvaliteta upotrebljavaju.

4.4. KONTROLA SREDINE. KONSTRUKCIJA $\bar{X}$ KARTE

Proces se - s obzirom na sredinu - kontrolira tako da se tokom proizvodnje vade uzorci veličine n = 4-5 komada. Praksa je pokazala da je ta veličina uzorka dovoljna, jer bi veći uzorak bilo teško u praksi primijeniti. Kontrolor treba da iz tekuće proizvodnje izmjeri promatranu dimenziju na 4 komada produkta, kako izlazi iz stroja. Ta 4 podatka treba zbrojiti i podijeliti sa 4 tj. treba izračunati aritmetičku sredinu. Praksa pokazuje da je lagano izračunati aritmetičku sredinu od 4 veličine, a teoretski se dade pokazati da je sa matematičko statističkog stanovišta uputnije uzeti 2 uzorka po 4 komada nego 1 po 8.

Preciznost stroja - izražena sa standardnom devijacijom σ - mora biti unapred poznata. Sada se primjenjuje test slijedeće hipoteze: stroj je dobro namješten i ispravan tj. stroj je tako namješten da izradjuje robu sa srednjom dimenzijom $\bar{\bar{x}}$ = vrijednost dimenzije koju želimo da produkt u prosjeku ima i osim toga stroj je udešen tako da je iskorištena njegova preciznost tj. stroj radi sa normalnim rasipanjem (unapred odredjena σ).

Pa ako je $|\Delta| = |\bar{x} - \bar{\bar{x}}| < 2\sigma_\Delta = 2\sigma_{\bar{x}} = 2\sigma/\sqrt{n}$ onda se nul hipoteza održala jer je vjerojatnost pojave takovog Δ iznosa veća od 5%, a ono što se dogadja sa vjerojatnošću većom od 5%, smatramo da se može dogoditi slučajno. Nul hipoteza se održala odnosno uzorak pripada populaciji sa sredinom $\bar{\bar{x}}$ i standardnom devijacijom σ. Kažemo da je proces u kontroli.

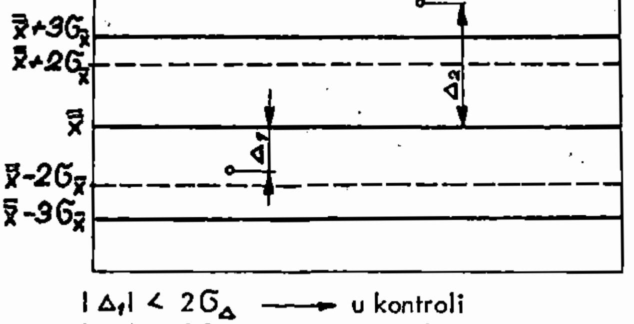
Ako je pak

$$|\bar{x} - \bar{\bar{x}}| = |\Delta| > 3\sigma_\Delta = 3\sigma/\sqrt{n}$$

onda kažemo da je vjerojatnost pojave takovog Δ-iznosa nemoguća uz nul hipotezu, pa nul hipotezu treba odbaciti. Kažemo da proces nije u kontroli i da uzorak ne pripada populaciji sa sredinom $\bar{\bar{x}}$ i standardnom devijacijom σ, a to u proizvodnji znači da se producira značajni procent škarta.

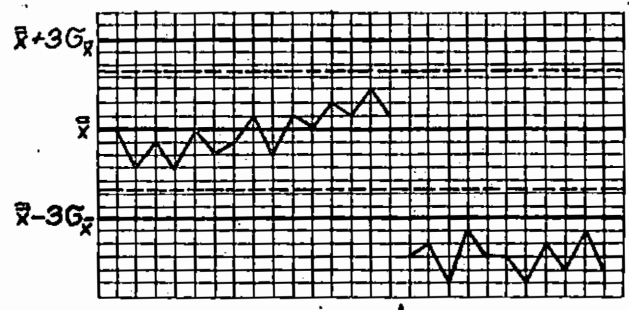
Takav test trebalo bi provoditi od vremena do vremena tj. proces treba kontrolirati u ne prevelikim razmacima kako ne bi dolazilo do proizvodnje škarta.

Da bi se pojednostavnio posao i da bi ga mogli obavljati i manje školovani ljudi, Shewhart je predložio grafikon na kojemu se provodi test. Grafikon se crta tako da se na apscisnu os nanosi vrijeme u kojem se vade uzorci, a na ordinatnu os aritmetička sredina uzorka. Na grafikonu se nalaze 5 paralelnih linija paralelne sa x osi. Srednja linija prikazuje $\bar{\bar{x}}$ vrijednosti, a gornje i donje 2 linije granice $\bar{\bar{x}} \pm 2\sigma_{\bar{x}}$ i $\bar{\bar{x}} \pm 3\sigma_{\bar{x}}$. Vidi grafikon. (Opaska: u praksi se često upotrebljavaju samo $\bar{\bar{x}} \pm 3\sigma_{\bar{x}}$ granice).

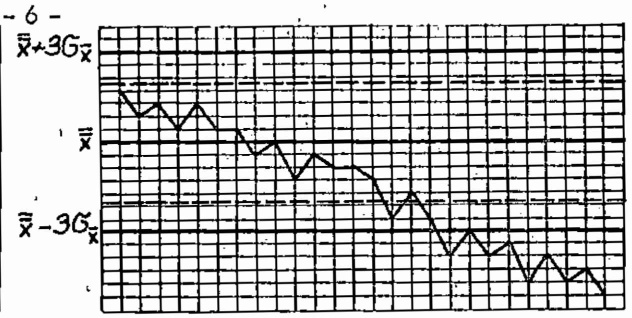


$|\Delta_1| < 2\sigma_\Delta$ ——→ u kontroli
$|\Delta_2| > 3\sigma_\Delta$ ——→ izvan kontrole

Na takovom grafikonu odmah se vidi da li aritmetička sredina uzorka pada u tzv. nesignifikantne granice oko generalne sredine ($\bar{\bar{x}} \pm 2\sigma_{\bar{x}}$) ili da pada izvan signifikantnih granica (izvan $\bar{\bar{x}} \pm 3\sigma_{\bar{x}}$). Osim toga na takovom grafikonu odmah se vidi i dinamika tj. vidi se da li te aritmetičke sredine uzoraka imaju tendencu padanja ili porasta tj. tendencu da izidju izvan kontrolnih granica..



Do tačke (trenutka) koji je obilježen strelicom proces je u kontroli. Nakon toga došlo je do nagle poremetnje tj. sredina se pomakla na niže.



Proces je u kontroli ali se vidi tendencija padanja sredine. Strelica pokazuje trenutak kad je proces izišao iz kontrole.

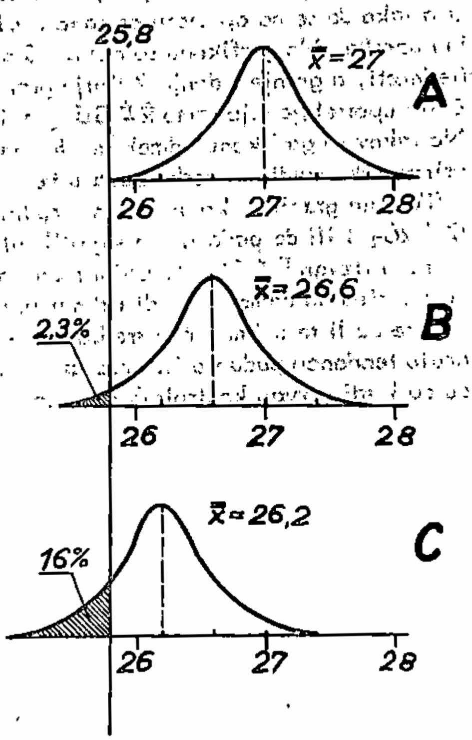
4.5. ZAŠTO SE KOD KONTROLE SREDINE UPOTREBLJAVA ARITMETIČKA SREDINA UZORKA, A NE POJEDINAČNI IZNOSI.

Zašto se uzimaju uzorci veličine $n = 4$ komada i zašto se njihove aritmetičke sredine (aritmetičke sredine uzoraka) nanašaju na $\bar{x}$ karti, a zašto se ne uzimaju pojedinačni iznosi (koje možemo smatrati uzorkom veličine $n = 1$) i ne nanašaju na x karti.

Kod kontrole sredina upotrebljava se normalna (Gaussova) distribucija. Kod strojne obrade dimenzije produkata približno su normalno distribuirane. (Opaska: dobro je kod stroja pri kojem želimo organizirati kontrolu kvaliteta – prostudirati oblik distribucije frekvencija dimenzije koju želimo kontrolirati). No može se dogoditi da ta distribucija bude doduše zvonolika ali više ili manje asimetrična (kosa). Po Central Limit Teoremu kolektiv aritmetičkih sredina uzoraka iste veličine, izvadjenih iz iste populacije (po principu slučajnosti), distribuiran je približno normalno, ako je uzorak dovoljno velik. Praksa je pokazala da uzorak veličine $n = 4$ daje praktički normalnu distribuciju aritmetičkih sredina uzoraka u većini slučajeva koji se u praksi pojavljuju, pa se podaci koji se odnose na normalnu distribuciju (i sve ostale teorije i testovi) mogu bez većih grešaka primijeniti.

Drugi razlog za primjenu uzoraka i njihovih aritmetičkih sredina – kod kontrole sredina – prikazat ćemo na primjeru.

Pretpostavimo da na tračnoj pili pilimo daske debljine 27 mm. Standardna devijacija iznosi 0,4 mm. Distribucija normalna, što znači da se sve debljine dasaka nalaze u intervalu $\bar{x} \pm 3\sigma$ tj. u intervalu od $27 - 3.0,4 = 25,8$ do $27 + 3.0,4 = 28,2$. Pretpostavimo nadalje da je 25,8 mm donja granica tolerancije tj. ispod te mjere produkt bi bio škart (tj. relativan škart tj. škart sa stanovišta produkcije dasaka 27 mm debljine):



A. Na grafikonu se vidi da je proces upravo na donjoj granici ali ipak još u kontroli (graf A).

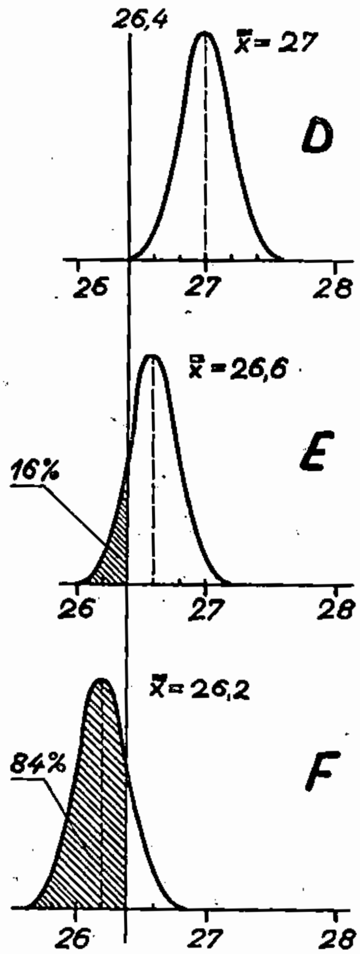
B. Pretpostavimo sada da se uslijed nekog uzroka sredina pomaknula za 0,4 mm na lijevo tj. da je stroj počeo piliti daske sa srednjom debljinom 26,6 mm i sa istom standardnom devijacijom $\sigma = 0,4$ mm (vidi graf B).

Donja granica tolerancije ostala je ista tj. 25,8 mm, pa će biti jedan dio produkta škart i to cca 2,3% (što se može izračunati tako da uzmemo da u intervalu $\bar{x} \pm 2\sigma$ ima 95,45% a izvan tog intervala samo 4,55% i to u svakom repu polovica tj. 2,3%).

Prema tome kad bi tokom procesa došlo do takvoga pomaka, a mi kontrolirali pojedinačne iznose dimenzije, teško bi to mogli ustanoviti, jer je učestalost škarta tek 2,3%.

C. Na analogan način bi kod pomaka od 0,8 mm postotak škarta bio cca 16% (vidi graf C).

Ako se medjutim radi sa uzorcima veličine n = 4 i sa aritmetičkim sredinama uzoraka, onda će u prvom slučaju A) aritmetičke sredine uzoraka biti distribuirane oko sredine x = 27 mm sa standardnom devijacijom $G_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n} = 0{,}4/\sqrt{4} = 0{,}2\ mm$ Unutar intervala 27 ± 3 . 0,2 morale bi se nalaziti sve aritmetičke sredine uzoraka od po 4 debljine dasaka, ako ne želimo da bude škarta. Prema tome i donju granicu tolerance treba modificirati tj. sada bi granica bila na donjoj granici tog intervala tj. modificirana donja granica tolerance za aritmetičke sredine uzoraka veličine n = 4 bila bi 27 - 3 . 0,2 = 26,4 mm (graf D).

