

UNIVERZITET U ZAGREBU; POLJOPR.ŠUMAR. FAKULTET; INSTITUT
ZA ŠUM. POKUSE — UNIVERSITAS IN ZAGREB; FACULTAS AGRO-
NOM.-FORESTICA; INSTITUTUM PRO EXPERIMENTIS FORESTICIS

GLASNIK

ZA

ŠUMSKE POKUSE

ANNALES
PRO
EXPERIMENTIS FORESTICIS

4

ZAGREB IN JUGOSLAVIA

1935

ŠTAMPARIJA OUTENBERG



DIGITALNI REPOZITORIJ ŠUMARSKOG FAKULTETA

OŽUJAK, 2017.

Sadržaj „Glasnika za šumske pokuse“ broj 1

(INHALT DER »ANNALES PRO EXPERIMENTIS FORESTICIS« No. 1 —
CONTENU DES »ANNALES PRO EXPERIMENTIS FORESTICIS« No. 1
— CONTENTS OF THE 1st VOL. OF THE »ANNALES PRO EXPERI-
MENTIS FORESTICIS«):

- I. Saopćenje o postanku, dosadanjem razvitku i radu zavoda (sa njegovim statutom). (Communication de l'Institut d'Expériences Forestières à l'Université de Zagreb).
- II. Prof. Dr. Ant. Levaković: O odnošaju drvnog prirasta u stabala naprama jednoj komponenti toga prirasta. (Über das Verhalten des Baummassenzuwachses zu einer seiner Komponenten).
- III. Dr. Vlad. Škorić: Erysiphaceae Croatiae (Prilog fitopatološko-sistematskoj monografiji naših pepelnica). (Contribution to the phytopathologic-systematic monograph of our powdery mildews).
- IV. Prof. Dr. A. Petračić: O uzrocima sušenja hrastovih šuma u Hrvatskoj i Slavoniji. (Über die Ursachen des Eichensterbens in Kroatien und Slavonien).
- V. Prof. Dr. Ad. Seiwert: Suše li se slavonski hrastovi zbog promjena tla? (Beruht das Eingehen der slavonischen Eiche auf der Bodenveränderung?).
- VI. Prof. Dr. August Langhoffer: Gubar i sušenje hrastovih šuma. (Der Schwammspinner und das Eingehen unserer Eichenwälder).
- VII. Dr. Vlad. Škorić: Uzroci sušenja naših hrastovih šuma. (Causes of dying away of our oak-forests).
- VIII. Prof. Dr. Ad. Seiwert: Prilozi mehaničkoj analizi tla. (La contribution à l'analyse mécanique du sol).

PROF. Dr. ĐURO NENADIĆ:

O PRIRASTU NISKIH ŠUMA

(UEBER DEN ZUWACHS DER NIEDERWAELDER).

SADRŽAJ — INHALT:

- I. Uvod (Einleitung)
- II. Opis objekata i materijala za istraživanje (Beschreibung der Untersuchungsobjekte)
 1. Visinski prirast (Höhenzuwachs)
 2. Debljinski prirast (Stärkenzuwachs)
 3. Plošni prirast (Grundflächenzuwachs)
 4. Gromadni prirast i postotak gromadnog prirasta (Massenzuwachs und Zuwachsprozent.)
- III. O uzrocima značajnog toka prirasta stabala iz panjeva (Ursachen des charakteristischen Zuwachsganges bei Stockausschlagbäumen)
- IV. Zaključak (Folgerungen)
- V. Zusammenfassung.

I. UVOD.

O prirastu niskih šuma nema u nas do sada nikakovih radova. U njemačkoj stručnoj literaturi postoji radnja Mulopulos¹⁾ koja se odnosi na istraživanje niskih šuma u Austriji. Radi toga, što se nije kod nas dosada na tom pitanju ništa radilo kao i radi toga što neke imovne općine zbog oskudice na ogrjevu počinju da pretvaraju visoke hrastove šume u niske, pristupio sam istraživanju prirasta u niskim šumama Brodske imovne općine. Po moje mišljenju je taj pothvat od velike nacionalno-ekonomske važnosti uopće, a za Brodsku imovnu općinu napose.

U jeseni godine 1934 sa univ. asistentom g. ing. M. Plavšićem počeo sam tim radom u nekim šumama Brodske imovne općine. Kod toga pothvata išli su nam na ruku u svakom pogledu g. direktor Antun Tomljenović i taksator g. ing. Ivan Smilaj, na čemu im izrazujem svoju toplu zahvalnost.

Uzrok pretvaranja visokih šuma u niske leži u oskudici ogrjevnog drva kojim se imadu podmiriti pravoužitnici rečene

¹⁾ Dr. Christoph Mulopulos: Untersuchungen über den Zuwachsgang der Stockausschläge bzw. Ausschlagwälder, Centralblatt für das gesamte Forstwesen 1927, str. 2.

imovne općine. To je velika briga uprave imovne općine; ona se davno osjećala, a u najnovije vrijeme je teško pritišće; začetak joj je u nepravedno provedenoj segregaciji šuma bivše Vojne krajine godine 1870. Već onda nakon provedene segregacije uvidjelo se da će doći vrijeme kada će nastupiti etatni vacuum, budući da su tom segregacijom imovnoj općini dané vrlo mladi i vrlo stari dobni razredi hrastovih sastojina. Obzirom na visoku starost i slabo fizičko stanje tih starih sastojina trebalo je provesti njihovu sječu u kraćem uporabnom razdoblju, a zbog toga kao i radi pomanjkanja srednjedobnih sastojina bio je etatni vacuum neizbježiv.

Treba odmah istaknuti, da je uprava imovne općine davno prije rata počela voditi računa o neuklonivom nastupu etatnog vacuuma radi brže sječe zrelih hrastovih sastojina. Prigodom sastavka prvih gospodarskih osnova ustanovilo se računom da je zbiljna drvna zaliha starih sastojina veća od normalne. Odnosna razlika između tih masa označila se kao vanredni prihod. Prigodom prodaje redovnog prihoda prodavao se svake godine i vanredni prihod dotične šume. Dobiveni novčani iznosi za vanredne prihode ulagali su se u novčane zavode. Oni su dobili ime »nepotrošive novčane glavnice«. Iz njenih iznosa imale su se pokriti potrebe pravoužitnika za sve vrijeme trajanja etatnog vacuuma. Te nepotrošive glavnice imale su gotovo sve imovne općine, no najveću, koja je iznosila na desetke milijuna zlatnih kruna, imala je Brodska imovna općina.

Za vrijeme svjetskog rata prisilila je tudinska uprava imovnu općinu da svoju nepotrošivu glavicu dade u ratni zajam. Propašću tudinske vlasti propale su i nepotrošive glavnice imovnih općina.

Ne želim da se upuštam u razmatranje načina poslijeratnog gospodarenja sa šumama imovne općine, kada se u visokoj konjunkturi hrastovog drva moralo pomišljati na neuklonivi nastup etatnog vacuuma i stvoriti ponovno nepotrošivu glavicu, a ne kupovati malovrijedne vlastelinske posjede. Doduše za dobre poslijeratne konjunktore hrastovog drva namirivala je imovna općina potrebe na ogrjevu svojih pravoužitnika kupnjom drveta na strani, te je tako štedila stare hrastove sastojine. Radi nastupa depresije na drvnom tržištu, te radi sve lošijeg financijskog stanja morala je imovna općina tražiti od svojih pravoužitnika izvjesne novčane takse za šumske prihode, dok je u najnovije doba morala pristupiti i sniženju pripadnosti na ogrjevu svojih pravoužitnika.

Pored svih tih mjera nije uprava imovne općine u položaju da potrebe svojih pravoužitnika na ogrjevu dovede u ravnotežje sa prirastom šuma. Zbog toga je uprava imovne op-

GLAVNI REGISTAR

	PAG.
I. Prof. dr. Đuro Nenadić:	
O prirastu niskih šuma	1
(Ueber den Zuwachs der Niederwälder)	21
II. Prof. dr. Andrija Petračić:	
Istraživanja o strukturi i prihodu bagremovih kolosjeka . . .	47
(Untersuchungen über die Struktur und den Ertrag der Robinien- pahlwälder)	64
III. Prof. ing. Stanko Flögl:	
O utjecaju zraka na otpor šumskih klizina	65
(Ueber den Lufterfluss auf den Gleitwiderstand der forstlichen Riesen)	79
IV. Prof. ing. Stanko Flögl:	
Linija klizine jednolične brzine	65
(Die Rieslinie der gleichförmigen Bewegung)	102
V. Prof. dr. Mihovil Gračanin:	
Pedološka studija otoka Paga	107
(Pedologische Studie über die Insel Pag)	181
VI. Prof. dr. A. Levaković:	
Analitički oblik zakona rastenja	189
(Analytische Form des Wachstumsgesetzes)	253
VII. Prof. dr. A. Levaković:	
Analitički izraz za sastojinsku visinsku krivulju	283
(Analytischer Ausdruck für die Bestandeshöhenkurve)	301

/ 8

ćine odlučila da visoke hrastove šume prevede u niske za proizvodnju ogrjeva. U svemu bi imovna općina imala oko 6.700 jutara niskih šuma. To je i suviše velika površina prvoklasnog zemljišta koje se oduzima iz proizvodnje mnogovrijednog hrastovog građevnog drva.

Zbog toga to pitanje zaslužuje našu punu pažnju, te ga valja sa stručne strane rasvijetliti. Moramo odmah reći da je od svih mjera kojima imovna općina nastoji umanjiti nastalo zlo u oskudici ogrjeva, ova posljednja od vrlo slabe koristi. Od zlih posljedica toga pretvaranja visokih šuma u niske mnogo će trpjeti buduća pokoljenja pravoužitnika imovne općine. Od kako lošeg utjecaja će biti ova mjera na rentabilitet gospodarenja, nije potrebno napose isticati. To dovoljno potvrđuju velike razlike u cijenama građevnog i ogrjevnog drva hrastovog koje stoje međusobno kao 1 : 10. Kod razmatranja toga pitanja mora se imati još u vidu provenijencija slavonske hrastovine iz okolice Vinkovaca koja na drvnom tržištu uživa glas najfinije kvalitete.

Neosporno je da je na ovom snažnom tlu sposobnom za poljoprivredu jedini i najbolji način šumskog gospodarenja uzgajanje visokih hrastovih šuma. Iz kulturnih obzira je dužnost sadanje uprave imovne općine da vodi računa o interesima budućih pokoljenja, te da ostavi još vrednije sastojine od onih koje je ona naslijedila.

U sadašnjici, koja je obilježena nestalnošću i brzim ekonomskim promjenama, mora naprotiv tomu pravac gospodarenja u šumama biti stalan, te se kod izbora novih smjernica gospodarenja mora postupati vrlo oprezno. Željena promjena mora prethodno biti dobro proučena. Kod svake promjene pravca gospodarenja mora se imati u vidu da se danas učinjene grješke teško ispravljaju u budućnosti, i da to ispravljanje traje decenijama. Lako je danas visoke hrastove šume prevesti u niske, no obratan postupak zahtijeva mnogo rada, vremena i velikih troškova. Iz rečenog izlazi da se spomenutim programom stvaranja niskih šuma na površini od 6.700 jutara za proizvodnju ogrjeva ne će unaprijediti financijsko stanje imovne općine, te da je potrebno pristupiti drugim mjerama, kako bi se slabo stanje poboljšalo i postojeće zlo umanjilo.

Obilazeći šume Brodske imovne općine opazio sam da se u nedavnoj prošlosti o proređivanju sastojina vodilo vrlo malo računa. Radi toga postoje danas velike površine hrastovih sastojina koje treba prorediti. Kao primjer za to navodam gospodarsku jedinicu Leskovac koja je od Vinkovaca udaljena oko 6 km. Starost sastojina iznosi oko 50 godina, a do danas nisu bile ni jedamput proređene. To je veliki propust u njegovanju šuma koji poslovi spadaju u prve dužnosti valjane i napredne šumske uprave. Sadanja slika zanemarene šume Les-

kovac proizvodi na čovjeka mučan utisak, te je upravo neshvatljivo da se ta šuma u neposrednoj blizini Vinkovaca mogla ostaviti neproredena. Sadanje stanje šume vidi se iz tabela 1, 2.

Prema tome držim da je prva i najvažnija dužnost uprave imovne općine da pristupi valjanom i intenzivnom prorjeđivanju svojih sastojina. U naprednom šumskom gospodarstvu imaju prihodi prorede veliku važnost, kako sa uzgojnog tako i s financijskog gledišta. Ustanovilo se je da množina prorednog materijala kod valjanog i intenzivnog proređivanja iznosi 50—60% od sveukupne proizvedene drvene mase. Imajući u vidu taj rezultat nauke, mora se doći do zaključka, da bi uprava imovne općine valjanom i intenzivnom proredom svojih hrastovih sastojina mogla u velikoj mjeri riješiti pitanje snabdijevanja pravoužitnika ogrjevnim drvom iz svojih visokih hrastovih šuma. Sjetimo se da je upravo potreba na drvu kod naprednih naroda stvorila mnoge načine proređivanja sastojina. Tom mjerom ne samo da se umanjuje nestašica na ogrjevu, nego je od velike važnosti za kvalitativno rastenje sastojine, te se time čitavo šumsko gospodarjenje diže i unapređuje.

Tamo, gdje nije moguće potrebe na ogrjevu pokriti sa prorednim materijalom iz vlastitih šuma, treba uprava imovne općine da nađe načina i puta da taj manjak podmiri sa prorednim materijalom iz državnih šuma. U mnogim državnim šumama, koje leže u neposrednoj blizini imovne općine, vidio sam da je i tamo nastupio krajnji čas za proređivanje sastojina. Nabavka ogrjeva iz državnih šuma ne će biti za imovnu općinu u financijskom pogledu teška i neprovediva, jer njezini pravoužitnici plaćaju sada taksu za ogrjevno drvo. Tim mjerama, kao i proizvodnjom ogrjeva u postojećim niskim šumama u površini od 2.230 jutara, mora se nastojati pokriti potreba na ogrjevu, te tako otstupiti od programa prevadanja visokih šuma (4.470 jutara) u niske. Opravdana je nada da će se prilike popraviti, te da će se današnji program pretvaranja visokih šuma u niske zabaciti, a nije isključena ni mogućnost da će se pristupiti prevodenju današnjih niskih šuma u visoke. Ako ne dođe do poboljšanja prilika, i ako ne bude nikakvog drugog izlaza, još uvijek se može pristupiti prevodenju visokih šuma u niske. U tom slučaju će tada preostale visoke šume nakon valjanog i intenzivnog proređivanja predstavljati mnogo veću vrijednost nego što je one danas imadu.

Gospodarenje u sadanjim niskim šumama vodi se u ophodnji od 40 godina, a osim toga se u mnogim niskim šumama gospodari sa hrastovim pričuvcima koji se u većini šuma nalaze u grupama. Za gospodarenje kao što je ovo, kojemu je svrha samo dobivanje ogrjevnog drva, a ne i sitne seoske gra-

de, jest ophodnja od 40 godina previsoka, pogotovo, ako se uvaži da se te šume nalaze na prvorazrednom tlu i u optimumu za hrast. Prema tome držim da je daljnja mjera imovne općine za poboljšanje današnjih prilika i u tome, da smanji ophodnju od 40 na 30 godina. Tim postupkom povećaće se sječiva površina, te će nestati potrebe za daljnje pretvaranje visokih šuma u niske. U toku daljnjih razlaganja dokazaćemo da je ophodnja od 30 godina i najpodesnija za rast niskih šuma.

Za šumsko gospodarstvo kao i za svako drugo gospodarstvo mora da vrijedi opći ekonomski princip: u što kraće vrijeme proizvesti što veću množinu što vrednijih dobara. Taj princip mora napredna šumska uprava imati uvijek pred očima. Jedan od najvažnijih faktora koji pokazuje, da li se ide ispravno do toga cilja, je prirast šume. Poznavanje prirasta šume je temelj svakog racionalnog šumskog gospodarenja.

Uvažujući sadanje prilike kod Brodske imovne općine, nadalje imajući u vidu veliku površinu niskih šuma u Jugoslaviji, pristupio sam pitanju istraživanja prirasta u niskim šumama.

II. OPIS OBJEKATA I MATERIJALA ZA ISTRAŽIVANJE.

Prvi objekat u kojem sam počeo sa istraživanjem prirasta niskih šuma hrasta kitnjaka bio je šumski predjel Goločak, vlasništvo zemljišne zajednice Desinec-Prhoč, srez Jastrebarsko. Šuma se nalazi na obroncima Plješivice koji se blago spuštaju u smjeru sjeverozapad-jugoistok i gube se u nizini Pokuplja. Visina nad morem iznosi 154 m. Prosječna godišnja množina vodenih taloga za to područje prema karti kišomjernih stanica kraljevine Jugoslavije iznosi u razdoblju od 1923 do 1932 godine 900—1000 mm²). Klima je blaga, što najbolje dokazuje odlično uspijevanje vinove loze. Kamenu podlogu tog dijela Plješivice čine sarmatski lapori, a tlo je uglavnom sloj pjesokovite ilovače koji nije posvuda jednako debeo. U profilima potoka vide se deblje naslage tla dok je po vrhovima i padinama tlo pliće. Glavna vrst drveća je hrast kitnjak (*Quercus sessiliflora* Smith), koji je porastao iz panja, te je to u cjelosti izdanačka šuma. Starost šume iznosi 44 godine. Njegovanje sastojina nije nikad vršeno. Na mjestima blizu puteva seljaci su sjekli jača stabla za svoje potrebe.

U svrhu istraživanja prirasta položena je primjerna ploha od 2,08 ha na sjeveroistočnoj ekspoziciji šume. Na tom dijelu

²) Ministarstvo građevina — hidrotehničko-odjeljenje Beograd. Izvještaj o vodenim talozima, vodostajima i količinama vode za 1932 godinu. Beograd.

je sastojina potpunog obrasta, a ne postoje nikakvi znakovi o ma kakvoj prebornoj sječi jačih stabala ili proredi, pa se može pretpostaviti, da je šuma od svog postanka nesmetano rasla. Na plohi obavljeno je izbrajanje stabala (tabela 1 i 2). Stabla su razdijeljena u 3. debljinska razreda i to od 10—20, od 21—30 i od 31—32 cm. Za svaki debljinski razred izračunato je srednje primjerno stablo. Napose je izračunato srednje sastojinsko primjerno stablo. U svemu je porušeno 6 stabala; u svakom razredu po 1 i 3 srednja sastojinska primjerna stabla. Srednja sastojinska primjerna stabla odabrana su u sredini obronka odnosno primjerne plohe, budući da bonitet tla pada od podnožja prema vrhu radi različite dubine tla. Krošnje stabala su normalno razvijene osim primjernog stabla debljinskog razreda 10—20 cm koje je imalo $\frac{3}{4}$ normalno razvijene krošnje.

Stabla su analizirana u sekcijama od 2 m duljine do krošnje, a u krošnji su sekcije polagane u nejednakim razmacima radi toga, da se dobiju izresci koji su za analizu najpodesniji. Radi pomanjkanja prostora donošam rezultate analize samo dvaju srednjih sastojinskih primjernih stabala. Podaci se vide iz tabele 3.

Druga stabla imala su slijedeću starost, visinu i debljinu:

stablo	starost god.	visina m	debljina u prs. vis. mm
3	44	20,9	199
4	44	20,1	168
5	44	22,3	252
6	44	22,6	319

Analizu tolikog broja stabala obavio sam radi toga, da izvodi i zaključci o toku prirasta budu što ispravniji. U sastojini se naime nalaze stabla u stalnoj borbi za opstanak i prostor, a osim toga izvrgnuta su raznim vanjskim utjecajima, na koje svako stablo različito reagira. Radi toga, a sa svrhom da se umanje te nepravilnosti uslijed raznih utjecaja, uzimao sam aritmetičke sredine pojedinih vrsta prirasta, polazeći od rezultata rastenja između dva srednja sastojinska primjerna stabla. Tako dobiveni tok prirasta približavao se mnogo toku priraščivanja cijele sastojine. Radi pomanjkanja prostora ne donosim analize svakog pojedinog srednje sastojinskog primjernog stabla, nego samo izračunate aritmetičke sredine provedenih analiza (tabela 4.)