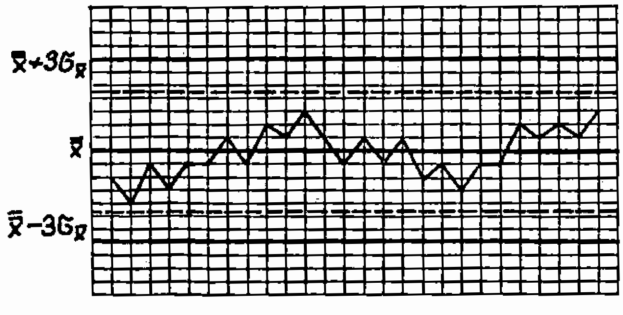


Ako sada uslijedi pomak na manju dimenziju u iznosu od 0,4 mm (slučaj B) dobiti ćemo da cca 16% aritmetičkih sredina (šrafirana površina) prelazi donju granicu tolerancije za aritmetičke sredine iz uzoraka veličine n = 4, dok je kod pojedinačnih bilo tek 2,3% (uporedi grafikone B i E). Analogno za pomak od 0,8 mm dobili bi oko 84% aritmetičkih sredina koje su prešle granicu tolerance dok je kod pojedinačnih bilo tek 16% (uporedi graf C i F).

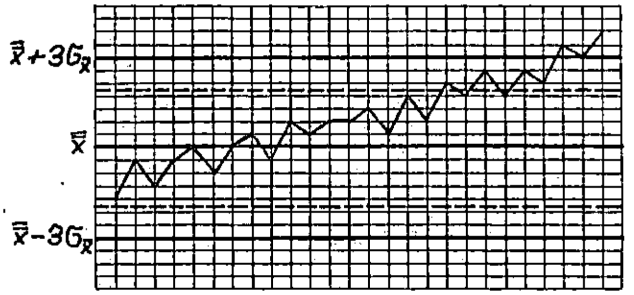
Znači aritmetičke sredine uzoraka daleko bolje i efikasnije signaliziraju pomak sredine populacije no što to čine pojedinačni iznosi (i to to bolje što je uzorak veći). Kod uzorka veličine n = 4 možemo reći da aritmetičke sredine signaliziraju taj pomak 5 puta bolje nego pojedinačni iznosi.

5. KONTROLA RASIPANJA

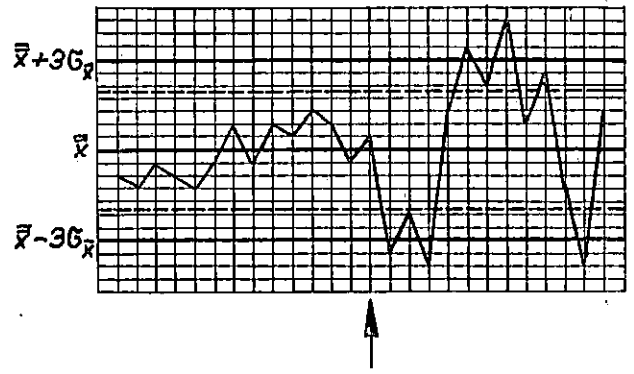
5. 1. Već na $\bar{x}$ karti može se opaziti da li je došlo do povećanja rasipanja. $\bar{x}$ karta ($\bar{x} \pm 3G_{\bar{x}}$ granica) konstruirana je pomoću zadane standardne devijacije populacije i veličine uzorka. Ako je medjutim tokom procesa došlo do povećanja rasipanja, to će se povećati i srednja greška aritmetičke sredine, pa prema tome i rasipanje aritmetičke sredine, pa će pojedine aritmetičke sredine uzoraka prelaziti prije odredjene uže granice (vidi grafikone).



Proces je u kontroli. Sredina je stabilna i standardna devijacija je stabilna.



Pretpostavlja se da je rasipanje stabilno ali je došlo do postepenog pomaka sredine.



Sredina je stabilna. Rasipanje je bilo stabilno do trenutka obilježenog strelicom, kada je naglo došlo do povećanja rasipanja. Aritmetičke sredine uzoraka distribuirane su simetrično oko sredine, ali pojedine sredine prelaze prije odredjenu $3\sigma_{\bar{x}}$ - granicu, što znači da je rasipanje postalo veće no što je bilo prije.

5.2. Za rasipanje može se primijeniti ista metoda kao i kod aritmetičke sredine tj. može se statističkim testom ispitivati da li je standardna devijacija (odnosno varijanca) izračunata iz uzorka, u skladu sa standardnom devijacijom populacije tj. u skladu sa hipotezom da je standardna devijacija populacije σ . Ti testovi (primjena χ^2 distribucije i F distribucije) dosta su komplicirani, a osim toga računanje standardne devijacije relativno je kompliciran posao.

$$\left(\sigma \sim s = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}} \right)$$

pa se to u običnoj praksi kontrole kvaliteta nije udomaćilo. Primjenjuje se to u izuzetnim slučajevima kad je uzimanje uzorka mukotrpan posao tj. kad je za mjerenje svakog pojedinog člana uzorka potrebno mnogo posla. Npr. svaki član u uzorku veličine n = 5 je rezultat neke kemijske analize koja traži i vremena i troška. U tom slučaju isplatiti će se i utrošak vremena za malo više računanja, ako postoji mogućnost da se pomoću računa izvuče više informacija i ako je test pouzdaniji.

5.3. ODNOS RASPONA (RANGE) I STANDARDNE DEVIJACIJE. $d_2 = \bar{R}/\sigma$

Engleski matematičar L.H. Tippett studirao je oblike distribucija frekvencija raspona (Range) uzoraka vadjenih iz normalne populacije. Svoj rad publicirao je 1925 u časopisu Biometrika (Tippett L.H.C.: On the Extreme Individuals and the Range of Samples taken from a Normal Population, Biometrika XVII, 1925), a 1926 E.S. Pearson objavio je takodjer u Biometrici dodatak tom članku.

Distribucije frekvencija Rangea uzoraka izvadjenih iz normalne populacije sa standardnom devijacijom $\sigma = 1$ nisu normalne, oblik im ovisi o veličini uzorka. Te distribucije pokazuju asimetriju i nešto su šiljatije od normalne distribucije, ali su zvonolike.

U tabeli (koja je prepisana iz Pearsonovog članka Egon S.Pearson: A further note on the distribution of Range in samples taken from a normal population, Biometrika XVIII 1926) dane su konstante za neke veličine uzoraka (vidi Tabelu 2).

Opaska: β_1 i β_2 su mjere kosine odnosno spljoštenosti distribucije frekvencije, a definirane su kao

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}, \quad \beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$$

gdje je

$$\mu_2 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n} = \sigma^2$$

$$\mu_3 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^3}{n} \qquad \text{(tzv. treći moment)}$$

$$\mu_4 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^4}{n} \qquad \text{(tzv. četvrti moment)}$$

Tabela 2

n	$\bar{\bar{R}}$	σ_R	β_1	β_2
2	1,12838	0,8525	0,9906	3,8692
3	1,69257	0,8884	0,4174	3,2864
4	2,05875	0,8798	0,2735	3,1884
5	2,32593	0,8641	0,2167	3,1693
6	2,53441	0,8480	0,1892	3,1698
10	3,07751	0,797	0,156	3,22
20	3,73495	0,729	0,161	3,26
60	4,63856	0,639	0,201	3,35
100	5,01519	0,605	0,223	3,39
200	5,49209	0,566	0,247	3,44
500	6,07340	0,524	0,285	3,50
1000	6,48287	0,497	0,309	3,54

Za simetrične distribucije $\beta_1 = 0$ pa prema tome je tako i za normalnu distribuciju koja je simetrična. Kod normalne distribucije $\beta_2 = 3$, i ako je $\beta_2 > 3$ distribucija je šiljatija od normalne, a ako je $\beta_2 < 3$ onda je spljoštenija od normalne distribucije. Kako je β_1 za veličinu uzorka n = 4 relativno malen, to možemo uzeti da je distribucija frekvencija praktički simetrična, a kako je β_2 takodjer vrlo blizu broju 3, to takodjer možemo uzeti, da za veličine uzorka n = 4 do 6 pa možda i do n = 20 imamo praktički distribucije frekvencija vrlo bliske normalnoj.

Tippett je i eksperimentalno ispitao te konstante i dobio podatke koji se slažu sa teorijom. On je takodjer eksperimentalno ispitao i distribucije frekvencija raspona uzoraka vadjenih iz dosta značajno asimetrične populacije, pa je takodjer dobio slične rezultate. Prema tome po preporuci Tippetta može se ta tablica primijeniti i onda ako populacija i nije potpuno normalna tj. ako je asimetrična, ali ipak zvonolika, a takove distribucije u praksi kod kontrole kvaliteta i dolaze u obzir.

U prilogu dana je opsežnija tablica koja se bazira na prije spomenutim radovima Tippetta i E.S.Pearsona kao i na kasnijim radovima E.S.Pearsona iz 1932 i 1942 godine.

U toj tablici su podaci koji su izvedeni uz pretpostavku, da je populacija iz koje su uzorci vadjeni, normalno distribuirana oko sredine $\bar{\bar{x}}$, ali sa standardnom devijacijom $\sigma = 1$. Ako pak populacija nema standardnu devijaciju $\sigma = 1$ već različito od 1, onda se ti podaci u toj tablici mogu shvatiti kao da su dani u drugom mjerilu tj. u mjerilu kod kojeg je jedinica σ. Npr. ako je veličina uzorka n = 4, i ako su ti uzorci vadjeni iz normalne populacije sa standardnom devijacijom 1, onda će aritmetička sredina raspona uzoraka biti

$$\bar{\bar{R}} = 2,059 \quad , \quad a \quad \sigma_R = 0,880$$

Ako je pak normalna distribucija iz koje su uzorci vadjeni imala standardnu devijaciju σ, onda će biti

$$\bar{\bar{R}} = 2,059\,\sigma \quad i \quad \sigma_R = 0,880\,\sigma$$

odnosno

$$\bar{\bar{R}}/\sigma = 2,059 \quad i \quad \sigma_R/\sigma = 0,880$$

Zato se ti podaci u tim tabelama smatraju podacima za odnos raspona $\bar{\bar{R}}$ i standardne devijacije populacije iz koje su uzorci vadjeni.

5.4. UPOTREBA TABLICA ODNOSA $\bar{\bar{R}}/\sigma$

5.4.1. Procjena standardne devijacije populacije može se dobiti tako da se iz populacije vade uzorci odredjene veličine n, da se iz svakog uzorka izračuna raspon i da se izračuna aritmetička sredina svih tih raspona odredjenih iz uzoraka

$$\bar{R} = \frac{1}{N}\Sigma R$$

Ako je veličina uzorka n = 4, onda se iz Tippett Pearsonove tablice može za veličinu uzorka n = 4 pročitati da je

$$\bar{\bar{R}}/\sigma = 2,059 \quad \text{iz čega slijedi} \quad \sigma = \bar{\bar{R}}/2,059 \quad ,$$

no mi ne znamo kolika je aritmetička sredina populacije raspona $\bar{\bar{R}}$ (aritmetička sredina svih mogućih raspona uzoraka veličine n = 4 koji se mogu izvaditi iz te populacije), već smo si izračunali aritmetičku sredinu raspona $\bar{R}$ iz odredjenog broja N uzoraka veličine n (tj. imali smo na raspolaganju N uzoraka veličine n = 4). Prema tome i standardna devijacija koju ćemo izračunati po formuli

$$s = \bar{R}/2,059$$

biti će samo procjena standardne devijacije populacije, jer je i $\bar{\bar{R}}$ bio samo procjena za generalnu sredinu raspona $\bar{\bar{R}}$.

Pouzdanost te procjene možemo prikazati sa granicama konfidencije. PRIMIJENITI ĆEMO SLIJEDEĆI NAČIN RAZMIŠLJANJA. Imamo populacije sa standardnom devijacijom σ (oblik distribucije frekvencija je normalan ili barem približno normalan) i iz te populacije vadimo uzorke veličine npr. $n = 4$. Iz svakog uzorka izračunamo raspon, pa ćemo dobiti kolektiv R_1, R_2 itd. . . . . . sa sredinom $\bar{\bar{R}} = 2{,}059\,\sigma$ i $\sigma_R = 0{,}880\,\sigma$. Iz te populacije R-ova izvadimo uzorak veličine N i izračunamo $\bar{R} = \Sigma R/N$. Takovih uzoraka veličine N možemo izvaditi koliko hoćemo, pa ćemo dobiti daljnju populaciju aritmetički srednjih $\bar{R}$ iznosa dobivenih iz N, po n = 4 mjerenja. Ta nova populacija $\bar{R}_1$, $\bar{R}_2$ imati će sredinu $\bar{\bar{R}} = 2{,}059\,\sigma$ (dakle kao i populacija iz koje su vadjeni R-ovi) i standardnu devijaciju

$$\sigma_{\bar{R}} = \sigma_R/\sqrt{N} = 0{,}880\,\sigma/\sqrt{N}$$

Aritmetički srednji rasponi biti će normalno distribuirani (Central Limit teorem) pa možemo tvrditi da u interval $\bar{\bar{R}} \pm 1{,}96\,\sigma_{\bar{R}}$ pada 95% aritmetički srednjih raspona (od N uzoraka po n = 4), pa prema tome i za naš $\bar{R}$ vrijedi vjerojatnost da će pasti u taj interval sa istom vjerojatnosti od 95%, odnosno obrnuto za pravu generalnu sredinu raspona mogu se postaviti 95% granice konfidencije

$$\bar{\bar{R}} = \bar{R} \pm 1{,}96\,\sigma_{\bar{R}}$$

iz čega se mogu izračunati i granice konfidencije za standardnu devijaciju populacije

$$2{,}059\,\sigma = \bar{R} \pm 1{,}96\,.\,0{,}880\,.\,\sigma/\sqrt{N}$$

iz čega se može izračunati

$$\sigma = \bar{R}\,\frac{1}{2{,}059 \pm 1{,}96\,.\,0{,}880\,.\,1/\sqrt{N}}$$

Faktori

$$k_1 = \frac{1}{2{,}059 + 1{,}96\,.\,0{,}880/\sqrt{N}}$$

$$k_2 = \frac{1}{2{,}059 - 1{,}96\,.\,0{,}880/\sqrt{N}}$$

sa kojima treba množiti $\bar{R}$ tj. aritmetičku sredinu od N raspona izvdđjenih iz N uzoraka po n = 4 mjerenja, da bi se dobile 95% granice za σ tj. za standardnu devijaciju populacije iz koje su uzorci vadjeni. Ti faktori tabelirani su za veličinu uzorka n = 4, 5, i 6 te za N = 20, 40 . . . . 100, 200, 500 i 1000.