Na misao istraživanja prirasta u ovoj niskoj šumi došao sam prigodom procjene vrijednosti ove šume u svrhu individualne diobe među ovlaštenike zemljišne zajednice Desinec-Prhoč.

Drugi objekat, u kojem sam vršio istraživanja prirasta u niskoj šumi, jest šuma Leskovac, vlasništvo Brodske imovne općine (šumska uprava Vinkovci). Šuma se nalazi u nizini uz rijeku Bosut kraj Vinkovaca. Visina nad morem 84 m. Prosječna godišnja množina vodenih taloga prema već navedenoj karti kišomjernih stanica u razdoblju 1923—1932 godine iznosi 700—800 mm. Tlo je humozna pjeskovita ilovača, a nije izloženo poplavi; klima je blaga. Šuma se dijeli u 9 odjela. Od toga su odjeli 3 i 4 sa otsjecima b i c visoka šuma hrasta lužnjaka (*Quercus pedunculata* Ehrl.) sa nešto brijesta (*Ulmus campestris* Smith), a ostale odjele čini niska šuma graba, hrasta lužnjaka i brijesta razne starosti.

Radi istraživanja prirasta položio sam primjernu plohu od 0,5 ha u sastojini niske šume u dobi od 37 godina. U toj sastojini je 1926 godine obavljeno slabo čišćenje, što najbolje dokazuje prisutnost klena i velika množina izbojaka graba na jednom panju. Međutim i to slabo čišćenje imalo je utjecaja na daljnji prirast, što se najbolje vidi iz provedenih analiza. (Vidi tabelu 4 i slike 2, 3, 5 i 6)

Stabla su izbrojena i razvrstana prema vrsti drveća (vidi tabelu 1 i 2). Na primjernoj plohi nalazilo se 15 hrastovih pričuvaka iz sjemena debljine od 30 cm na više koji su stabilnično razmješteni po površini plohe.

Za istraživanje prirasta uzeo sam u obzir samo hrast i brijest, i to srednja primjerna stabla iz ukupnog broja hrastovih odnosno brijestovih stabala, a ne iz sveukupnog broja stabala primjerne plohe. Stabla su odabrana na primjernoj plohi na povoljnom mjestu, budući da je stanište na ovoj manjoj površini jednolično. Kod izbora se je uglavnom pazilo, da izabrana primjerna stabla nisu bila zasjenjivana po pričuvcima. Na primjernoj plohi rušena su 4 stabla i to 2 hrastova i 2 brijestova. Stabla su na već opisani način analizirana i izračunate aritmetičke sredine provedenih analiza (vidi tabele 4, 5 i 6).

Osim ova 4 stabla posječena su još 2 hrastova stabalca u odjelima 5 i 6. Ova stabalca imala su slijedeću starost, visinu i debljinu:

stablo	starost god.	visina m	debljina u prs. vis. mm
1	14	7,7	77
2	14	8,4	64.

Podatke analiza ovih stabalaca radi pomanjkanja prostora ne donosim, a to s razloga što se tok njihovog prirasta podudara sa tokom prirasta analiziranih stabala koja su gore prikazana.

Osim položene primjerne plohe u niskoj šumi, položio sam primjernu plohu i u preostaloj visokoj šumi veličine 0,5 ha sa svrhom, da provedem upoređenje između toka prirasta stabala iz sjemena i stabala iz panjeva. To upoređivanje prirasta, a osobito visinskog, biće tada ispravno, ako su boniteti tla, na kojima su analizirana stabla rasla, jednaki. Radi toga proveo sam analizu stabala iz sjemena u visokoj šumi u Leskovcu i odabrao primjernu plohu tako, da stanište primjernih ploha bude što jednoličnije. Sastojina je svojedobno podignuta sadnjom žira pod motiku.

Na primjernoj plohi su stabla izbrojena i razvrstana prema vrsti drveća (vidi tabelu 1 i 2). Ako promatramo podatke tabele broj 2 to vidimo da osim klena ima veliki broj suhih hrastovih stabala. Uzrok tolikom broju suhih hrastovih stabala je taj, što sastojina nije bila nikada proređivana, usprkos tome što je stara već 50 godina. Posljedica tog propusta je slabiji prirast sastojine u debljinu, što se najbolje vidi na maloju debljini srednjeg sastojinskog stabla (18 cm.) Sa uzgojnog gledišta treba taj propust žaliti, a pogotovo, ako se u obzir uzme oskudica na ogrjevu pravoužnitnika i neposredna blizina šume od grada Vinkovaca. Radi nestašice na ogrjevnom drvu pristupa uprava imovne općine prevodenju još preostalih površina visokih šuma u niske, tako da će čitava šuma Leskovac biti prevedena u nisku šumu. Nema dvojbe o tome, da se vaļjano vršila proreda u šumi Leskovac, da bi otpala današnja potreba prevodenja cijele površine ove visoke šume u nisku, jer bi se prorednim materijalom u velikoj mjeri regulisala nestašica ogrjeva. Isto stanje koje danas postoji u šumi Leskovac vlada i u mnogim drugim gospodarskim jedinicama kako sam to već naprijed spomenuo.

Nakon provedenog izbrajanja stabala izračunata su srednja sastojinska primjerna stabla za hrast i brijest. Rušena su 2 hrastova i 2 brijestova primjerna stabla. Kod izbora stabala pazio sam na to, da su stabla nešto jače razvijena, jer kao takova nisu bila u velikoj mjeri izložena štetnom uplivu zasjenjivanja od strane susjednih stabala, nego su se mogla slobodnije razvijati. Navedena stabla su analizirana i izračunate su aritmetičke sredine analiza (vidi tabele 7, 8 i 9).

Osim spomenutih analiza proveo sam još analizu dvaju hrastovih stabala u gospodarskoj jedinici Vrapčana B., koja se sada prevodi u nisku šumu. Sve navedene prilike staništa za šumu Leskovac vrijede uglavnom i za ovu gospodarsku jedinicu, koja se nalazi u blizini Vinkovaca i rijeke Bosuta. Stabla za analizu izabrana su između dostatnog broja stabala koja su ostavljena radi naknadnog podmirivanja pravoužnitnika na građevnom drvu. Svrha je i tim analizama da se prikaže tok prirasta stabala iz sjemena u uporedbi sa tokom prirasta stabala

iz panjeva, a ujedno da se vidi kako prirlašćuju visoke šume koje se prevode u nisko šumsko gospodarenje. Proučavanjem prirasta tih šuma moći će se vidjeti kako se velik gubitak uzrokuje prevadanjem sadanjih visokih šuma u naponu prirasta u niske šume.

Oba pomenuta stabla su analizirana i izračunate aritmetičke sredine provedenih analiza (tabela 9 i 10).

Prije nego prijedem na razmatranje toka prirasta stabala iz panjeva i iz sjemena napominjem, da su sva analizirana stabla iz panjeva pokazivala jednako karakterističan tok prirasta. Da se te karakteristike što jače istaknu, provedene su analize stabala iz panjeva u intervalu od 3 godine, osim analize drvnogromadnog i postotnog prirasta. Stabla iz sjemena analizirana su u intervalu od 5 godina.

U promatranje uzećemo tok visinskog, debljinskog, kružnoplošnog, gromadnog i postotnog prirasta.

1. Visinski prirast.

Ako promatramo tok visinsko-prirasne krivulje sl. 1, odnosno podatke tabele 4 hrasta kitnjaka iz panja u Gloščaku, to vidimo slijedeće pojedinosti: Kulminacija visinskog prirasta u iznosu od 110 cm na godinu nastupa između 0 — 3 g. Odmah zatim on počne padati i padne na iznos od 53 cm između 6 i 9 god. od tada se ponovno diže i u intervalu od 9—12 god. postigne drugi najviši iznos od 67 cm na godinu. Dalje se prirast diže i pada, a od 24 godine pokazuje tendenciju stalnog padanja, dok u intervalu od 39—42 god. ne padne na minimalni iznos od 20 cm na godinu.

Sličan tok prirasta pokazuje i hrast lužnjak iz panja. Iz tabele 4 i slike 2 vidi se da i ovdje nastupa kulminacija visinskog prirasta između 0 i 3 god. sa iznosom od 80 cm na godinu; odmah zatim počne padati, te u intervalu od 6—9 god. iznosi 63 cm. Daljnjim se tokom prirast diže i u razdoblju između 12—15 g. postigne drugi najviši iznos od 70 cm na godinu. Od 27 g. pokazuje prirast u visinu tendenciju padanja, te u razdoblju između 33—36 g. padne na iznos od 27 cm na godinu.

Ako promatramo tok visinsko-prirasne krivulje brijesta iz panja prema slici 3 i podacima tabele 4 vidimo, da postoji isti odnos kao kod hrasta lužnjaka iz panja. Kulminacija prirasta nastupa odmah između 0 i 3 godine sa iznosom od 110 cm na godinu; zatim prirast naglo pada, te u razdoblju od 6—9 god. padne na iznos od 40 cm. Daljnjim se tokom prirast diže i oko 15 godine postigne drugi najviši iznos od 62 cm na godinu. Od 27. g. pokazuje prirast tendenciju, padanja. Mali porast

prirasta između 33—36 g. ne dolazi uopće u obzir. Prema toku prirasta između 27—33. g. može se zaključiti da će on i dalje padati.

Ako sada uporedimo tok prirasta stabala iz sjemena sa tokom prirasta stabala iz panjeva, to vidimo iz tabele 4 i 9 i slika 2 i 3 slijedeće: Stabla iz panjeva u prve 3 godine svog života rastu naglo, a kulminacija prirasta nastupa u tom odlomku vremena. Naprotiv tome, stabla iz sjemena u ranoj mladosti rastu i prirašćuju polagano, a kulminacija njihova u visinu nastupa mnogo kasnije i sa mnogo manjim iznosom nego je to slučaj kod stabala iz panjeva.

Daljnja značajna osobina toka prirasta u visinu stabala iz panjeva je nagli pad prirasta poslije kulminacije u visinu, što se osobito ističe kod hrasta kitnjaka i brijesta, te zatim ponovno njegovo dizanje i nastupanje najvećeg iznosa iza prve kulminacije. Nazovimo taj najveći iznos iza prve kulminacije »drugom kulminacijom«. Prema slikama vidimo, da ta druga kulminacija nastupa kod hrasta kitnjaka između 9—12 g., kod hrasta lužnjaka između 12—15 g., a kod brijesta oko 15 g., te da je sa svojim iznosom gotovo jednaka kulminaciji stabala iz sjemena. Osobito se to ističe kod hrasta lužnjaka.

Prema gore navedenom izlazi, da su stabla iz panjeva obilježena dvjema kulminacijama prirasta u visinu u odlomku vremena od 0—15 g.; da prirast od 27 g. pa dalje pokazuje tendenciju bržeg padanja; da je izbojna snaga panjeva kod kitnjaka i brijesta jača i veća nego kod hrasta lužnjaka. Navedeno izlazi iz veličine kulminacije prirasta koja iznosi kod hrasta kitnjaka i brijesta 110 cm, a kod hrasta lužnjaka samo 80 cm u visinu. Brži rast u visinu pokazuje brijest i hrast kitnjak naprama hrastu lužnjaku do 12 g., a od 12. g. dalje zadrži to svojstvo samo brijest, koji stalno ima viši prirast od hrasta lužnjaka. Iz grafikona i tabele se vidi još i to, da je za istu dob postignuta visina stabala iz panjeva veća od postignute visine stabala iz sjemena. Naknadno ćemo razmotriti što je tomu uzrok.

Najposlije od važnosti je da promotrimo tok prirasta stabala hrasta lužnjaka iz šume Leskovac i Vrapčane B (krivulje II^a i II^b, slika 2.) Ako ispustimo iz vida razno vrijeme kulminacija, to vidimo da je tok prirasta u visinu kod stabala iz šume Leskovac mnogo nepravilniji nego kod toka prirasta stabala iz Vrapčane B, premda je i ovaj dosta nepravilan. Uzrok tom nepravilnom toku prirasta u visinu leži najviše u nikakvom njegovanju, odnosno ne izvedenom proredivanju sastojina u pravo doba. Poznato je da rasteenje stabala u visinu najviše zavisi o dobroti tla, a osim toga i o njegovanju i proredivanju sastojina. Da je tomu tako, najbolje se vidi kod analiziranih stabala iz šume Leskovac. Kod njih prirast u visi-

nu između 30—35 godine pada na iznos od 12 cm na godinu, a nakon toga, što su se ista oslobodila pritiska susjednih stabala počne prirast da raste na iznos od 40 cm na godinu. Jasnije je da je uslijed toga što su se krošnje analiziranih stabala oslobodile utjecaja susjednih stabala, došlo do jačeg njihovog razvijanja, a kao posljedica toga je i jače razvijanje korjena. Najnovija istraživanja su pokazala, da stabla koja imaju jače razvijene krošnje imaju ujedno i jače razvijen sistem korjena³⁾, a prema prof. Wilhelmu visinski prirast zavisi o razvitku korjena stabala. Prema tome vidimo na ovoj analizi prirasta u visinu, a još bolje će se to vidjeti na analizi drugih prirasta, od kako teških posljedica je nenjegovanje sastojina i koliki gubici nastaju od neizyadanja poroda sastojina.

2. Debljinski prirast.

Debljinski prirast u prsnoj visini može se promatrati istom od onoga vremena kad stablo naraste do te visine. Tu visinu hrast kitnjak i brijest iz panjeva postignu poprečno u 1 godini, a hrast lužnjak iz panja u 2 godini. Ako promatramo tok debljinsko-prirasne krivulje hrasta kitnjaka iz panja (slika 4) i podatke iz tabele 4, to vidimo, da kulminacija debljinskog prirasta nastupa između 1 i 3 godine sa iznosom od 9 mm na godinu. Odmah zatim prirast u debljinu pada, te u odlomku vremena od 6—12 g. zadržava se u istoj visini sa prosječnim iznosom od 6 mm na godinu. Dalje, se prirast diže i pada, a od 24 g. dalje pokazuje tendenciju bržeg padanja. Minimalni pad je između 36—39 g. sa iznosom od 2,7 mm na godinu.

Sličan tok prirasta u debljinu pruža i hrast lužnjak iz panja (tabela 4 i slika 5). Njegova kulminacija nastupa odmah između 2—3 g. sa 8 mm na godinu. Nakon toga prirast pada, a u odlomku vremena od 6—12 godine ostaje u istoj visini sa prosječnim iznosom od 7 mm na godinu. Daljnjim se tokom prirast diže i pada, a od 30 g. pokazuje tendenciju padanja koja nije doduše tako nagla kao kod hrasta kitnjaka.

Ako promatramo tok debljinsko-prirasne krivulje brijesta iz panja prema slici 6 i podacima tabele 4, to vidimo da kulminacija prirasta u debljinu nastupa između 1 i 3 godine sa iznosom od 9,5 mm na godinu. Nakon toga prirast naglo pada i u daljnjem svom toku pokazuje mnogo nepravilnosti koje su posljedice raznih vanjskih utjecaja. U odlomku vremena između 33 i 36 g. prirast raste i iznosi prosječno 5 mm na godinu.

³⁾ Dr. Seeger: Erfahrungen über die Eiche in der Rhein-Ebene bei Emmendingen. Allg. Forst-u. Jgdztg. 1930 str. 201.

Iz opisa toka debljinskog prirasta vidi se dakle da postoji sličnost sa tokom visinskog prirasta koja se doduše više očituje kod hrasta kitnjaka i lužnjaka nego kod brijesta. Kulminacija jednog i drugog prirasta nastupa u istom odlomku vremena. Međutim dok se kod visinskog prirasta izrazito opaža njegov pad između 6 i 9 godine, a nastup »druge kulminacije« između 9 i 12 godine kod hrasta kitnjaka, odnosno između 12 i 15 g. kod hrasta lužnjaka, to debljinski prirast u odlomku vremena od 6—12 g. zadržava jednaki prosječni iznos na godinu. Uzrok da ne postoji izrazit pad debljinskog prirasta nakon kulminacije i vidljiv nastup »druge kulminacije«, kako to biva kod visinskog prirasta, leži u tome, što je debljinski prirast mnogo osjetljiviji na razne vanjske utjecaje (zasjenjivanje, razni kalamiteti, čišćenje, proreda itd.), te što mnogo aktivnije na njih reagira nego visinski prirast. Osim toga leži uzrok još i u tom, što su u obzir uzete aritmetiske sredine provedenih analiza stabala, a time su se navedene karakteristike u mnogome umanjile. Od važnosti je međutim znati, što je uzrokom porastu debljinskog prirasta brijesta u odlomku vremena od 27—36 g., kao i vrlo polaganom padu prirasta hrasta lužnjaka u istom odlomku vremena. Pretpostaviti se može da taj uzrok leži u provedenom čišćenju sastojine prije 8 godina. Istaknuto je već naprijed da debljinski prirast vrlo brzo reagira na ovakove utjecaje.

Ako uporedimo tok prirasta u debljinu stabala iz sjemena sa tokom prirasta stabala iz panjeva, to iz tabela 4 i 9 i slika 5 i 6 vidimo da kod stabala iz panjeva nastupa kulminacija debljinskog prirasta do 3 g. života. U odlomku vremena od 1 odnosno 2 pa do 15 godine kod hrastova, a kod brijesta od 1 do 9 g. postoji najveći prirast u debljinu. Naprotiv tomu kod stabala iz sjemena nastupa kulminacija kasnije, i to sa mnogo manjim inosom nego je to slučaj kod stabala iz panjeva. Kod stabala iz panjeva veličina »druge kulminacije«, koja međutim nije kod debljinskog prirasta tako izrazita kao kod visinskog, odgovara po svojoj veličini kulminaciji prirasta stabala iz sjemena. Sve navedeno se dobro opaža kod hrasta lužnjaka.

Kod visinske analize bilo je već istaknuto da je izbojna snaga panjeva brijesta i hrasta kitnjaka veća nego kod hrasta lužnjaka. To se još bolje vidi kod debljinske analize stabala, gdje je veličina kulminacije debljinskog prirasta kod brijesta i hrasta kitnjaka veća nego kod hrasta lužnjaka. Osim toga iz debljinske analize stabala izlazi i to, da su za istu dob postignute debljine stabala iz panjeva veće od postignutih debljina stabala iz sjemena. Isto smo utvrdili za visine kod visinske analize stabala.

Preostaje nam još da razmotrimo tok debljinskog prirasta hrasta lužnjaka iz šume Leskovac i Vrapčane B (slika 5.

krivulje II^a i II^b i tabela 9). Ako pustimo iz razmatranja kulminacije prirasta, to vidimo da je debljinski prirast stabala iz Leskovca gotovo uvijek manji od debljinskog prirasta stabala iz Vrapčane B. Uzrok malenom debljinskom prirastu stabala u šumi Leskovac leži u slabo razvijenim njihovim krošnjama. Tu je činjenicu već davno utvrdio Pressler koji je našao da je debljinski prirast ovisan o veličini i jakosti krošnje kojoj je direktno proporcionalan. Ova činjenica je kod nas nažalost slabo poznata. Slabo razvijene krošnje stabala u šumi Leskovac posljedica su nenjegovanja i neproređivanja sastojina. Taj propust najbolje se očituje na malenoj veličini prirasta u odlomku vremena između 35—40 godine, u kojoj dobi iznosi 2,4 mm na godinu, što je doista vrlo malo za ono prvoklasno tlo. Napominjem da taj minimalan prirast između 35 do 40 g. nije uzrokovan kakovim kalamitetom (gubar, pepelnica). Tu činjenicu slabog prirasta zbog neproređivanja sastojina najbolje dokumentuju stabla iz Vrapčane B. koja u tom odlomku vremena ne pokazuje nikakav pad prirasta, već naprotiv porast prirasta u debljinu. U odlomku vremena između 40—45 g. prirast u debljinu se diže na iznos od prosječno 3,6 mm na godinu. Uzrok tog porasta je, kako sam već ranije spomenuo kod visinske analize, oslobađanje krošanja analiziranih stabala od pritiska susjednih stabala i jačanje njihove krošnje.

Ta analiza stabala u debljinu kao i visinska u Leskovcu jasno dokumentuju teške posljedice propusta neproređivanja sastojina u pravo doba.