Tabela 3

	n = 4		n = 5		n = 6	
	$1/d_2 = 0{,}486$		$1/d_2 = 0{,}430$		$1/d_2 = 0{,}395$	
N	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2
20	0,409	0,598	0,370	0,513	0,344	0,462
40	0,429	0,560	0,385	0,486	0,358	0,440
60	0,438	0,545	0,393	0,474	0,364	0,431
80	0,444	0,536	0,398	0,468	0,368	0,426
100	0,448	0,530	0,401	0,464	0,370	0,422
200	0,458	0,516	0,409	0,453	0,377	0,414
500	0,468	0,505	0,416	0,444	0,383	0,407
1000	0,473	0,499	0,420	0,440	0,387	0,403

kojima treba množiti aritmetičku sredinu raspona $\bar{R} = \Sigma R/N$ izračunatih iz N uzoraka veličine n, da bi se dobila procjena standardne devijacije populacije σ i njezine 95% granice konfidencije.

5.4.2. Tablica odnosa R/σ može se korisno primijeniti u praksi za brzo (ali zato samo približno) procjenjivanje standardne devijacije jednog jedinog - doduše malo većeg - uzorka. Ta tablica osim toga može poslužiti za kontrolu da li je σ, koji je izračunat po formuli, dobro izračunat ili je kod računanja učinjena greška. Tu procjenu standardne devijacije dobivenu iz raspona možemo koristiti direktno, a da bi ipak imali neki okvir (granicu konfidencije) može se primijeniti tablica fraktila (vidi Tabela u prilogu).

Ing. A.Pranjić konstruirala je nomogram koji služi u istu svrhu (a baza nomograma su bile Tippett-Pearsonove tablice). Pomoću tog nomograma može se iz veličine uzorka i raspona odmah pročitati procjena standardne devijacije i 90% granice konfidencije (Nomogram je objavljen u materijalima Kongresa IUFRO International Union of Forestry Research Organisations, München 1967).
Nomogram je takodjer dan u prilogu.

5.4.3. Primjena odnosa R/σ kod kontrole kvaliteta. Kontrola rasipanja. KONSTRUKCIJA R-KARTE.

Lakoća kojom se odredjuje raspon (Range) bila je razlog, da se rasipanje kod kontrole kvaliteta počelo mjeriti rasponom a ne standardnom devijacijom (iako je standardna devijacija bolja mjera rasipanja).

Kod konstrukcije $\overline{X}$ karte potrebno je poznavati standardnu devijaciju populacije dimenzije koja se kontrolira. Potrebno je da se na jednom većem uzorku izračuna procjena standardne devijacije i ta procjena uzme kao vrijednost za populaciju. (Možda bi još prikladniji način bio da se umjesto jednog velikog uzorka uzme nekoliko manjih uzoraka. Takav manji uzorak sastojao bi se od 4 ili 8 dasaka sa po 4 mjerenja na svakoj. Daske treba uzimati redom kako izlaze iz stroja. Za procjenu standardne devijacije trebalo bi uzeti tzv. standardnu devijaciju unutar grupa. Vidi formulu).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x}_1)^2 + \Sigma(x-\bar{x}_2)^2 + \ldots}{n_1 + n_2 + \ldots - k}}$$

gdje je $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots$ sredina uzorka
$n_1, n_2, \ldots$ veličina uzorka,

a k je broj uzoraka. Napominjemo: inženjer treba solidno da poznaje svoje strojeve, a rasipanje dimenzija produkata koje stroj izradjuje tj. preciznost stroja je jedan od vrlo važnih karakteristika stroja).

No, procjena standardne devijacije populacije može se odrediti i pomoću raspona uzoraka veličine n = 4 - 6 tj. pomoću veličine uzoraka koji će se primjenjivati kod kontrole. Tokom normalnog procesa (a pod normalnim procesom podrazumijevamo da je stroj dotjeran i da radi sa normalnom preciznošću) vade se uzorci veličine npr. n = 4 i to cca N = 50 - 100 takovih uzoraka. Iz svakog uzorka izračuna se raspon R i izračuna aritmetička sredina svih tih R iznosa tj. $\overline{R} = \Sigma R/N$, i pomoću Tippett-Pearsonove tablice izračuna procjena standardne devijacije. Ta procjena uzima se sada kao standardna devijacija populacije i pomoću nje se računa srednja greška aritmetičke sredine potrebna za odredjivanje granica na $\overline{X}$ karti.

Kontrola rasipanja obavlja se pomoću raspona. Prosječni raspon izračunat iz N = 50 - 100 uzoraka veličine n = 4 uzima se kao procjena za sredinu populacije raspona $\overline{\overline{R}}$, uzoraka n = 4. Distribucija frekvencija raspona uzoraka veličine n = 4, a koji su vadjeni iz normalno distribuirane populacije, zvonolika je i ne razlikuje se jako od normalne distribucije, tako da možemo tvrditi da u intervalu $\overline{\overline{R}} \pm 3\sigma_R$ leže gotovo svi podaci tj. svi rasponi uzoraka n = 4 koji su vadjeni iz iste populacije. Nas zapravo zanima gornja granica tj. zanima nas da li je rasipanje u kontroli ili nije, pa ako je raspon izračunat iz jednog uzorka manji od $\overline{\overline{R}} + 3\sigma_R$, onda kažemo da taj naš R pripada populaciji R iznosa sa sredinom $\overline{\overline{R}}$ i standardnom devijacijom σ_R, odnosno da uzorak pripada populaciji x iznosa (tj. populaciji izmjera dimenzija produkta) sa standardnom devijacijom σ. Ako je pak raspon izračunat iz uzorka veći od gornje granice $\overline{\overline{R}} + 3\sigma_R$, to znači da taj R ne pripada više populaciji R iznosa uzoraka izvadjenih iz populacije koja je imala standardnu devijaciju σ, već iz neke druge populacije koja ima sada veću standardnu devijaciju σ_1. A to znači da je rasipanje preveliko i da je proces, što se tiče rasipanja, izišao iz kontrole (što će se opaziti i na $\overline{X}$ karti kako je to rečeno u tački 5.1.). Kontrola rasipanja provodi se tako da se za vrijeme procesa - od vremena do vremena - vade uzorci veličine n = 4, i da se iz takovih uzoraka računa raspon R. Za svaki takav R ispituje se sada da li on pripada populaciji sa generalnom sredinom $\overline{\overline{R}}$ i standardnom devijacijom σ_R. Ako pripada tj. ako je $R < \overline{\overline{R}} + 3\sigma_R$, proces je u kontroli, a ako ne pripada tj. ako je $R > \overline{\overline{R}} + 3\sigma_R$, proces nije više u kontroli tj. rasipanje je postalo preveliko jer je stroj izgubio preciznost.

Test se provodi i ovdje grafički tj. konstruira se tzv. R karta. Na grafikonu se povuče horizontalna linija koja odgovara srednjem rasponu populacije raspona ($\overline{\overline{R}}$) i iznad toga još jedna horizontalna linija koja odgovara gornjoj granici $\overline{\overline{R}} + 3\sigma_R$. Kod toga se dakako za $\overline{\overline{R}}$ uzima procjena $\overline{R}$ dobivena iz 50 - 100 uzoraka veličine n = 4. Ako je pak standardna devijacija populacije izračunata na drugi način, onda se iz Tippett-Pearsonove tablice pročita d_2 za veličinu uzorka n = 4 i $\overline{\overline{R}}$ izračuna po formuli $\overline{\overline{R}} = 2,059\,\sigma$. Isto tako izračuna se po istoj tablici $\sigma_R = 0,880\,\sigma$. Ako je pak σ nepoznata, onda se izračuna iz procjene za srednji raspon.

Prema tome ako je standardna devijacija populacije nekako drugačije odredjena biti će (za uzorak n = 4)

$$\overline{\overline{R}} = 2,059\,\sigma \quad , \quad \sigma_R = 0,880\,\sigma \quad ,$$

a ako σ treba procijeniti pomoću srednjeg raspona, bit će

$$\overline{\overline{R}} \sim \overline{R} \quad , \quad \sigma \approx \overline{R}/2,059 \quad , \quad \sigma_R \approx 0,880\overline{R}/2,059$$

pa će gornja granica na R karti biti

$$\bar{R}+3\sigma_R \approx \bar{R}+3\bar{R}\ \frac{0{,}880}{2{,}059} = \bar{R}\left(1+\frac{3\cdot 0{,}880}{2{,}059}\right) = \bar{R}\cdot D_4$$

(Vidi tabelu 4).

6. TABELE IZ: 1950-ASTM MANUAL ON QUALITY CONTROL OF MATERIALS.
U udžbenicima i priručnicima za kontrolu kvaliteta redovito su reproducirane tablice iz manuala za kontrolu kvaliteta materijala koje je izdalo američko udruženje za ispitivanje materijala (American Society for Testing Materials, Philadelphia).

Tabela 4

Veličina uzorka	Faktori za $\bar{x}$-kartu		Faktori za R-kartu		Faktori za σ-kartu	
	A_2	A_1	D_3	D_4	B_3	B_4
2	1,880	3,759	0	3,268	0	3,267
3	1,023	2,394	0	2,574	0	2,568
4	0,729	1,880	0	2,282	0	2,266
5	0,577	1,596	0	2,114	0	2,089
6	0,483	1,410	0	2,004	0,030	1,970
7	0,419	1,277	0,076	1,924	0,118	1,882
8	0,373	1,175	0,136	1,864	0,185	1,815
9	0,337	1,094	0,184	1,816	0,239	1,761
10	0,308	1,028	0,223	1,777	0,284	1,716
11	0,285	0,973	0,256	1,744	0,321	1,679
12	0,266	0,925	0,284	1,717	0,354	1,646
13	0,249	0,884	0,308	1,692	0,382	1,618
14	0,235	0,848	0,329	1,671	0,406	1,594
15	0,223	0,817	0,348	1,652	0,428	1,572

Podaci ove tabele koriste se tako da, za odredjenu veličinu uzorka, za konstrukciju $\bar{X}$, R, i σ-kartu uzmemo

a) za $\bar{X}$ kartu

gornja granica = $\bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$ ili $\bar{\bar{X}} + A_1\bar{\sigma}$

donja granica = $\bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$ ili $\bar{\bar{X}} - A_1\bar{\sigma}$

b) za R kartu

gornja granica = $\bar{R}\,.\,D_4$

donja granica = $\bar{R}\,.\,D_3$

c) za σ kartu

gornja granica = $\bar{\sigma}\,.\,B_4$

donja granica = $\bar{\sigma}\,.\,B_3$

Odštampana je cijela tablica tj. kompletna, no u praksi se iz tablice upotrebljavaju samo faktori A_2 i D_4, tj. faktori koji su potrebni za odredjivanje gornje i donje granice na $\bar{X}$ karti i faktor potreban za odredjivanje gornje granice na R karti.

Ti faktori izračunati su na slijedeći način

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \quad , \quad D_4 = 1+\frac{3\,\sigma_R}{d_2\,\bar{\sigma}}$$

Ako uzmemo u obzir da je

$$d_2 = \frac{\bar{\bar{R}}}{\sigma} \approx \frac{\bar{R}}{\bar{\sigma}}$$

biti će

$$\bar{R} \cdot A_2 = \bar{R} \cdot 3 \frac{\sigma}{\bar{R}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} = 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{R} \cdot D_4 = \bar{R} \left(1 + \frac{3\sigma_R}{(\bar{R}/\sigma) \cdot \sigma}\right) = \bar{R} + 3\sigma_R$$

Znači za izračunavanje faktora A_2 i D_4 potrebno je poznavanje standardne devijacije populacije σ. Pretpostavimo da ćemo tu standardnu devijaciju odrediti tako, da na nešto većem broju uzoraka odredjene veličine n, mjerimo raspone i da izračunamo aritmetički srednji raspon $\bar{R}$ i to uzmemo za procjenu sredine populacije $\bar{R}$ raspona uzoraka veličine n. Sada upotrebimo Tippett-Pearsonovu tablicu i za odredjenu veličinu uzorka n pročitamo odgovarajući d_2 i σ_R/σ, pa će biti npr. za n = 4

$$d_2 = 2{,}059 \qquad , \qquad \sigma_R/\sigma = 0{,}880$$

što uvršteno u A_2 i D_4 daje

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}} = \frac{3}{2{,}059 \cdot \sqrt{4}} = 0{,}729$$

$$D_4 = 1 + 3\frac{1}{d_2} \cdot \frac{\sigma_R}{\sigma} = 1 + 3\frac{1}{2{,}059} \cdot 0{,}880 = 1 + 1{,}282 = 2{,}282$$

što je u tablici i upisano.