3. Plošni prirast.

U toku plošnog prirasta spram debljinskog prirasta kod svih analiziranih stabala opaža se neko zakašnjanje. Karakteristične dvije kulminacije — koje su nastupile kod visinskog, a donekle i kod debljinskog prirasta — ovdje se gube.

Ako promatramo tok plošno-prirasne krivulje hrasta kitnjaka iz panja (tabela 4, slika 7), to vidimo da kulminacija nastupa između 33—36 g. sa iznosom od 8 cm² na godinu. No međutim nije ni to izrazito, jer se plošni prirast između 39 do 42 g. ponovo diže na isti iznos. Isti slučaj vidimo i kod hrasta lužnjaka i brijesta iz panja gdje kulminacija nije još nastupila ni do 36 g. (tabela 4, slika 8 i 9). Hrast lužnjak i brijest pokazuju maksimalni iznos plošnog prirasta između 33—36 g. i to hrast sa 11 cm², a brijest sa 12,7 cm² prosječno na godinu.

Ako uporedimo tok plošnog prirasta stabala iz panjeva sa tokom prirasta stabala iz sjemena (tabela 4 i 9, slika 8 i 9),

to vidimo da je plošni prirast stabala iz panjeva u prvim godinama života mnogo veći nego kod stabala iz sjemena. Taj jači plošni prirast kod hrasta lužnjaka traje do 18, a kod brijesta do 8 godine. No međutim i poslije toga vidimo da je u daljnjem toku plošni prirast stabala iz panjeva do izvjesnog vremena veći od prirasta stabala iz sjemena. Naročito se to opaža kod brijesta koji čitavim svojim tokom pokazuje mnoge nepravilnosti.

U pogledu plošnog prirasta analiziranih hrastovih stabala iz Vrapčane B. i Leskovca (tabela 9, slika 8, krivulje II^a i II^b) ističu se sve bitne osobine koje su napomenute već kod debljinskog prirasta, samo s tom razlikom, da su dotične osobine došle ovdje do još jačeg izražaja.

4. Gromadni prirast i postotak gromadnog prirasta.

Između toka gromadnog i plošnog prirasta postoji velika sličnost. Radi toga se kod gromadnog kao i kod plošnog prirasta gube one karakteristike koje su se javljale kod visinskog i debljinskog prirasta. U početku života stabala iz panjeva vidimo da je gromadni prirast malen, premda postoji u tom odlomku vremena velik prirast u debljinu i visinu. Uzrok tomu je još slabo razvijena krošnja stabala u mladosti. Uporedo s razvitkom krošnje i stvaranjem što većeg lisnatog plašta za tvorbu drva raste i gromadni prirast. Prema tomu vidimo da radi toga kulminacija kod hrasta kitnjaka nastupa istom između 30—35 g. sa prosječnim iznosom od 0,01 m³ na godinu (tabela 4, slika 10), dok kod hrasta lužnjaka i brijesta ne nastupa ta kulminacija ni do 35 godine. Najveći gromadni prirast kod hrasta lužnjaka iznosi prosječno 0,0123 m³, a kod brijesta 0,0112 m³ na godinu (tabela 4, slika 11 i 12).

Iz upoređenja toka prirasta stabala iz panjeva sa tokom prirasta stabala iz sjemena (tabela 4 i 9, slike 11 i 12) izlazi, da je prirast stabala iz panjeva trajno veći od prirasta stabala iz sjemena. Mala nepravilnost koju čini brijest može se zaboraviti. Nadalje se iz upoređenja vidi i to, da je kod iste dobi drvna masa stabala iz panjeva trajno veća od drvne mase stabala iz sjemena.

Glede gromadnog prirasta analiziranih hrastovih stabala Vrapčane B. i Leskovca vrijede i ovdje već opisane osobine koje se međutim u ovoj analizi najbolje ističu. Držim da nije potrebno napose opisivati gromadni prirast stabala iz Leskovca, nego je dovoljno pogledati njegov grafički prikaz (slika 11 II^b), pa se može odmah vidjeti od kako je teških posljedica zanemarivanje proredivanja sastojina, odnosno prepuštanje razvitka sastojine samoj sebi.

Postotne krivulje odnosno postoci prirasta mase (slike 13 i 14 tabela 4 i 9) pružaju nam ove pojedinosti. U početku je postotak prirasta kod stabala iz panjeva i iz sjemena vrlo visok; sa starošću naglo pada. To naglo padanje postotka prirasta traje do 20 godina, a u daljnjem toku života je mnogo polaganije.

Postotak prirasta mase kod hrastovih stabala iz panjeva pada mnogo bržim tempom nego kod stabala iz sjemena. On je kod stabala iz sjemena trajno veći nego kod stabala iz panjeva. Kod brijesta nije međutim isti slučaj kao kod hrastovih stabala. Uzrok je tomu taj, što su brijestova stabla iz sjemena uzeta iz nenjegovane šume Leskovac. No međutim i brijestova stabla iz panjeva pokazuju od 25 godine tendenciju vrlo naglog padanja postotka prirasta (slika 14). Iz svega rečenoga izlazi da kod svih stabala, a pogotovo kod hrastova prirašćuje drvna gromada stabala iz sjemena trajno većim postotkom, nego kod stabala iz panjeva.

Ako uporedimo tok postotka prirasta hrastovih i brijestovih stabala iz Leskovca sa tokom postotka prirasta stabala iz Vrapčane B. (slika 13 i 14, krivulje I^a i I^b), to vidimo da je isti kod stabala iz Leskovca više manje pravilan, s razloga, što je sastojina bila prepuštena samoj sebi, te što stabla nisu imala dovoljno snage za akciju i reakciju. Tek poslije 40 godine kod analiziranih hrastovih stabala dolazi do reakcije kada su krošnje stabala bile oslobođene od pritiska susjednih stabala. To se najbolje očituje u porastu postotka prirasta mase koji od 4,6% raste na 6,6%. Prema tome vidimo da nam i ova analiza postotnog prirasta dokumentuje potrebu što intenzivnijeg njegevanja i proredivanja sastojina, a s time i dizanja rentabiliteta gospodarenja.

III. O UZROCIMA ZNAČAJNOG TOKA PRIRASTA STABALA IZ PANJEVA.

Pošto smo izložili tok prirasta stabala iz panjeva, koji je obilježen visokim iznosom u prvih 15 godina, a kod visinskog i debljniskog prirasta još i dvjema kulminacijama, nastaje pitanje: što uzrokuje nagli rast i karakterističan tok prirasta stabala iz panjeva?

Uzrok takvom toku prirasta kao i naglom rastu leži u fiziološkim zakonima. Prema mnogim istraživanjima (Hartig, Jost, Büsgen) nalazi se u korijenju stabala velika množina rezervnih hraniva. Nakon sječe stabala koja imadu još sposobnost tjeranja izdanaka potjeraće u vrijeme vegetacione periode velika množina izdanaka iz panja. Kako smo iz analize stabala vidjeli, imaju ti izdanci najveći prirast u visinu i u de-

bljinu u vremenu od prvih 6 godina. Uzrok tako brzom rastu i velikom prirastu ima se pripisati rezervnim hranivima korijenja, koja odatle izdanci crpe⁴).

Prema istraživanju Mulopulosa može se smatrati prirast stabala iz panjeva do 5, a u našim analizama do 7 godine kao suma autotrofnog prirasta, tj. prirasta koji stvara sam izbojak svojom krošnjom i korijenjem, i prirasta koji stvaraju rezervna hraniva u panju i korijenju. To ćemo sve najbolje razložiti na visinskom prirastu koji, kako smo već ranije spomenuli, najslabije reagira na razne vanjske utjecaje u uporedbi sa drugim prirastima.

Rastavimo visinski prirast izbojaka u prvih 7 godina na autotrofni prirast i prirast uzrokovan rezervnim hranivima i razmotrimo svaki za sebe. Ako uzmemo kod razmatranja autotrofnog prirasta izdanaka u obzir i stabla iz sjemena kod kojih postoji samo taj prirast, te ako primijenimo rezultate toka autotrofnog prirasta stabala iz sjemena na autotrofni prirast izdanaka iz panja, to vidimo da je isti u prvim godinama života stabala vrlo malen. Sa starošću on raste do izvjesnog vremena, postigne maksimalni iznos odnosno kulminaciju, a zatim pada. Nasuprot tome prirast uzrokovan rezervnim hranivima iz korijenja je u prve 3 godine vrlo velik, što se najbolje vidi iz provedenih analiza, ako odbijemo mali iznos autotrofnog prirasta od ukupnog prirasta u tome vremenu. Nakon toga vremena on naglo pada, te oko 7 godine potpuno nestaje, budući da su se istrošila rezervna hraniva korijenja. Od tog vremena postoji samo autotrofni prirast koji raste uslijed razvijanja krošnje izdanaka, te postigne maksimum odnosno kulminaciju između 9—15 godine, već prema vrsti drveća i do broti staništa. Ovaj maksimum autotrofnog prirasta odgovara našoj »drugoj kulminaciji«. Prema tome vidimo da je prva kulminacija rezultat sume autotrofnog prirasta i prirasta uslijed rezervnih hraniva, a druga kulminacija je rezultat samo autotrofnog prirasta. Tu tvrdnju potkrepljuje još i činjenica da je »druga kulminacija« prirasta po svojoj veličini jednaka veličini kulminacije prirasta stabala iz sjemena, što se vrlo dobro vidi iz provedenih analiza prirasta stabala. Prva kulminacija je znatno veća od »druge kulminacije« radi sume jednog i drugog prirasta.

Poslije ovog razmatranja možemo razumjeti zašto su kod iste dobi stabala postignute dimenzije kao: visina, debljina, temeljnica i masa stabala iz panjeva veće od istih dimenzija stabala iz sjemena. Uzrok navedenom je u tom, što su spomenute dimenzije kod stabala iz panjeva tvorevina autotrofnog prirasta i prirasta uslijed rezervnih hraniva, a kod stabala iz

⁴) Navedeno djelo str. 1.

sjemena su one tvorevina samo autotrofnog prirasta. Ta razlika u dimenzijama biće to veća uz jednake druge uvjete, što se nalazi veća množina rezervnih hraniva akumuliranih u korijenju, odnosno što je veći prirast uzrokovan tim hranivima.