Faktori A_1, B_3 i B_4 kojima treba množiti $\bar{\sigma}$ tj. aritmetičku sredinu standardnih devijacija izračunatih iz uzoraka veličine n ($\bar{\sigma} = \frac{1}{N} \Sigma \sigma$) rjedje se upotrebljavaju, jer kako je već u ovim skriptama napred pomenuto, standardna devijacija se kod kontrole kvaliteta ne upotrebljava, a ako već računamo standardnu devijaciju, onda je uputnije primijeniti i precizniji test kao npr. χ^2 ili F-test.

7. ODREDJIVANJE SREDINE POPULACIJE $\bar{\bar{X}}$ (ZA KONSTRUKCIJU $\bar{X}$ KARTE)

7.1. Ako je poznata preciznost stroja tj. standardna devijacija kontrolirane dimenzije produkta i granice tolerancije, onda $\bar{x}$ može poprimiti svaku vrijednost u intervalu

$$x_{donji} + 3\sigma \qquad \text{do} \qquad x_{gornji} - 3\sigma$$

Standardima su propisane gornje i donje granice dimenzije (x_{donje} i x_{gornje}), to su tzv. tolerancije. Dimenzija produkta ne smije biti ispod donje granice ni iznad gornje granice. Uz pretpostavku da je distribucija frekvencija zvonolika i približno normalna, u intervalu $\bar{x} \pm 3\sigma$ leže svi podaci. Pa ćemo pretpostaviti da je lijevi rep distribucije frekvencija upravo dodirnuo donju granicu, što znači da je $\bar{\bar{x}}_{donji} = x_{donji} + 3\sigma$. Na analogan način dobili bi da je $\bar{\bar{x}}_{gornji} = x_{gornji} - 3\sigma$

7.2. TOLERANCE ZA DASKE

7.2.1. JUS D.C1-041-1955 za jelovu i smrekovu rezanu gradju u tački 1.4.2. daje dozvoljena odstupanja (tolerancije) za debljinu, širinu i dužinu. Uzeti ćemo u obzir samo debljinu dasaka.

1.42.1 dozvoljena odstupanja u debljini kod dasaka

12 - 18 mm	+ 5% do - 3%
24 - 38 "	+ 4% do - 2%
48 - 100 "	± 2%

Odstupanja su dozvoljena u količini do 10%
(Opaska: u standardu piše ova napomena bez ikakvog daljnjeg tumačenja, a nije potpuno jasna i ne da se jednoznačno tumačiti, pa se do daljnjega ne ćemo na nju obazirati).

7.2.2. ISO - PREPORUKA BR. 875
Jugoslavija je član ISO (International Standard Organisation) i JUS prihvaća preporuke. Prijedlog preporuke broj 875 izradio je komitet za standarde pri Savjetu ministara SSSR koji drži Sekretarijat Tehničkog Komiteta ISO/TC - 55 za rezanu gradju. Preporuka je prihvaćena,ali još JUS nije donešen.

Za rezanu gradju četinara prijedlog predvidja tolerancije za dimenzije dasaka
a) za debljine do 28 mm ± 1 mm
b) za debljine i širine od 32 do 100 mm ± 2 mm
c) za debljine i širine od 110 mm dalje ± 3 mm
Na 20 komada rezane gradje uzetih bez reda iz partije, srednja stvarna debljina (bez obzira na vrstu gradje) i srednja stvarna širina paralelno okrajčene gradje, ne smiju biti manje od nominalnih dimenzija rezane gradje uzevši u obzir dozvoljena odstupanja za utezanje. (Opaska: i ova napomena kako se vidi nije precizna i ne može se jednoznačno tumačiti).

U prilogu prijedloga dane su tablice za utezanje uslijed smanjenja vlage u drvetu. Jer nominalne dimenzije dasaka i tolerance podrazumijevaju vlagu od 20%. Ako je drvo vlažnije, onda nominalnim vrijednostima treba dodati toliko koliko će iznositi utezanje kod sušenja tako da kad se ispiljena daska posuši na 20% vlage da ima nominalnu vrijednost, odnosno da se nalazi u granicama tolerancije. Izvadak iz tih tablica za bor, jelu i smreku i ostale vrste sa gustoćom od 0,35 do 0,6 g/cm^3 dan je u slijedećoj tablici

debljina	apsolutna vlaga u %			
mm	iznad 38	31-38	31-33	18-22
10 - 17	+ 4,0	+ 3,2	+ 2,4	± 0
18 - 29	+ 3,4	+ 2,7	+ 2,0	± 0
30 - 90	+ 3,2	+ 2,6	+ 1,9	± 0

Podaci te tablice su orjentacioni i daju postotak utezanja od sadanje vlage do vlage 20%.
Npr. daska 24 mm nominalne debljine ima granice tolerance 23 - 25 mm. No kako se daske pile iz trupaca koji su vlažni tj. % vlage im je veći od 38%, to na dimenziju s obzirom na 20% vlage treba dodati 3,4%, pa će biti (približno)

sredina $$24 + \frac{24\ .\ 3,4}{100} = 24,82 \text{ mm}$$

donja granica $$23 + \frac{23\ .\ 3,4}{100} = 23,78 \text{ mm}$$

gornja granica $$25 + \frac{25\ .\ 3,4}{100} = 25,85 \text{ mm}$$

Prijedlog ISO prihvaćen je, ali novi JUS još nije izdan pa i nadalje vrijede propisi JUS D.C1-041-1955 za jelu i smreku. Za tvrdo drvo nema propisa JUS-a. Pitanje standarda i tolerancija u pilanskoj industriji nije još riješeno kod nas, a čini se ni u ostalom svijetu. Detaljno o standardima i tolerancama i o utezanju vidi I.Horvat: Tehnologija drveta, skripta.

7.3. KAKO POSTAVITI SREDINU ZA DASKE 24 mm NOMINALNE VRIJEDNOSTI.

Po propisu JUS-a tolerancije iznose -2% do + 4%

$$24 - \frac{24\ .\ 2}{100} = 23,52 \qquad \text{do} \qquad 24 + \frac{24\ .\ 4}{100} = 24,96$$

Budući da su trupci vlažni tj. vlaga je iznad 38%, to će korigirane granice tolerancije biti (ako koristimo podatak ISO tablice tj. da utezanje do 20% vlage iznosi 3,4%).

$$x_{donji} = 23,52 + \frac{23,52\ .\ 3,4}{100} = 23,52 + 0,80 = 24,3 \text{ mm}$$

$$x_{gornji} = 24,96 + \frac{24,96\ .\ 3,4}{100} = 24,96 + 0,86 = 25,8 \text{ mm}$$

Prema tomu razmak tolerancija iznosi 1,5 mm, a maksimalna σ bi smjela iznositi 1/6 toga tj. 0,25 mm, jer - da ne bude škarta - mora biti $6\sigma \leq x_{gornje} - x_{donje}$. U tom slučaju stavili bi

$\bar{\bar{x}} = x_{donje} + 3\sigma = 24,3 + 3 \cdot 0,25 = 25,05.$

Dakle namjestili bi $\bar{\bar{x}} = 25,05$ i uz pretpostavku da je $\sigma = 0,25$ konstruirali bi $\bar{X}$ kartu.

Ako je pak σ veće od 0,25, onda je škart neminovan, ali u praksi se ako već treba prihvatiti škart, radije prihvaća prekoračenje gornje granice, jer ako daska ima preveliku debljinu ipak se može stanjiti a ako je pretanka tu nema pomoći.

Ako je pak σ manje od 0,25 npr. 0,2 onda možemo namjestiti bilo koju sredinu u intervalu od

$$\bar{\bar{x}}_{donji} = x_{donji} + 3\sigma = 24,3 + 0,6 = 24,9 \text{ mm}$$

do

$$\bar{\bar{x}}_{gornji} = x_{gornji} - 3\sigma = 25,8 - 0,6 = 25,2 \text{ mm}$$

jer u tom intervalu neće biti škarta. No dakako bolje je namjestiti $\bar{\bar{x}}_{donji}$.

Pazi: kod dasaka 25 mm debljine svako smanjenje za 0,1 mm donosi uštedu od

$0,1 : 25 = p : 100 \implies p = 0,4\%$ uštede sirovine.

Prema tome sredinu možemo namjestiti u intervalu od $\bar{\bar{x}} = 24,9$ do 25,2 mm, no u potonjem slučaju koji je za 0,3 mm deblji trošimo 1,2% sirovine više.

7.4. JUS D.C1.041-1955 ostavlja npr. za daske 24 mm debljine ukupni raspon toleranca 1,5 mm što znači da mora biti $6\sigma \leq 1{,}5$ mm $\implies \sigma \leq 0{,}25$ mm

U praksi se medjutim pojavljuju rasipanja od 0,2 do 0,6 mm.(Napomena: preciznost ovisi o vrsti stroja. Prema iskustvima Brežnjaka i Heraka, totalni varijabilitet kod tračnih pila kreće se od 0,4 do 0,8 mm. Kod jarmača iznosi to 0,2 do 0,4 ako se radi o daskama iz istog mjesta u jarmu. No tu još treba dodati varijabilitet izmedju pila, jer raspored pila nije moguće izvesti tako precizno da bi daske sa svakog mjesta u jarmu bile jednako debele). Prema tome škart je neminovan, ali kako smo već prije napomenuli, praksa i tržište preuzeti će predebelu dasku, ali dasku ispod mjere neće. Proizvodjač će ipak možda - radi uštede sirovina - proizvesti i neki manji procenat tanjih dasaka od tolerancijama dozvoljene donje granice, pa makar ih morao prodati kao daske od 18 mm. Odlučna je i ekonomska analiza.

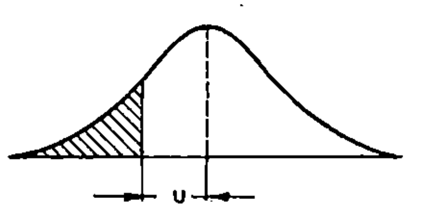
7.5. PROPIS JUS-a SADRŽI I NAPOMENU "ODSTUPANJA SU DOZVOLJENA U KOLIČINI OD 10%"

Shvatimo li tu napomenu tako kao da je dozvoljeno da 10% dasaka smije biti tanje od nominalne vrijednosti, a ostatak mora biti deblji od nominale, onda bi važili uvjeti da:

daska ne smije biti ispod donje granice tolerance tj. mora biti veća od

$x_{nominalno} - 2\%\, x_{nominalno} = 0,98\, x_{nominalno}$ a osim toga 10% dasaka ne smije biti tanje od $x_{nominalno}$. Kako u takvom slučaju namjestiti sredinu populacije $\bar{\bar{x}}$. Pretpostaviti ćemo da je distribucija normalna i koristiti tablicu integrala Gaussove distribucije. Šrafirana površina

$$F(u) = \int_{-\infty}^{u} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$



za $F = 0,1 \implies u = 1,28$ što znači da u lijevom repu od $-\infty$ do $\bar{\bar{x}} - 1,28\sigma$ ima 10% podataka.

Prema tome, ako želimo udovoljiti tom zahtjevu JUS-a, trebali bi sredinu populacije namjestiti tako da bude

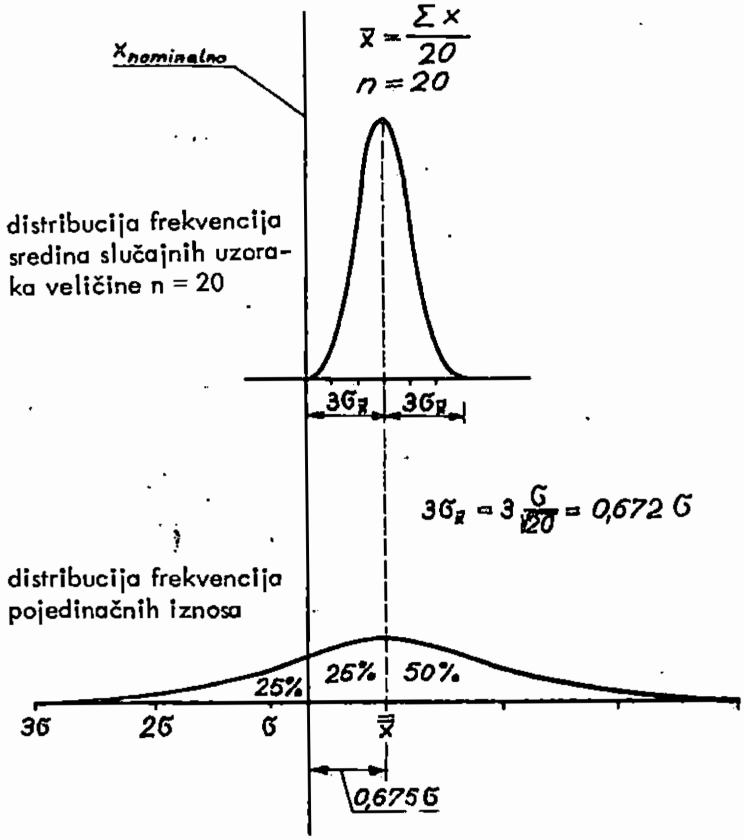
$$\bar{\bar{x}} = x_{nominalno} + 1,28\,\sigma$$

7.6. ISO prijedlog sadrži napomenu

"Na 20 komada rezane gradje uzetih bez reda iz partije, srednja stvarna debljina (bez obzira na vrstu gradje) i srednja stvarna širina paralelno okrajčene gradje, ne smiju biti manje od nominalnih dimenzija rezane gradje uzevši u obzir dozvoljena odstupanja za utezanja". Shvatimo li tu napomenu kao zahtjev da aritmetička sredina uzoraka veličine n = 20 komada ne smije biti manja od nominalne vrijednosti, onda bi sredina populacije trebala da bude

$$\bar{\bar{x}} = x_{nominalno} + 3\,\sigma/\sqrt{20}$$

$$= x_{nominalno} + 0{,}672\,\sigma$$



Uporedimo li podatak $0{,}672\,\sigma$ sa podatkom iz Tabele 1 tj. da kod normalne distribucije u intervalu $\bar{\bar{x}} \pm 0{,}675\,\sigma$ ima 50% podataka, a izvan toga intervala po 25% na svaku stranu, i ako to primijenimo ovdje, dobit ćemo modificirano značenje traženja u toj napomeni. ISO prijedlog zahtijeva da nominalna vrijednost mora biti u prvoj kvartili, što znači da sredinu populacije treba namjestiti tako da bude

$$\bar{\bar{x}} = x_{nominalno} + 0{,}675\,\sigma$$

pa bi u tom slučaju dobivali 25% dasaka manjih debljina od nominale. Prema tome prijedlog ISO liberalniji je od JUS-a koji dozvoljava tek 10% (ako smo napomene ISO i JUS-a ispravno shvatili).

Napomena uz 7.5. i 7.6. Propisi JUS i ISO odnose se na sve daske koje su proizvedene u jednoj pilani, a u pilani može biti više različitih strojeva. Prema tome treba računati i s varijabilitetom izmedju strojeva. Osim toga treba računati i s tim da će strojevi povremeno izlaziti iz kontrole. No ipak već kod rada sa jednim strojem treba te propise uzeti u obzir. Ako na jednom stroju namjestimo sredinu tako, da u skladu sa preciznošću tog stroja, produkti tj. daske budu takove da 10% debljina ne bude ispod nominale, i ako sa drugim strojem postupimo isto tako, onda će i ukupna količina dasaka proizvedena sa ta dva stroja zadovoljavati traženi taj uslov uz pretpostavku da smo na jednom i na drugom stroju ispilili podjednak broj dasaka (pa makar strojevi imali različitu preciznost).

8. ODREDJIVANJE STANDARDNE DEVIJACIJE POPULACIJE (tj. populacije dimenzija produkta koji namjeravamo kontrolirati)

8.1. Standardna devijacija ovisi o preciznosti stroja. Što je stroj precizniji rasipanje je manje, produkt je jednoličniji, a utrošak sirovina manji. U drvnoj industriji sirovina se baš ne štedi. Prisjetimo se ponovno da kod pilenja dasaka 24 mm debljine, sistematska greška (deblji rez odnosno prevelika dimenzija) od 0,1 mm donosi gubitak od 0,4% sirovine. U drvnoj industriji medjutim problem da li je debljina daske 0,5 mm veća ili manja, da li je propiljak za nekoliko desetina milimetara veći ili manji, nikoga mnogo ne zabrinjava, a 0,5 mm kod dasaka 24 mm znači 2% uštede ili gubitka sirovine.

Strojevi u pilani (jarmača, tračna pila, cirkular) su sami po sebi nezgrapni i relativno neprecizni, a osim toga - ako nema kontrole - nisu ni održavani u ispravnom stanju tako da najčešće nije postignuta ni ona preciznost koja se postići može. Tako je to ne samo kod nas već i drugdje u svijetu.

8.2. Statističku kontrolu kvaliteta (tj. upotrebu $\bar{x}$ i R karte) prvi je pokušao u drvnoj industriji primijeniti J.S.Bethel sa suradnicima (North Carolina State College) 1950 godine. (J.S.Bethel, A.C.Barefoot and D.A.Stecher: Quality Control in Lumber Manufacture. Procedings of the National Anual Meeting Forest Products Research Society, 1951).

Bethel preporuča da se kod kontrole debljina piljenica uzima uzorak veličine n = 4. I to tako da se na dasci mjeri debljina na 4 mjesta kako je to na skici naznačeno.

Na način opisan u ovim skriptama najprije se izmjeri 50-80 dasaka (N = 50 do 80 uzoraka veličine n = 4). Iz svakog uzorka veličine n = 4 izračuna se raspon, odredi se aritmetička sredina svih raspona $\bar{R}$ i iz njega procijeni σ , te konstruira $\bar{x}$ karta i R karta. Pomoću tih karata na koje se nanašaju – – tokom kontrole procesa – aritmetičke sredine uzoraka veličine n = 4 i rasponi, kontrolira se proces. I kad aritmetička sredina uzorka izidje iz $3\sigma_{\bar{x}}$ granica ili ako raspon predje gornju granicu na R karti, proces je izišo iz kontrole i potrebna je intervencija.

8.3. Na Bethelovim $\bar{x}$ kartama pokazalo se da je aritmetička sredina uzorka n = 4 (tj. 4 mjerenja na jednoj dasci) vrlo često prelazila gornju i donju granicu i to simetrično, što pokazuje da je standardna devijacija veća no što se iz populacija raspona od 4 mjerenja na jednoj dasci odredilo.

Taj problem kod nas studiraju dr M.Brežnjak i Ing. V.Herak. Konstatirano je, na bazi mjerenja na različitim strojevima, da se totalno rasipanje debljina dasaka može rastaviti na dvije komponente i to na varijabilitet debljina unutar dasaka i varijabilitet izmedju dasaka (termini unutar i izmedju upotrebljavaju se kao tehnički termini kod statističkog postupka koji se zove "analiza varijance"). (M.Brežnjak and V.Herak: Quality of Sawing on the Modern Sawmill Head Saws, Norsk Treteknisk Institutt, Oslo, april 1968).

Prema tome standardna devijacija, odredjena iz raspona uzoraka od 4 mjerenja na jednoj dasci, daje samo jednu komponentu totalnog rasipanja tj. samo jedan dio ukupne standardne devijacije. A za konstrukciju $\bar{x}$ karte i R karte potrebna je ukupna standardna devijacija tj. standardna devijacija populacije debljina dasaka ispiljenih na odredjenom stroju. Da bi se dobila totalna standardna devijacija trebalo bi mjeriti tako da svako od 4 mjerenja bude na 4 daske i to na različitim mjestima na pojedinoj dasci.

8.4. Teorija zahtijeva da uzorak bude slučajan. U praksi se po Bethelovom naputku debljine mjere na dasci na 4 (otprilike doduše) odredjena mjesta (vidi skicu), dakle po nekom sistemu, pa takav uzorak nije potpuno slučajan. Za odredjivanje totalnog varijabiliteta trebalo bi izmjeriti 4 daske slučajno izabrane (u praksi su to 4 daske za redom kako izlaze sa stroja), i na svakoj dasci izmjeriti po jednu debljinu na slučajno odabranom mjestu. Tako bi to trebalo biti, ako bi željeli da uzorak zaista bude slučajan.

Ipak je bolje da se prihvati Bethelova preporuka i da se daske mjere na 4 mjesta kako je to na skici naznačeno. Predlažemo da se tako postupi sa po 4 daske kako izlaze sa stroja.

Rezultati mjerenja za grupu od 4 daske sa po 4 mjerenja na svakoj dasci bili bi

x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}
x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}
x_{41}	x_{42}	x_{43}	x_{44}

(Prvi broj u indeksu označuje redni broj daske, a drugi broj mjesto mjerenja kako je naznačeno na skici).

Podatke bi trebalo prepisati u novi manual i to tako da se za svaku grupu od 4 daske po 4 mjerenja rezultati pišu po novoj shemi. Prvi red (tj. daska broj 1) ostao bi isti. Drugi red (tj. kod daske broj 2) rezultat prvog mjerenja tj. x_{21} treba pisati za jedno mjesto u desno i nastaviti tako redom a četvrti podatak x_{24} upisati na prvo mjesto. Kod treće daske u trećem redu pomak bi bio još za jedno mjesto u desno, a kod četvrte daske za još daljnje mjesto u desno. Dobili bi slijedeću shemu

	A	B	C	D
I	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
II	x_{24}	x_{21}	x_{22}	x_{23}
III	x_{33}	x_{34}	x_{31}	x_{32}
IV	x_{42}	x_{43}	x_{44}	x_{41}

Na taj način dobivena je shema u kojoj svaki redak I-IV daje uzorak od 4 mjerenja na pojedinoj dasci, a kolone A-D daju uzorke od n = 4 mjerenja na 4 daske na 4 različita mjesta (sistematski uzorak). Iz uzoraka prve vrste (I-IV) izračunati rasponi služe za procjenu standardne devijacije unutar dasaka, a rasponi iz uzoraka druge vrste (A-D) služe za procjenu totalne standardne devijacije.

8.5. Takovih grupa od po 4 mjerenja na 4 daske trebalo bi izmjeriti oko 15 do 20. Tj. ukupno treba izmjeriti N = 60-80 dasaka sa po 4 mjerenja na svakoj. (Napomena: u praksi je uobičajeno, da se veličina uzorka odredjuje tako da 95% granice konfidencije budu 5% srednje vrijednosti. Pogledamo li tablicu (Tabela 3) sa k_1 i k_2 faktorima, trebalo bi izabrati onaj N za koji je

$$\frac{1}{d_2} - k_1 = 0{,}05 \quad \text{i} \quad k_2 - \frac{1}{d_2} = 0{,}05 \quad ,$$

a to su za veličinu uzorka n = 4, N = 60 i N = 80)

Sada treba izračunati aritmetičku sredinu raspona $\bar{R}_1$ tj. aritmetičku sredinu raspona uzoraka n = 4 unutar dasaka (I-IV), a isto tako $\bar{R}_2$ = aritmetička sredina raspona uzoraka n = 4 (A-D). Na taj način dobivena su 2 podatka, 2 prosječna R iznosa iz kojih se može izračunati procjena standardne devijacije unutar dasaka i standardna devijacija totalna.

$$\sigma\text{ unutar} = \bar{R}_1 \cdot \frac{1}{d_2} = \bar{R}_1 \cdot \frac{1}{2{,}059}$$

$$\sigma\text{ total} = \bar{R}_2 \cdot \frac{1}{d_2} = \bar{R}_2 \cdot \frac{1}{2{,}059}$$

Te dvije standardne devijacije biti će različite, no one mogu biti različite statistički signifikantno ili nesignifikantno. Ako su razlike nesignifikantne, smatramo da su nastale slučajno, onda zapravo nema razlike izmedju varijabiliteta unutar dasaka i totalnog varijabiliteta, pa je dozvoljen način uzimanja uzorka kako to preporuča Bethel tj. po 4 mjerenja na jednoj dasci. Ako je pak razlika signifikantna, onda je za kontrolu kvaliteta potrebno odrediti totalni varijabilitet, a to se postiže tako da se mjere 4 debljine, ali na 4 različite daske i na 4 različita mjesta, i $\bar{x}$ kartu i R kartu trebalo bi konstruirati zapravo na bazi standardne devijacije izračunate pomoću raspona izračunatih na takovim uzorcima(ali bi onda i kod kontrole procesa trebalo vaditi takove uzorke tj. mjeriti 4 daske na 4 različita mjesta).

Za praksu predlažemo da se taj test (signifikantnih razlika) provede na jednostavan način već kod aritmetičkih sredina raspona. Formiramo razliku $\Delta = \bar{R}_1 - \bar{R}_2$ i postavimo nul hipotezu da je aritmetička sredina svih takovih Δ -iznosa $\bar{\Delta} = 0$.

Standardnu devijaciju Δ iznosa izračunamo po zakonu gomilanja grešaka $s_\Delta = \sqrt{s^2_{\bar{R}_1} + s^2_{\bar{R}_2}}$

pa ako je $|\Delta| < 1{,}96\, s_\Delta$ razlika je nesignifikantna
a ako je $|\Delta| > 1{,}96\, s_\Delta$ razlika je signifikantna na razini od 5%
a ako je $|\Delta| > 2{,}58\, s_\Delta$ razlika je signifikantna na razini od 1%

Standardnu devijaciju razlika, odnosno njihovih umnožaka sa 1,96 i 2,58 možemo lagano izračunati po formulama

$$s_\Delta = 0{,}30\,\frac{\bar{R}_1 + \bar{R}_2}{\sqrt{N}}$$

$$1{,}96\, s_\Delta = 0{,}6\,\frac{\bar{R}_1 + \bar{R}_2}{\sqrt{N}} \quad , \quad 2{,}58\, s_\Delta = 0{,}8\,\frac{\bar{R}_1 + \bar{R}_2}{\sqrt{N}}$$

Obrazloženje:

Za računanje standardne greške razlike s_Δ treba nam standardna greška aritmetičke sredine raspona

$$s_{\bar{R}_1} \doteq s_{\bar{R}_2} = \frac{\sigma_R}{\sqrt{N}}$$

za n = 4 (po Tippett-Pearsonovoj tablici)

$$\sigma_R = 0{,}880\,\sigma \quad , \quad \text{a} \quad d_2 = \bar{R}/\sigma = 2{,}059$$

odnosno $\sigma = \bar{R}/2{,}059$, pa ako za $\bar{R}$ uzmemo procjenu $\bar{R} \approx \frac{\bar{R}_1 + \bar{R}_2}{2}$ izlazi $\sigma = \frac{\bar{R}_1 + \bar{R}_2}{2} \cdot \frac{1}{2{,}059}$
što uvršteno u izraz za $s_{\bar{R}}$ daje

$$s_{\bar{R}_1} = s_{\bar{R}_2} = \frac{0{,}880}{2 \cdot 2{,}059} \cdot \frac{\bar{R}_1 + \bar{R}_2}{\sqrt{N}}$$

odnosno

$$s_\Delta = \sqrt{s^2_{\bar{R}_1} + s^2_{\bar{R}_2}} \doteq \frac{0{,}880}{2 \cdot 2{,}059} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\bar{R}_1 + \bar{R}_2}{\sqrt{N}} = 0{,}302\,\frac{\bar{R}_1 + \bar{R}_2}{\sqrt{N}}$$

8.6. Ako test pokaže da postoje signifikantne razlike između totalnog varijabiliteta i varijabiliteta unutar dasaka, onda bi bilo za konstrukciju $\bar{x}$ karte i R karte potrebno upotrebiti totalni varijabilitet, pa bi prema tomu trebalo organizirati mjerenja tako da se taj totalni varijabilitet može izračunati, tj. treba postupiti onako kako je predloženo (tj. mjerenja u grupama od 4 x 4 daske itd.). Korisno bi bilo tu totalnu standardnu devijaciju izračunati i tako da se za svaku grupu od 16 mjerenja izračuna aritmetička sredina i suma kvadrata odstupanja aritmetičke sredine, pa da se totalna standardna devijacija računa po formuli

$$\sigma_{total} = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x}_1)^2 + \Sigma(x-\bar{x}_2)^2 + \cdots}{15\,k}}$$

gdje je k broj grupa po 4 x 4 mjerenja.