IV. ZAKLJUČAK.

Iz dosadanjeg razmatranja analiza prirasta stabala upoznali smo tok prirasta stabala iz panjeva, a ujedno i uzroke koji na nj utječu. Na temelju poznavanja prirasta koji je osnova racionalnom šumskom gospodarenju, izvešćemo sada zaključke za praksu.

Poslije sječe stabala u doba mirovanja koja imaju još sposobnost tjeranja izdanaka, potjeraće u doba vegetacione periode oko 19—28 izbojaka. (Navedeni broj izdanaka ustanovio sam na sječinama u šumi Leskovac). Visine i debljine tih izdanaka su razne. Visine se kreću od nekoliko decimetara do 1 m i više. Prirast svih tih izdanaka, kako smo već spomenuli, osniva se na autotrofnom prirastu i na prirastu uzrokovanom rezervnim hranivima i korjenu. Od svih izdanaka koji crpu tu rezervnu hranu za svoj rast odnosno prirast, ostaće kod hrasta i brijesta na panju do 30 odnosno 40 godine tek jedan ili najviše do dva izdanaka. Svi ostali izdanci će tokom života propasti. Zaključujući prema dosadanjim istraživanjima u visokim šumama, biće i tu izlučivanje to brže i jače, što je tlo bolje i što je veći zahtjev vrste drveća na svjetlost. Ako uvažimo navedeno, kao i to da je prirast izdanaka uzrokovan rezervnim hranivima to veći, što je više istih akumulirano u korijenju, to dolazimo do slijedećeg zaključka: Uz istu količinu rezervnih hraniva biće rast, odnosno prirast pojedinih izdanaka to veći odnosno on će to dulje trajati, što je manje izdanaka koji ta ista hraniva crpu. Prema tome trebalo bi odmah nakon toga što su izdanci iz panjeva potjerali, a čiji broj je prilično velik (19—28), smanjiti na 4—5 najjačih izdanaka, odnosno drugim riječima, treba provesti trijebljenje⁵⁾. Tim postupkom odstranili bi velik broj izdanaka koji su i onako osuđeni na propast tokom života, a sačuvali bi veću množinu rezervnih hraniva za preostale izdanke. Kao posljedica toga trijebljenja bio bi mnogo jači prirast preostalih izdanaka. Od kako povoljnih utjecaja je jači prirast izdanaka uslijed rezervnih hraniva obzirom na dimenzije stabala, već smo ranije razmotrili. Nakon 3 godine, kad općenito počne prirast padati, može se broj izdanaka smanjiti od 5 na 2 najjača. Potrebним trijebljenjem jačamo preostale izdanke, a pogotovo njihove krošnje, te tim poluču-

⁵⁾ Prof. Petračić dr. Andrija: Uzgajanje šuma II. dio str. 280.

jemo ravnotežu koja treba da postoji između korjena i krošnje stabala. Prema Presslerovim istraživanjima postoji ravnoteža između sistema korjena i množina lišća odnosno krošnje, te stabla nastoje sve nastale smetnje u tom smjeru svladati i izravnati.

Iza toga što su izdanci iz panja potjerali, ne postoji navedena ravnoteža između sistema korjena posječenog stabla i veličine krošnje izdanka, jer je sistem korjena posječenog stabla mnogo veći nego to odgovara krošnjama izdanaka. Da što prije dođe do ravnoteže između korjena i krošnje, te da korjen što manje trpi uslijed narušenja iste, budući da ne dobiva onu množinu hraniva koja mu je potrebna obzirom na njegovu veličinu, stvara priroda veliki rast i prirast koji mi gore spomenutim postupkom još pospješujemo.

Poslije zadnjeg čišćenja može se sastojina prepustiti sama sebi do 20 godine. U 20 godini treba pristupiti prvoj proredi. Ta proreda treba da je slaba da se stabla priuče, na slobodniji položaj. Utjecaj prorede biće od najveće važnosti za daljnji tok prirasta. To smo vidjeli iz provedenih analiza, gdje su analizirana stabla niske šume u Leskovcu pozitivno reagirala na provedeno čišćenje prije 8 godina. Tim postupkom spriječićemo nagli pad visinskog prirasta koji, kako smo vidjeli, nastupa oko 27 godine. Pad visinskog prirasta postojaće i dalje uslijed sve veće starosti stabla, ali on neće padati tako brzim tempom, kao kod neprorodene sastojine. U pravo vrijeme provedena proreda utječeće najpovoljnije na razvitak krošnje, odnosno na debljinski prirast koji, kako smo već spomenuli, vrlo brzo reagira na takove uzgojne mjere. Poslije prve slabe prorede mogu se provodati daljnje jače prorede i to nakon svake treće godine, sve do ophodnje od 30 godina. Ako se to slučajno pokaže kao nepodesno, može se provesti još jedna jaka proreda u 25 godini, a sječa čitave sastojine izvesti u 30 godini.

Na temelju provedenih analiza prirasta u debljinu vidimo da srednje sastojinsko stablo u niskoj šumi ima u 30 godini debljinu bez kore oko 15 cm. Kako smo u početku spomenuli, ni jedna sastojina u kojoj su vršena istraživanja nije bila njegovana odnosno proredivana do 29. godine. Sigurno je da će navedenim mjerama kao trebljenjem, čišćenjem i proređivanjem debljina srednjeg sastojinskog stabla biti znatno veća od 15 cm. Može se sa sigurnošću uzeti da će ona iznositi 19—20 cm, dakle da će u najmanju ruku odgovarati debljini srednjeg sastojinskog stabla sadanih nenjegovanih i neprorodivanih sastojina koje se gospodare u ophodnji od 40 godina. Nije potrebno napose isticati od kolike je to nacionalno ekonomske koristi.

Osim istaknutih prednosti u debljini koje će uslijed proređivanja nastupiti dolazi u obzir još i prihod na drvu kojim

će se isto tako moći pravoužitnici namirivati u ime ogrjevnog drva.

U uvodu sam napomenuo da bi ophodnja od 30 godina bolje odgovarala za proizvodnju ogrjevnog drva, te da je ona najpodesnija za uspijevanje niskih šuma na onom prvoklasnom tlu. Prvu tvrdnju smo dokazali, a sad ćemo nastojati dokazati i drugu. Provođenjem prorede jačamo ne samo krošnju, nego i korjen stabala, te ćemo tim postupkom postići u 40 godini jako razvijen sistem korijenja. Nakon sječe stabala i porasta novih izdanaka biće potreban dulji odlomak vremena da nastupi ravnoteža između tako jako razvijenog sistema korijenja i krošnje izdanaka. Uslijed toga dugog odlomka vremena nastupilo bi oslabljenje i propadanje korijenja. Osim toga što je jače razvijen korjen, a uz njegovu sve slabiju otpornost, pruža on sve veću mogućnost za napad gljiva i kukaca, a prema tomu stvara i opasnost za opstanak samih izdanaka. Ako se uzme u obzir osim navedenog da izdanačka snaga panjeva sa starošću pada, te da je ona najjača u mladosti, to izlazi jasno da je ophodnja od 30 godina najpovoljnija za trajno postignuće što veće količine ogrjevnog drva.

Sva provedena istraživanja o toku prirasta na srednjim sastojinskim stablima mogu se uglavnom primijeniti i na tok prirasta čitave glavne sastojine. To primjenjivanje rezultata naših analiza na cijelu sastojinu, može se u našim istraživanjima to prije dozvoliti, što su uzimane aritmetičke sredine pojedinih analiza, pa su se time mnoge nepravilnosti umanjile. No međutim ipak će postojati stanovite manje razlike između toka obih prirasta radi toga, što je sastojina sastavljena od stabala raznih dimenzija koje razno utječu jedna na drugu, i razno reagiraju na vanjske utjecaje.

Ako imamo u vidu sve rezultate istraživanja koja su se odnosila na niske šume kao i na visoku šumu u Leskovcu i Vrapčane B., dolazimo do slijedećih rezultata koje bi trebala da uvaži uprava Brodske imovne općine kod svog budućeg gospodarenja. Prva je dužnost uprave Brodske imovne općine da što prije pristupi valjanom njegovanju odnosno proređivanju svojih šuma, kako visokih tako i niskih. Dobivenim materijalom od proreda podmiriće se potrebe pravoužitnika na ogrjevnom drvu, a time će se znatno umanjiti postojeći etatni vacuum. Druga zadaća je sniženje ophodnje u niskim šumama od 40 na 30 godina. Ovim postupkom povećaće se godišnja sječiva površina, a bez štete po dimenzije drva, kako smo to iz naših razmatranja vidjeli, te će u znatnoj mjeri otpasti potreba pretvaranja vrijednih visokih šuma u malovrijedne niske. Kod njegovanja sastojina niskih šuma treba voditi brigu o tom, da hrastovi izdanci ne budu potisnuti odnosno upropašteni od grabovih izdanaka, što sam u sadanjim niskim šumama na

mного mjesta vidio. Valja znati da hrast daje jače dimenzije stabala, a prema tome i više drvne mase od graba za istu starost (vidi tabelu 2).

Ako uprava Brodske imovne općine uvaži istaknute rezultate ovog rada, držim, da će se sadanja velika potreba za ogrijevom u znatnoj mjeri umanjiti, a osim toga će se dići i rentabilitet šumskog gospodarjenja.

Na kraju ovih razmatranja želim još jednom naglasiti ogromni financijski gubitak uslijed prevodenja visokih šuma u niske. Zato će najbolje poslužiti šuma Vrapčana B., koja se danas prevodi u nisku šumu. Srednja starost sastojine ove šume kreće se oko 65 g., dok je debljina oko 32 cm u prsnoj visini. Prema prof. A. Petračiću⁶⁾ često panjevi hrasta lužnjaka ne tjeraju izdanke ni kod debljine panja 20—30 cm. Prema tomu trebalo je prije prevodenja visokih šuma u niske ispitati pokusom, da li su panjevi u šumi Vrapčane B. u stanju da potjeraju dobre izdanke. Iz navedenog izlazi, da je ova šuma prevalila dob tjeranja najjačih izdanaka iz panjeva, a što se najbolje očituje na ranijim sječinama, gdje izdanaka iz panjeva gotovo i nema, a u koliko i postoje, vrlo su slabi. Uglavnom je čitava površina obrasla pomlatkom brijesta iz sjemena.