Ako se pak ne želimo upuštati u takovo računanje (a bilo bi ipak uputno da se σ odredi i računski, jer količina računanja nije tolika da bi bila u neskladu sa količinom mjerenja, a računanjem se ipak dobije bolja procjena), onda standardnu devijaciju treba procijeniti iz $\bar{R}_2$ tj. iz aritmetičke sredine raspona uzoraka veličine n = 4, ali takovih uzoraka, gdje su mjerene debljine na 4 daske i na različitim mjestima.

Koja će se standardna devijacija upotrebiti za konstrukciju $\bar{x}$ i R karte treba da odluči organizator i tehnolog. Možda bi se mogle upotrebiti obje, pa konstruirati paralelne karte $\bar{x}$ i R, ili bi se mogle konstruirati i kombinirane karte. Npr. mogla bi se konstruirati $\bar{x}$ karta tako da se nanesu $3\sigma_{\bar{x}}$ granice i za jednu i za drugu procjenu standardne devijacije, a da se nanašaju samo aritmetičke sredine od po 4 mjerenja unutar daske (ako organizator smatra da bi uzimanje uzorka na 4 daske bio prekompliciran posao). Na takovoj $\bar{x}$ karti, ako se tokom procesa pojavi niz aritmetičkih sredina koje su prešle vanjsku $3\sigma_{\bar{x}}$ granicu (tj. granicu na bazi totalnog rasipanja), moglo bi se zaključiti da je proces izišao iz kontrole i to radi povećanja varijabiliteta između dasaka.

U većini slučajeva međutim zadovoljit ćemo se sa Bethelovim receptom, barem tako dugo dok istraživanja ne pokažu kakav drugi put.

Primjer br. 1

Pilana "Nazarje". Stroj: paralica RP 1500 mm, Bratstvo. Vrst drveća: jela. Debljina trupaca 40-60 cm. Proizvodna debljina dasaka 25 mm. Datum: 7-V-1970. Izmjere vršili I. Mičuda i D. Babunović, tehničari Šumarskog fakulteta u Zagrebu. Kroz vrijeme od 45 minuta ispiljeno je i izmjereno 60 komada dasaka. Pila nije bila potpuno oštra jer je prije toga cca 1 sat istom pilom piljena bukovina.

Svaka daska mjerena je na 4 mjesta (prema skici). Debljine su mjerene metalnim mjerilom za debljine (šubler) na 0,1 mm tačnosti.

Rezultati mjerenja unašani su u formular (vidi lijevu stranu tabele). Ti podaci prepisani su na novi formular tako da je x_1 od daske broj 2 pisan ispod x_2 daske broj 1, x_3 daske broj 2 ispod x_2 daske broj 1 itd. kako je to u skriptama opisano na str. 17 (vidi desna strana tabele).

Red. br.	x_1	x_2	x_3	x_4
1	24,3	25,0	25,2	26,3
2	25,6	26,7	26,4	22,9
3	27,1	27,2	26,3	26,6
4	23,5	24,8	24,0	25,1

Red. br.	x_1	x_2	x_3	x_4	$\bar{x}$	R_1
1	24,3	25,0	25,2	26,3	25,2	2,0
2	22,9	25,6	26,7	26,4	25,4	3,8
3	26,3	26,6	27,1	27,2	26,8	0,9
4	24,8	24,0	25,1	23,5	24,3	1,6
R_2	3,4	2,6	2,0	3,7		
5						
6						

itd. do rednog broja 60 u grupama od po 4 daske tj. ukupno 15 grupa. U svakom retku izračunata je aritmetička sredina 4 mjerenja debljina na jednoj dasci ($\bar{x}$) i raspon (R_1) od ta 4 mjerenja. Za svaku grupu od 4 daske izračunati su rasponi za svaku od 4 kolone te je na taj način dobiven raspon R_2 uzorka od 4 mjerenja na 4 daske (svako mjerenje na drugom mjestu). Na taj način dobiveno je 60 podataka za R_1 i 60 podataka za R_2. Izračunate su aritmetičke sredine

$\bar{R}_1 = 1,54$ mm i $\bar{R}_2 = 1,95$ mm

Iz Tippett-Pearsonove tablice (vidi tabela 2 odnosno opsežnija tabela u prilogu) može se pročitati da je za uzorak veličine n = 4 , $d_2 = 2,05875$ odnosno zaokruženo 2,059 pa kako je $d_2 = \bar{\bar{R}}/\sigma$ to će biti $\sigma = \bar{\bar{R}}/2,059$. Ako umjesto $\bar{R}$ uvrstimo $\bar{R}_1$ dobit ćemo procjenu standardne devijacije debljina dasaka unutar dasaka

$$s_1 = \bar{R}_1/2,059 = 1,54/2,059 = 0,75 \text{ mm},$$

a ako uvrstimo $\bar{R}_2$ dobit ćemo procjenu za totalnu standardnu devijaciju debljina dasaka.

$$s_2 = \bar{R}_2/2,059 = 1,95/2,059 = 0,95 \text{ mm}$$

Provesti ćemo test da ispitamo da li se $\bar{R}_1$ i $\bar{R}_2$ razlikuju.

$$\Delta = \bar{R}_2 - \bar{R}_1 = 1,95 - 1,54 = 0,44 \text{ mm}$$

$$s_\Delta = 0,3 \frac{\bar{R}_1 + \bar{R}_2}{\sqrt{N}} = 0,3 \frac{1,95 + 1,54}{\sqrt{60}} = 0,135$$

Ako sada postavimo hipotezu $\bar{\Delta} = 0$ (nulhipoteza), pa ako je $|\Delta| < 1,96\, s_\Delta$, onda se nulhipoteza održala i izmedju $\bar{R}_1$ i $\bar{R}_2$ nema signifikantnih razlika (tj. mogu se smatrati kao procjena jednog te istog raspona, a razlika je slučajna), a ako je $|\Delta| > 2,58\, s_\Delta$, onda se nulhipoteza mora odbaciti i izmedju $\bar{R}_1$ i $\bar{R}_2$ postoje signifikantne razlike. U našem slučaju $|\Delta| > 2,58\, s_\Delta \Rightarrow 0,44 > 0,348$, što znači da se nulhipoteza nije održala, pa postoje signifikantne razlike izmedju varijabiliteta unutar dasaka i totalnog varijabiliteta, odnosno možemo zaključiti da postoji značajan varijabilitet izmedju dasaka.

$\bar{X}$-kartu konstruirat ćemo tako da za generalnu sredinu uzmemo $\bar{\bar{x}} = 25,0$ mm, a gornju i donju granicu odrediti ćemo tako da toj generalnoj sredini dodamo i oduzmemo $3\, s_{\bar{x}} = 3\, s/\sqrt{4} = 1,5\, s$.

Prvi puta ćemo uvrstiti $s_1 = 0,75$ pa ćemo dobiti

gornja granica $= \bar{\bar{x}} + 3\, s_{\bar{x}} = 25,0 + 1,5 \,.\, 0,75 = 26,125$

donja granica $= \bar{\bar{x}} - 3\, s_{\bar{x}} = 25,0 - 1,5 \,.\, 0,75 = 23,875$

U praksi se koristi podatak A_2 iz tablice 4 (str. 12). Za uzorak veličine $n = 4$ biti će $A_2 = 0,729$, pa će biti

gornja granica $\bar{\bar{x}} + A_2 \,.\, \bar{R}_1 = 25,0 + 0,729 \,.\, 1,54 = 26,12$ mm

donja granica $\bar{\bar{x}} - A_2 \,.\, \bar{R}_1 = 25,0 - 0,729 \,.\, 1,54 = 23,88$ mm

No kako je varijabilitet izmedju dasaka značajan to će biti uputno da na $\bar{X}$-karti nanesemo i granice koje smo izračunali uzevši u obzir i totalni varijabilitet tj. izračunati ćemo granice uzevši u obzir $\bar{R}_2$, pa će biti

gornja granica $25,0 + 0,729 \,.\, 1,95 = 26,42$

donja granica $25,0 - 0,729 \,.\, 1,95 = 23,58$

$\bar{X}$-kartu konstruirat ćemo sada tako da ucrtamo horizontalnu liniju koja odgovara generalnoj sredini te gornju i donju granicu uzevši u obzir varijabitet unutar dasaka - punom linijom -, a granice koje smo izračunali uzevši u obzir totalni varijabilitet - crtkanom linijom.

R-kartu konstruirat ćemo tako da iz tabele 4 izvadimo podatak $D_4 = 2,282$ (za veličinu uzorka n = 4), pa će gornja granica na R-karti biti $\bar{R} \,.\, D_4$. Uzet ćemo u obzir samo $\bar{R}_1$, jer će se prigodom kontrole mjeriti i na kartu unašati samo rasponi od 4 mjerenja na jednoj dasci. Prema tome u našem slučaju kod konstrukcije R-karte nacrtat ćemo horizontalnu liniju koja odgovara podatku $\bar{R}_1 = 1,54$ mm a kao gornju granicu $\bar{R}_1 \,.\, 2,282 = 3,51$ mm.

Na tako konstruiranu kartu nanesene su aritmetičke sredine od po 4 mjerenja debljine daske na pojedinoj dasci i rasponi od ta 4 mjerenja. Vidi KARTA KONTROLE KVALITETA list broj 1.

Sa karte se vidi da proces nije tekao normalno. Kod 25 daske i dalje došlo je do poremetnje i stroj je cca 8 do 10 dasaka pilio predebele daske. Radi toga je i rasipanje (i unutar dasaka $s_1 = 0,75$ i totalno $s_2 = 0,95$) preveliko za stroj takove vrste. No i uz tako veliko rasipanje na spomenutom mjestu poligon je prešao gornju (crtkanu) granicu. Zaključak: kontrolna karta nije dobro konstruirana, pa će biti potrebno ponovne izmjere i konstrukcija nove kontrolne karte.

Primjer br. 2

Dne 8-V-1970, na istom stroju sa istim ljudima izmjereno je 80 dasaka. Samo je ovaj puta vrsta drveća bila smreka, a debljina trupaca kretala se od 20 do 40 cm. Mjerilo se je tako da je nakon izmjene pile (oštra pila) izmjereno 8 dasaka, pa nakon pola sata opet 8 dasaka itd. do ponovne izmjene pile. (Na karti je vrijeme izmjene pile obilježeno vertikalnom linijom. U praksi je uputno tu liniju iscrtati crvenom olovkom). Podaci mjerenja obradjeni su na isti način kao u primjeru broj 1, te je dobiveno

$$\bar{R}_1 = 1,116 \text{ mm} \qquad \text{i} \qquad \bar{R}_2 = 1,145 \text{ mm}$$

a izračunate su i pripadne standardne devijacije $s_1 = 0,542$ i $s_2 = 0,556$. Razlika aritmetičkih srednjih raspona unutar dasaka i total iznosi

$$\Delta = 1,145 - 1,116 = 0,029 \text{ mm} ,$$

$$s_\Delta = 0,3 \frac{1,116 + 1,145}{80} = 0,076$$

pa kako se vidi $|\Delta| < s_\Delta$, a pogotovo manje od $1,96\, s_\Delta$. Prema tome procjena varijabiliteta unutar dasaka i procjena varijabiliteta totalnoga, signifikantno se ne razlikuju.