Pustimo taj propust iz vida, te uzmimo u obzir rezultate naših analiza prirasta stabala. Iz tih analiza izlazi, da stabla Vrapčane B. prirašćuju godišnje u debljinu za 3,2 mm i da je postotak mase prirasta 3%. Poznato je da se financijski efekat u hrastovim šumama prosuđuje općenito po debljini stabala, te da su ona to vrednija, što su deblja. Imajući u vidu veliki postotak prirasta mase stabala Vrapčane B., a osim toga još i znatan kvalitativni prirast koji sa debljinom raste, to se vidi kako je velik nacionalno-ekonomski gubitak u tom, što se sijeku visoke hrastove šume koje se nalaze u naponu najboljeg ukamaćenja produktivnih kapitala uložених u šumsko gospodarstvo. Umjesto visokih dižu se niske šume koje, kako smo iz analiza vidjeli, trajno prirašćuju sa manjim postotkom mase, a osim toga ne postoji kod njih gotovo nikakav kvalitativni prirast. Jasno je dakle da niske šume mnogo slabije ukamaćuju produktivne kapitala nego visoke šume, te su radi toga i od manje rentabilnosti.

Na temelju svega došad izloženog dolazimo do zaključka, da se treba klonuti, ako je ikako moguće, gospodarjenja u niskim šumama i prijeći u gospodarjenje sa visokim šumama.

⁶⁾ Uzgajanje šuma II. dio str. 276.

V. ZUSAMMENFASSUNG.

Wegen Mangel an Brennholz begannen einige der unsrigen Vermögensgemeinden ihre hochwertigen Eichenhochwaldbestände in Niederwaldbestände überzuführen. Diese Ueberführung stellt nach Meinung des Verfassers einen grossen national-ökonomischen Verlust dar, weil sich die erwähnten Bestände auf den erstklassigen, für Ackerbau geeigneten und das Optimum für die Eiche repraesentirenden Böden befinden. Damit die Vermögensgemeinden von dieser Ueberführung Abstand nehmen und auf eine andere Art zum notwendigen Brennholze kommen könnten, hat der Verfasser Untersuchungen des Zuwachsganges in einem reinen Niederwaldbestande der Traubeneiche sodann in einem teils aus Stieleiche teils auch aus einigen anderen Laubholzarten bestehenden Niederwaldbestände und zuletzt auch in zwei hauptsächlich aus Stieleiche bestehenden Hochwaldbeständen angestellt. Es sollte dabei der Zuwachsgang der Stockausschlagbäume mit dem Zuwachsgange der aus Samen entstandenen Bäume verglichen werden.

Die erste Untersuchung wurde angestellt in dem 44 Jahre alten und der Gemeinde Desinec angehörigen Niederwaldbestande »Gloščak«. Sodann folgten die Bestände »Leskovac« und »Vrapčana« (Eigentum der Broder Vermögensgemeinde), die sich bei der Stadt Vinkovci im Bosutflussgebiete befinden. Zur Untersuchung (im Wege der Stammanalysen) wurden je 4—6 teils Bestandesmittelstämme teils Klassenmittelstämme ausgesucht. Aus den an Bestandesmittelstämmen gewonnenen Resultaten wurde das arithmetische Mittel genommen.

Auf diesem Wege stellte der Verfasser fest, dass die Kulmination des Höhen- und Stärkenzuwachses bei Niederwaldeichen in der Zeit vom 0. bis zum 15. Altersjahre stattfindet, sowie dass der Grundflächen- und Massenzuwachs im Alter von cca 40 Jahren kulminiert. Der Verfasser kommt weiter zum Schlusse, dass — bei der grossen Menge von Trieben, die nach dem Fällen des Mutterbaumes aus dem Stocke austreiben — es notwendig ist, eine Reinigung auszuführen, sowie dass es genügt, überall 4—5 Triebe am Stocke stehen zu lassen. Nach 3—4 Jahren muss diese Zahl auf 2 reduziert werden. Ausserdem kommt der Verfasser zum Schlusse, dass für die Niederwaldungen die 30-jährige Umtriebszeit als vorteilhafteste und rentabelste erscheint und dass vom 20. Jahre an jedes 3. Jahr eine intensive Durchforstung notwendig ist.

Der bisherige Betrieb in den Niederwaldungen der Broder Vermögensgemeinde wurde mit je einer Umtriebszeit von 40 Jahren geführt. Durch Herabsetzen der Umtriebszeit von 40 auf 30 Jahre, welche Massnahme für dortige Verhältnisse jedenfalls die bestgeeignete ist, wird die jährliche Schlagfläche

vergrössert werden und kann dadurch die Notwendigkeit der Ueberführung von Hochwaldbeständen in Niederwaldbestände wegfallen. Ferner empfiehlt der Verfasser, nicht die Weissbuche, sondern die Eiche bei der Pflege bzw. Durchforstung zu begünstigen, weil die Eiche bei demselben Alter ein grösseres Holzmassenquantum erzeugt.

Ausser dem angeführten empfiehlt der Verfasser intensivere Durchforstungen in den Eichenhochwaldbeständen und beweist mit Stammanalysen, von welchen schweren Folgen deren Unterlassungen begleitet werden:

Aus dem Vergleiche der Stammanalysenresultate betreffend sowohl die aus Samen als auch die aus Stöcken entstandenen Bäume geht hervor, dass die aus Samen entstandenen Bäume beständig grössere Massenzuwachspröcente aufweisen, als es bei den Stockausschlägen der Fall ist. Zieht man noch den Qualitätszuwachs in Betracht, welcher bei Eichenstämmen aus Samen mit der Stammstärke wächst, dagegen bei Stämmen aus Stöcken fast gar nicht festzustellen ist, so ist einleuchtend genug, dass die Hochwälder der Eiche besseren Wertzuwachs haben und die Produktionskapitalien daher besser verzinsen, als die Eichenniederwälder, dass demzufolge die Eichenhochwälder auch rentabel sind. Auf Grund des angeführten kommt der Verfasser zum Schlusse, dass man bei der Eiche vom Niederwaldbetriebe möglichst absehen und zum Hochwaldbetriebe übergehen soll.

Tabela 1

Prilježna ploha	Naziv	Tip šume	Površina primjerne plohe	Ekspozicija	Inklina-cija
			ha		
1	Gloščak	Niska šuma hrasta kitnjaka	2,0800	SI	15°
2	Leskovac	Niska šuma hrasta lužnjaka i graba	0,5000	—	ravno
3	Leskovac	Visoka šuma hrasta lužnjaka	0,5000	—	ravno

Tabela 2

Prsni promjer cm	Broj stabala na plohi broj											Opaska
	1			2				3				
	Hrast kitnjak	Hrast lužnjak	Brijest	Grab	Klen	Svega	Hrast lužnjak	Brijest	Klen	Svega	Suha	
6	—	1	—	58	6	65	7	3	1	11	8	Stabla od 32 cm debljine na primjernoj plohi 1 i stabla od 30 cm debljine na primjernoj plohi 2, jesu pričuvci iz sjemenara.
8	—	1	—	74	8	83	21	1	8	30	7	
10	25	1	1	89	12	103	37	1	3	41	8	
12	65	9	2	103	15	129	34	2	5	41	3	
14	144	6	4	52	9	71	53	2	3	58	2	
16	186	14	8	23	8	53	37	1	1	39	1	
18	189	16	1	9	3	29	40	3	2	45	—	
20	236	9	4	2	4	19	35	1	3	39	1	
22	126	14	3	3	—	20	23	4	4	31	1	
24	119	7	3	1	2	13	19	1	3	23	—	
26	81	6	1	1	—	8	18	3	2	23	—	
28	56	2	2	—	—	4	6	3	4	13	—	
30	27	2	2	—	—	4	2	1	3	6	—	
32	16	3	—	—	—	3	3	2	—	5	—	
34	3	1	—	—	—	1	2	1	1	4	—	
36	1	—	—	—	—	—	1	—	1	2	—	
38	—	2	—	—	—	2	2	—	—	2	—	
40	—	2	—	—	—	2	—	—	—	—	—	
42	—	3	—	—	—	3	—	—	—	—	—	
44	—	4	—	—	—	4	—	—	—	—	—	
Svega	1274	103	31	415	67	616	340	29	44	413	31	

Tabela 3

Vrst i tek. broj	Pokusno stablo			Visina prereza od zemlje m	Broj godova na prerezu	Broj godina za postignuti prerez god	Promjer bez kore u godini									Promjer s korom
	Prsni promjer s korom cm	Ukupna visina m	Starost god				5	10	15	20	25	30	35	40	Zadnjoj	
							cm									
Hrast kitnjak iz panja u Gloščaku	20,2	20,0	44	0,3	44	—	4,6	8,4	11,9	14,6	16,9	18,9	20,4	21,7	22,7	24,7
				1,3	43	1	3,5	6,8	9,9	11,9	13,9	15,4	16,5	17,6	18,4	20,2
				3,3	41	3	1,5	5,2	8,5	10,5	12,5	14,0	15,2	16,0	16,8	18,5
				5,3	38	6	—	3,2	7,0	9,4	11,5	13,2	14,5	15,5	16,3	17,8
				7,3	35	9	—	0,6	4,6	7,1	9,8	11,8	13,2	14,3	15,2	16,7
				9,3	32	12	—	1,8	4,1	6,9	9,2	11,1	12,5	13,7	15,2	—
				11,3	28	16	—	—	1,8	4,4	6,8	8,8	10,5	11,7	13,0	—
				13,3	22	22	—	—	—	1,8	4,3	6,4	8,1	9,4	10,6	—
				15,2	18	26	—	—	—	—	1,8	3,8	5,7	7,0	7,8	—
				17,2	12	32	—	—	—	—	—	1,0	3,0	4,3	4,8	—
19,3	5	39	—	—	—	—	—	—	0,3	1,4	1,6	—				
Hrast kitnjak iz panja u Gloščaku	20,5	20,3	43	0,3	43	—	4,3	7,2	9,7	12,2	14,2	16,8	19,3	21,5	23,2	25,2
				1,3	42	1	3,0	5,7	7,8	9,8	11,5	13,4	15,6	17,3	18,6	20,5
				3,3	40	3	1,4	4,4	6,7	8,7	10,4	12,0	14,6	15,6	16,8	18,4
				5,3	37	6	—	2,6	5,6	7,8	9,6	11,4	13,7	14,9	16,0	17,6
				7,3	33	10	—	—	3,7	6,4	8,8	10,6	12,8	14,1	15,3	16,7
				9,3	30	13	—	—	1,4	4,2	7,0	9,4	11,7	13,1	14,3	15,6
				11,3	26	17	—	—	—	1,5	4,3	6,9	9,4	11,0	12,3	13,4
				13,3	21	22	—	—	—	—	1,9	4,2	6,9	8,6	10,0	10,9
				15,3	17	26	—	—	—	—	—	1,6	4,2	6,1	7,5	8,3
				17,3	11	32	—	—	—	—	—	—	1,2	3,3	4,8	5,3
19,3	4	39	—	—	—	—	—	—	—	0,3	1,8	2,0				