Za konstrukciju karte možemo uzeti bilo koji $\bar{R}$, pa ćemo uzeti i za $\bar{X}$-kartu i za R-kartu neki srednji $\bar{R} = 1,13$ mm. Pa će biti

na $\bar{X}$-karti

generalna sredina = 25,0 mm

gornja granica $25,0 + 0,729 \cdot 1,13 = 25,82$

donja granica $25,0 - 0,729 \cdot 1,13 = 24,18$

Na R-karti

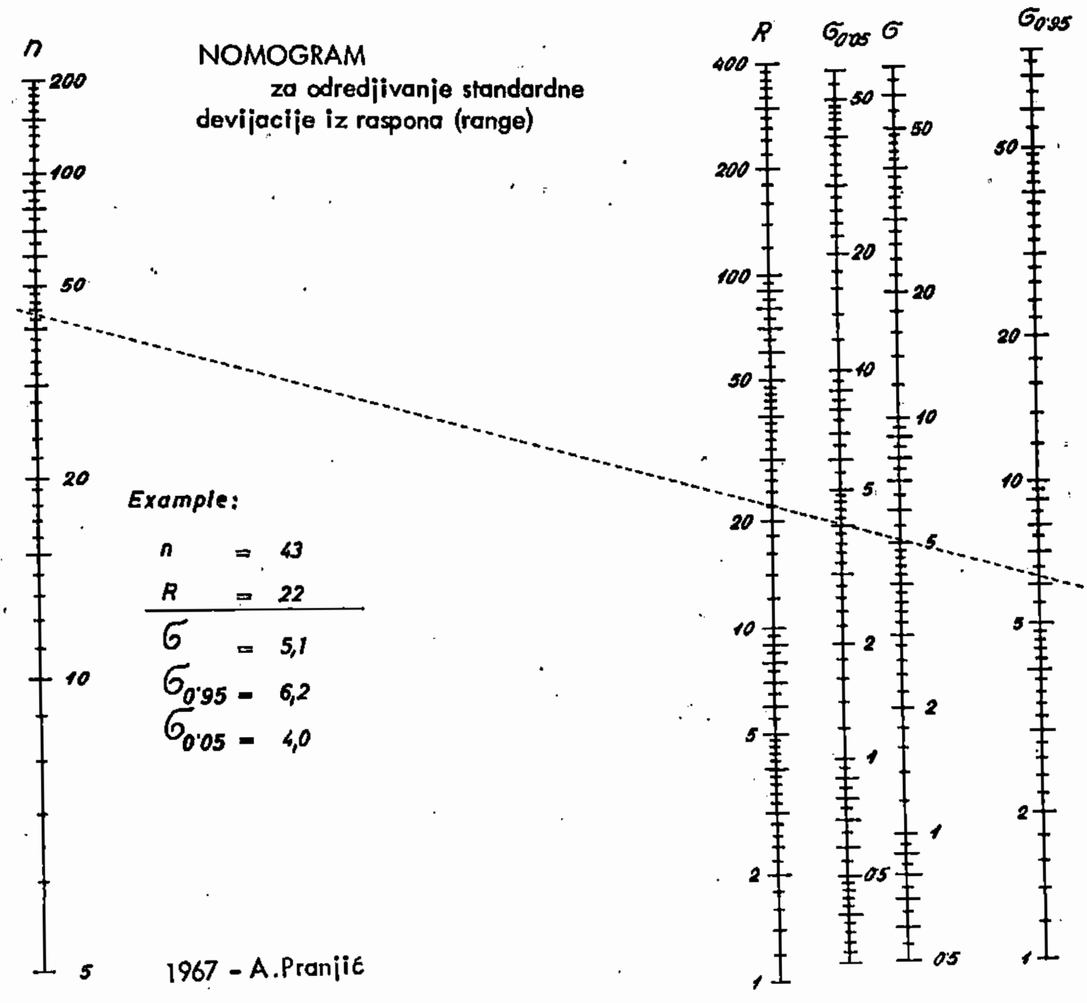
generalna sredina $\bar{R} = 1,13$ mm

gornja granica $D_4 \cdot \bar{R} = 2,282 \cdot 1,13 = 2,58$ mm

Na tako konstruiranu kartu nanašaju se aritmetičke sredine od 4 mjerenja debljine na pojedinoj dasci i pripadni rasponi.

Vidi KARTA KONTROLE KVALITETA list br. 2. Sa karte se vidi da su i sredine i rasponi unutar granica. Nekoliko dasaka ipak je ispalo iz kontrole. Možemo uzeti da je kontrolna karta dobro konstruirana. Kod zadnjih 20 dasaka pokazuje se tendenca padanja debljine, pa iako još nisu ispale iz kontrole, trebalo bi možda intervenirati.

Kako se u ova dva primjera vidi, na istom stroju dobivene su dvije sasvim različite situacije. U prvom slučaju dobili smo signifikantne razlike izmedju rasipanja unutar dasaka i totalnog rasipanja (tj. varijabilitet izmedju dasaka bio je signifikantno različit od nule), a u drugom primjeru te razlike nije bilo. U prvom primjeru rasipanje debljina dasaka je gotovo 2 puta veće nego u drugom primjeru. Koji su razlozi? Da li je to vrsta drveća? Da li je uzrok debljina trupaca (visina reza), ili manipulacija strojem ili šta drugo? Odgovor na ta pitanja treba da dade tehnolog. Matematička statistika treba kod toga da posluži samo kao alat.

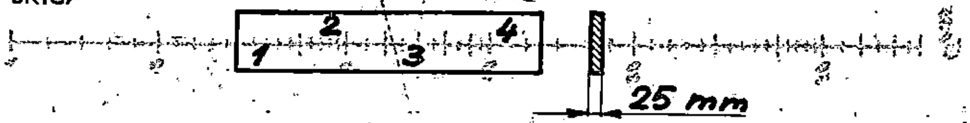


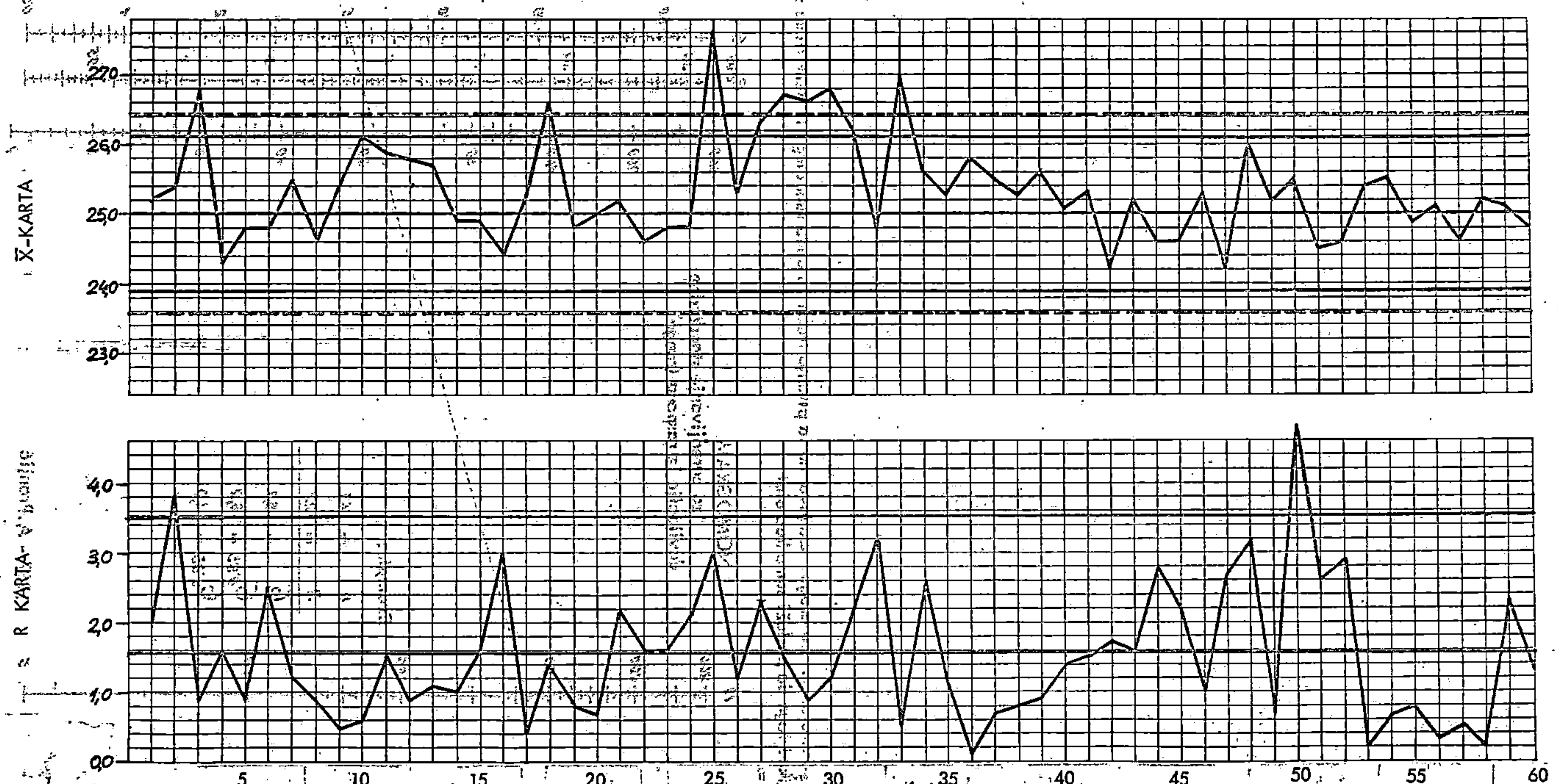
KARTA KONTROLE KVALITETA

LIST BROJ 1

STROJ	Paralica RP 1500 mm „Bratstvo"
PROIZVOD	Jelove daske 24 mm
DIMENZIJA	Debljina daske 25 mm
DATUM I POTPIS	7.V 1970 Mićudo
DATUM I POTPIS	7.V.1970 [illegible]

SKICA





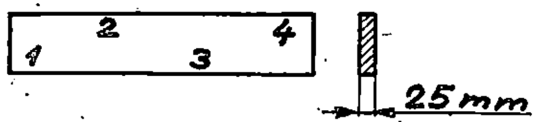
VRIJEME 16^{00} … 16^{46}

DATUM 7.V 1970.

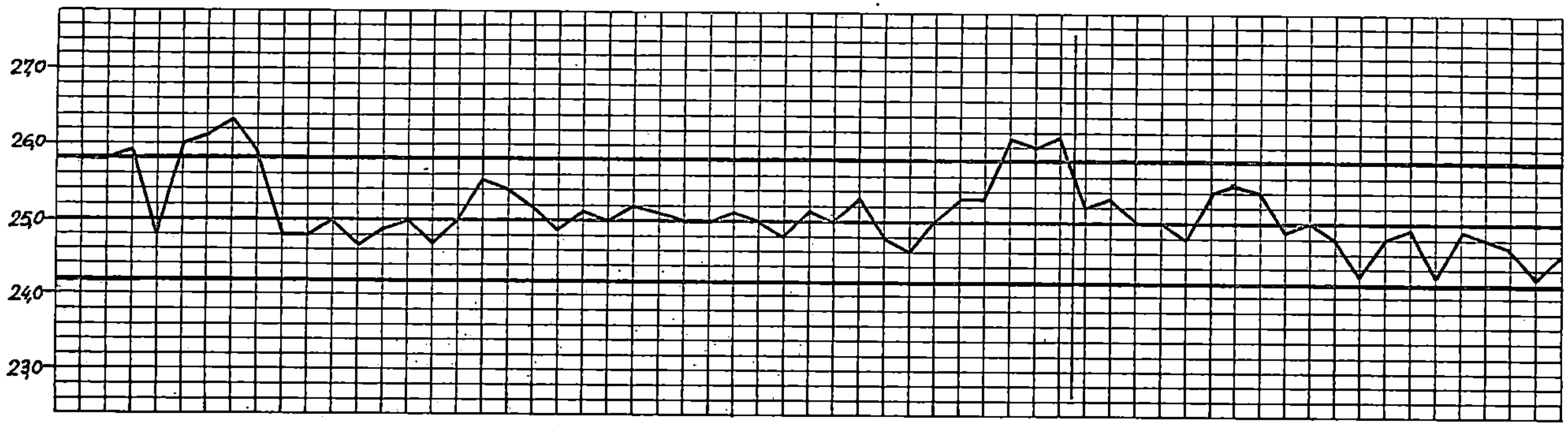
KARTA KONTROLE KVALITETA

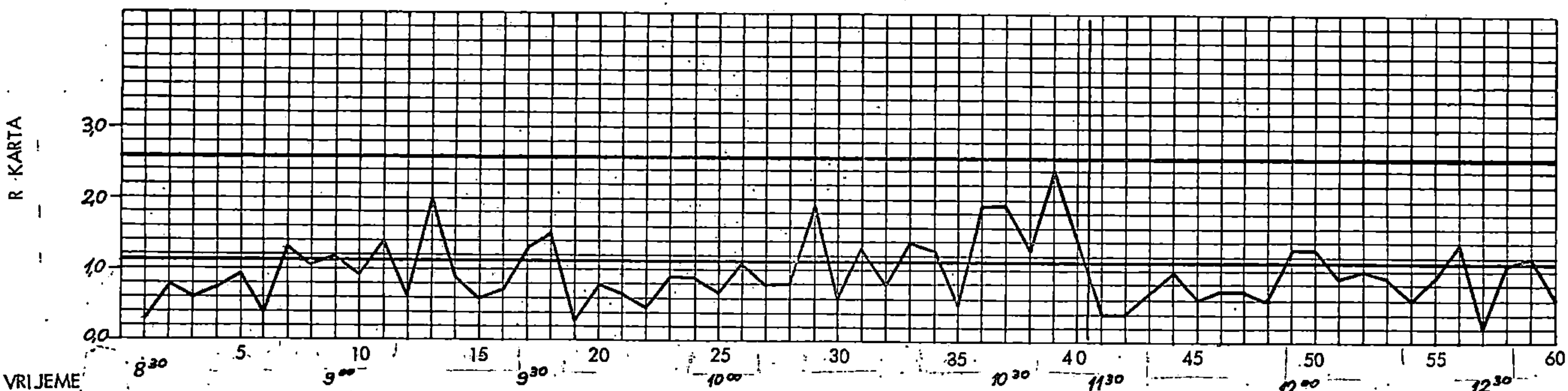
LIST BROJ 2

SKICA



STROJ	Paralica RP 1500 mm „Bratstvo"
PROIZVOD	Smrekove daske 24 mm
DIMENZIJA	Debljina daske 25 mm
DATUM I POTPIS	8.V 1970 [signature]
DATUM I POTPIS	8.V. 1970 [signature]





DATUM 7. V 1970.

Distribucija raspona uzorka (R = sample range) za veličinu uzorka n, ako je populacija normalno distribuirana sa standardnom devijacijom σ_x

n	$d_2=\bar{\bar{R}}/\sigma_x$	σ_R/σ_x	$P=P(R\leq R')=P(R/\sigma_x \leq R'/\sigma_x)$									
			0,005	,010	,025	,050	,100	,900	,950	,975	,990	,995
			R'/σ_x									
2	1,128	0,853	0,01	0,02	0,04	0,09	0,18	2,33	2,77	3,17	3,64	3,97
3	1,693	0,888	0,13	0,19	0,30	0,43	0,62	2,90	3,31	3,68	4,12	4,42
4	2,059	0,880	0,34	0,43	0,59	0,76	0,98	3,24	3,63	3,98	4,40	4,69
5	2,326	0,864	0,55	0,66	0,85	1,03	1,26	3,48	3,86	4,20	4,60	4,89
6	2,534	0,848	0,75	0,87	1,06	1,25	1,49	3,66	4,03	4,36	4,76	5,03
7	2,704	0,833	0,92	1,05	1,25	1,44	1,68	3,81	4,17	4,49	4,88	5,15
8	2,847	0,820	1,08	1,20	1,41	1,60	1,83	3,93	4,29	4,61	4,99	5,26
9	2,970	0,808	1,21	1,34	1,55	1,74	1,97	4,04	4,39	4,70	5,08	5,34
10	3,078	0,797	1,33	1,47	1,67	1,86	2,09	4,13	4,47	4,79	5,16	5,42
11	3,173	0,787	1,45	1,58	1,78	1,97	2,20	4,21	4,55	4,86	5,23	5,49
12	3,258	0,778	1,55	1,68	1,88	2,07	2,30	4,29	4,62	4,92	5,29	5,54
13	3,336	0,770	1,64	1,77	1,97	2,16	2,39	4,35	4,69	4,99	5,35	5,60
14	3,407	0,762	1,72	1,86	2,06	2,24	2,47	4,41	4,74	5,04	5,40	5,65
15	3,472	0,755	1,80	1,93	2,14	2,32	2,54	4,47	4,80	5,09	5,45	5,70
16	3,532	0,749	1,88	2,01	2,21	2,39	2,61	4,52	4,85	5,14	5,49	5,74
17	3,588	0,743	1,94	2,07	2,27	2,45	2,67	4,57	4,89	5,18	5,54	5,79
18	3,640	0,738	2,01	2,14	2,34	2,51	2,73	4,61	4,93	5,22	5,58	5,82
19	3,689	0,733	2,07	2,20	2,39	2,57	2,79	4,65	4,97	5,26	5,61	5,86
20	3,735	0,729	2,13	2,25	2,45	2,63	2,84	4,69	5,01	5,30	5,65	5,89

$\bar{\bar{R}}$ = aritmetička sredina raspona = aritmetička sredina populacije raspona uzoraka veličine n, izvadjenih iz iste populacije, ako broj uzoraka $N \longrightarrow \infty$

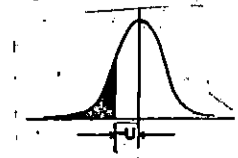
$$\bar{\bar{R}} = \frac{1}{N}\sum R\,, \quad \sigma_R = \sqrt{\frac{\sum (R-\bar{\bar{R}})^2}{N}}$$

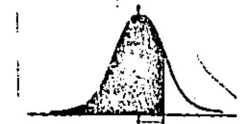
P = vjerojatnost da će raspon uzorka R biti manji ili jednak R'.

Baza ovih tablica su radovi:

1. Tippett L.H.C.: On the extreme individuals and the range of samples taken from a normal population. Biometrika, Vol.17 1925.
2. Pearson E.S.: "The Percentage Limits for the Distribution of Range in Samples from a Normal Population", Biometrika, Vol.24 1932.
3. Pearson E.S.: "The Probability Integral of the Range in Samples of N Observations from a Normal Population", Biometrika, Vol.32, 1941–42.

0,00	∞	3,0902	2,8782	2,7478	2,6521	2,5758	2,5121	2,4573	2,4089	2,3656	2,3263	0,99
0,01	2,3263	2,2904	2,2571	2,2262	2,1973	2,1701	2,1444	2,1201	2,0969	2,0749	2,0537	0,98
0,02	2,0537	2,0335	2,0141	1,9954	1,9774	1,9600	1,9431	1,9268	1,9110	1,8957	1,8808	0,97
0,03	1,8808	1,8663	1,8522	1,8384	1,8250	1,8119	1,7991	1,7866	1,7744	1,7624	1,7507	0,96
0,04	1,7507	1,7392	1,7279	1,7169	1,7060	1,6954	1,6849	1,6747	1,6646	1,6546	1,6449	0,95
0,05	1,6449	1,6352	1,6258	1,6164	1,6072	1,5982	1,5893	1,5805	1,5718	1,5632	1,5548	0,94
0,06	1,5548	1,5464	1,5382	1,5301	1,5220	1,5141	1,5063	1,4985	1,4909	1,4833	1,4758	0,93
0,07	1,4758	1,4684	1,4611	1,4538	1,4466	1,4395	1,4325	1,4255	1,4187	1,4118	1,4051	0,92
0,08	1,4051	1,3984	1,3917	1,3852	1,3787	1,3722	1,3658	1,3595	1,3532	1,3469	1,3408	0,91
0,09	1,3408	1,3346	1,3285	1,3225	1,3165	1,3106	1,3047	1,2988	1,2930	1,2873	1,2816	0,90
0,10	1,2816	1,2759	1,2702	1,2646	1,2591	1,2536	1,2481	1,2426	1,2372	1,2319	1,2256	0,89
0,11	1,2265	1,2212	1,2160	1,2107	1,2055	1,2004	1,1952	1,1901	1,1850	1,1800	1,1750	0,88
0,12	1,1750	1,1700	1,1650	1,1601	1,1552	1,1503	1,1455	1,1407	1,1359	1,1311	1,1264	0,87
0,13	1,1264	1,1217	1,1170	1,1123	1,1077	1,1031	1,0985	1,0939	1,0893	1,0848	1,0803	0,86
0,14	1,0803	1,0758	1,0714	1,0669	1,0625	1,0581	1,0537	1,0494	1,0450	1,0407	1,0364	0,85
0,15	1,0364	1,0322	1,0279	1,0237	1,0194	1,0152	1,0110	1,0069	1,0027	0,9986	0,9945	0,84
0,16	0,9945	0,9904	0,9863	0,9822	0,9782	0,9741	0,9701	0,9661	0,9621	0,9581	0,9542	0,83
0,17	0,9542	0,9502	0,9463	0,9424	0,9385	0,9346	0,9307	0,9269	0,9230	0,9192	0,9154	0,82
0,18	0,9154	0,9116	0,9078	0,9040	0,9002	0,8965	0,8927	0,8890	0,8853	0,8816	0,8779	0,81
0,19	0,8779	0,8742	0,8705	0,8669	0,8633	0,8596	0,8550	0,8524	0,8488	0,8452	0,8416	0,80
0,20	0,8416	0,8381	0,8345	0,8310	0,8274	0,8239	0,8204	0,8169	0,8134	0,8099	0,8064	0,79
0,21	0,8064	0,8030	0,7995	0,7961	0,7926	0,7892	0,7858	0,7824	0,7790	0,7756	0,7722	0,78
0,22	0,7722	0,7688	0,7655	0,7621	0,7588	0,7554	0,7521	0,7488	0,7454	0,7421	0,7388	0,77
0,23	0,7388	0,7356	0,7323	0,7290	0,7257	0,7225	0,7192	0,7160	0,7128	0,7095	0,7063	0,76
0,24	0,7063	0,7031	0,6999	0,6967	0,6935	0,6903	0,6871	0,6840	0,6808	0,6776	0,6745	0,75
0,25	0,6745	0,6713	0,6682	0,6651	0,6620	0,6588	0,6557	0,6526	0,6495	0,6464	0,6433	0,74
0,26	0,6433	0,6403	0,6372	0,6341	0,6311	0,6280	0,6250	0,6219	0,6189	0,6158	0,6128	0,73
0,27	0,6128	0,6098	0,6068	0,6038	0,6008	0,5978	0,5948	0,5918	0,5888	0,5858	0,5828	0,72
0,28	0,5828	0,5799	0,5769	0,5740	0,5110	0,5681	0,5651	0,5622	0,5592	0,5563	0,5534	0,71
0,29	0,5534	0,5505	0,5476	0,5446	0,5417	0,5388	0,5359	0,5330	0,5302	0,5273	0,5244	0,70
0,30	0,5244	0,5215	0,5187	0,5158	0,5129	0,5101	0,5072	0,5044	0,5015	0,4987	0,4959	0,69
0,31	0,4959	0,4930	0,4902	0,4874	0,4845	0,4817	0,4789	0,4761	0,4733	0,4705	0,4677	0,68
0,32	0,4677	0,4649	0,4621	0,4593	0,4565	0,4538	0,4510	0,4482	0,4454	0,4427	0,4399	0,67
0,33	0,4399	0,4372	0,4344	0,4316	0,4289	0,4261	0,4234	0,4207	0,4179	0,4152	0,4125	0,66
0,34	0,4125	0,4097	0,4070	0,4043	0,4016	0,3989	0,3961	0,3934	0,3907	0,3880	0,3853	0,65
0,35	0,3853	0,3826	0,3799	0,3772	0,3745	0,3719	0,3692	0,3665	0,3638	0,3611	0,3585	0,64
0,36	0,3585	0,3558	0,3531	0,3505	0,3478	0,3451	0,3425	0,3398	0,3372	0,3345	0,3319	0,63
0,37	0,3319	0,3292	0,3266	0,3239	0,3213	0,3186	0,3160	0,3134	0,3107	0,3081	0,3055	0,62
0,38	0,3055	0,3029	0,3002	0,2976	0,2950	0,2924	0,2898	0,2871	0,2845	0,2819	0,2793	0,61
0,39	0,2793	0,2767	0,2741	0,2715	0,2689	0,2663	0,2637	0,2611	0,2585	0,2559	0,2533	0,60
0,40	0,2533	0,2508	0,2482	0,2456	0,2430	0,2404	0,2378	0,2353	0,2327	0,2301	0,2275	0,59
0,41	0,2275	0,2250	0,2224	0,2198	0,2173	0,2147	0,2121	0,2096	0,2070	0,2045	0,2019	0,58
0,42	0,2019	0,1993	0,1968	0,1942	0,1917	0,1891	0,1866	0,1840	0,1815	0,1789	0,1764	0,57
0,43	0,1764	0,1738	0,1713	0,1687	0,1662	0,1637	0,1611	0,1586	0,1560	0,1535	0,1510	0,56
0,44	0,1510	0,1484	0,1459	0,1434	0,1408	0,1383	0,1358	0,1332	0,1307	0,1282	0,1257	0,55
0,45	0,1257	0,1231	0,1206	0,1181	0,1156	0,1130	0,1105	0,1080	0,1055	0,1030	0,1004	0,54
0,46	0,1004	0,0979	0,0954	0,0929	0,0904	0,0878	0,0853	0,0828	0,0803	0,0778	0,0753	0,53
0,47	0,0753	0,0728	0,0702	0,0677	0,0652	0,0627	0,0602	0,0577	0,0552	0,0527	0,0502	0,52
0,48	0,0502	0,0476	0,0451	0,0426	0,0401	0,0376	0,0351	0,0326	0,0301	0,0276	0,0251	0,51
0,49	0,0251	0,0226	0,0201	0,0175	0,0150	0,0125	0,0100	0,0075	0,0050	0,0025	0,0000	0,50
$F(u)$	0,010	0,009	0,008	0,007	0,006	0,005	0,004	0,003	0,002	0,001	0,000	$F(\overline{u})$





$$F(u)=\int_{-\infty}^{u}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{2}}du$$

Na pr. $F(u) = 0,151$

$u = -1,0322$

Na pr. $F(u) = 0,849$

$u = +1,0322$

INTEGRAL NORMIRANE GAUSSOVE KRIVULJE

Vjerojatnost pojave elementa populacije kojemu je vrijednost $\frac{x_i - \overline{x}}{\sigma} = u_i$ manja od u. Ako je $u < 0$ onda vrijedi lijevi i gornji ulaz, a ako je $u > 0$ onda vrijedi desni i donji. Prema tom zadanom $F(u) < 0,50$ (lijevi ulaz) pripada u sa negativnim predznakom, a zadanom $F(u) > 0,50$ (desni ulaz) pripada u sa pozitivnim predznakom.