Tabela 4

Aritmetiski srednje stablo	Starost	Visina	Visinski prirast	Debljina u prsnoj visini bez kore	Debljinski prirast	Kružna ploha u prsnoj visini bez kore	Plošni prirast	Starost	Drvena gromada bez kore	Gromadni prirast	Postotak gromadnog prirasta
	god	m	cm	mm	cm ²	god	m ³				
Hrast lužnjak iz panja u Leskovcu	3	2,4	80	0,8	8,0	0,7	0,7	5	0,0013	0,0003	52,1
	6	4,7	77	3,1	7,7	8	2,4				
	9	6,6	63	5,2	7,0	21	4,3				
	12	8,6	67	7,3	7,0	42	7,0				
	15	10,7	70	9,2	6,3	66	8,0				
	18	12,1	47	10,5	4,3	87	7,0				
	21	13,2	37	11,6	3,7	106	6,3				
	24	14,5	43	12,6	3,3	126	6,7				
	27	16,0	50	13,8	4,0	150	8,0				
	30	17,3	43	15,2	4,7	182	10,7				
	33	18,2	30	16,5	4,3	213	10,3				
	36	19,0	27	17,7	4,0	246	11,0				
Hrast kitnjak iz panja u Glošćaku	3	3,3	110	1,8	9,0	3	1,5	5	0,0024	0,0005	38,8
	6	5,3	67	3,8	6,7	12	3,0				
	9	6,9	53	5,6	6,0	25	4,3				
	12	8,9	67	7,4	6,0	43	6,0				
	15	10,6	57	8,8	4,7	61	6,0				
	18	11,8	40	10,0	4,0	79	6,0				
	21	12,8	33	11,2	4,0	99	6,7				
	24	14,3	50	12,3	3,7	119	7,3				
	27	15,7	47	13,4	3,7	141	7,3				
	30	16,7	33	14,4	3,3	163	7,7				
	33	17,6	30	15,4	3,3	186	8,0				
	36	18,4	27	16,3	3,0	210	8,0				
	39	19,3	30	17,1	2,7	230	6,7				
	42	19,9	20	18,0	3,0	254	8,0				
Brijest iz panja u Leskovcu	3	3,3	110	1,9	9,5	3	1,5	5	0,0030	0,0006	30,2
	6	5,9	87	4,0	7,0	13	3,3				
	9	7,1	40	5,6	5,3	25	4,0				
	12	8,8	53	6,7	3,7	35	3,3				
	15	10,6	60	7,7	3,3	47	4,0				
	18	12,4	60	8,6	3,0	58	3,7				
	21	13,8	47	9,7	3,0	74	5,3				
	24	15,0	40	10,8	3,7	92	6,0				
	27	16,7	57	12,3	5,0	119	9,0				
	30	17,8	37	14,0	5,7	154	11,7				
	33	18,5	23	15,4	4,7	186	10,7				
	36	19,4	30	16,9	5,0	224	12,7				

Tabela 5

Vrst i tekući broj	Pokusno stablo			Visina prereza od zemlje m	Broj godova u prerezu	Broj godina za postignuti prerez god	Promjer bez kore u godini								Zadnjoj Promjer s korom
	Prani promjer s korom cm	Ukupna visina m	Starost god				5	10	15	20	25	30	35		
							cm								
Hrast lužnjak iz panja u Leskovcu	20,5	18,8	37	0,35	37	—	2,8	6,3	10,9	14,1	16,6	21,2	24,5	25,6	27,3
				1,30	35	2	2,2	5,8	8,8	10,8	12,6	15,6	17,9	18,8	20,5
				3,30	33	4	0,7	3,8	7,0	9,4	11,1	13,6	15,5	16,3	17,6
				5,30	30	7	—	2,3	6,5	9,2	10,9	13,3	15,2	16,0	17,2
				7,30	27	10	—	4,8	7,9	9,9	12,6	14,4	15,2	16,4	
				9,30	24	13	—	1,8	5,4	7,9	11,1	13,2	14,0	15,2	
				11,30	21	16	—	2,4	5,4	9,2	11,5	12,4	13,7		
				13,30	16	21	—	2,4	6,3	8,8	9,8	11,0			
				15,30	11	26	—	3,0	5,8	7,0	8,0				
16,30	8	29	—	0,8	3,6	5,1	6,0								
Hrast lužnjak iz panja u Leskovcu	19,5	19,8	37	0,35	37	—	2,7	7,3	12,0	14,5	16,7	18,6	20,4	22,1	24,0
				1,30	35	2	2,5	5,9	9,6	11,8	13,5	14,9	16,5	17,6	19,5
				3,30	33	4	1,0	4,6	8,3	10,3	12,0	13,6	15,0	15,7	17,0
				5,30	30	7	—	3,4	7,2	9,0	11,0	12,7	14,2	14,8	16,4
				7,30	27	10	—	4,4	6,5	9,1	11,0	12,9	13,5	15,2	
				9,30	24	13	—	1,8	4,0	6,9	9,6	12,0	12,7	14,0	
				11,20	21	16	—	1,7	5,4	8,2	10,6	11,4	12,9		
				13,20	16	21	—	2,8	6,0	8,5	9,4	11,0			
				15,20	12	25	—	3,6	6,3	7,4	8,6				
				17,10	9	28	—	1,2	3,7	4,8	5,3				
17,60	8	29	—	0,6	3,0	4,1	4,5								

Tabela 6

Vrst i tek. broj	Pokusno stablo			Visina prereza od zemlje m	Broj godova u prerezu	Broj godina za postignuti prerez god	Promjer bez kore u godini								Zadnjoj	Promjer s korom	
	Prsni promjer s korom cm	Ukupna visina m	Starost god				5	10	15	20	25	30	35				
							cm										
Brijest iz panja u Leskovcu	19,4	19,3	37	0,35	37	—	4,4	7,0	9,0	11,3	14,0	17,4	20,5	22,4	24,4		
				1,30	36	1	3,1	5,4	7,1	8,9	11,2	13,7	16,0	17,5	19,4		
				3,30	34	3	1,4	4,0	5,8	7,4	9,4	11,5	13,4	14,5	16,0		
				5,50	31	6	—	1,8	4,5	6,8	8,6	10,5	12,4	13,5	14,8		
				7,50	27	10	—	—	3,0	5,3	7,5	9,4	11,5	12,4	13,8		
				9,50	24	13	—	—	1,4	3,7	5,7	8,1	10,2	11,2	12,7		
				11,50	21	16	—	—	—	1,5	3,6	6,5	9,0	10,2	11,3		
				12,50	19	18	—	—	—	—	0,8	2,8	5,7	8,3	9,5	10,4	
				13,50	16	21	—	—	—	—	—	1,8	4,3	7,0	8,4	9,3	
15,30	12	25	—	—	—	—	—	—	2,2	4,8	6,1	6,6					
Brijest iz panja u Leskovcu	19,5	19,9	37	0,35	37	—	4,5	7,8	9,7	11,4	14,3	17,8	20,3	21,7	23,6		
				1,30	36	1	3,7	6,6	8,2	9,8	11,4	14,4	16,7	17,7	19,5		
				3,30	34	3	2,2	4,7	6,5	8,1	10,3	12,3	14,4	15,3	16,7		
				5,30	33	4	0,6	3,0	5,2	7,1	9,6	11,8	13,6	14,5	15,8		
				7,30	28	9	—	0,7	3,6	6,0	8,6	10,8	12,4	13,5	14,8		
				9,30	24	13	—	—	1,4	4,3	7,0	9,4	11,2	12,3	13,4		
				10,40	22	15	—	—	—	3,3	6,0	8,5	10,4	11,4	12,4		
				11,30	20	17	—	—	—	—	2,6	5,2	7,6	9,5	10,6	11,5	
				13,30	18	19	—	—	—	—	—	0,6	3,2	5,7	7,8	8,9	9,6
				15,20	13	24	—	—	—	—	—	—	0,6	3,7	5,8	6,8	7,4
17,20	10	27	—	—	—	—	—	—	—	1,5	3,4	4,4	4,8				

Tabela 7

Vrst i tek. broj	Pokusno stablo			Visina prereza od zemlje	Broj godova u prerezu	Broj godina za postignuti prerez	Promjer bez kore u godini										Promjer s korom
	Prsnj promjer s korom	Ukupna visina	Starost				5	10	15	20	25	30	35	40	45	Zadnjoj	
	cm	m	god				cm										
Hrast lužnjak iz sjemena u Leskovcu	17,8	17,8	50	0,3	47	3	0,7	4,4	5,9	7,7	9,2	11,3	14,1	15,4	17,9	19,3	20,5
				1,3	44	6	—	2,9	4,0	6,1	7,3	9,5	11,2	12,7	14,9	16,2	17,8
				3,3	42	8		1,2	2,5	4,5	6,2	8,1	10,1	11,2	13,3	15,2	16,8
				5,3	39	11		—	2,0	4,1	5,9	7,5	9,4	10,8	12,6	14,1	15,5
				7,3	35	15			—	2,7	4,6	6,7	8,1	9,6	11,3	12,7	14,3
				9,3	29	21				—	1,6	4,2	6,1	7,6	9,9	11,3	13,0
				11,3	24	26					0,3	2,0	3,4	4,4	7,6	10,1	11,7
				12,3	22	28					—	0,6	2,1	3,4	6,7	8,8	10,1
				13,2	16	34						—	0,7	1,8	4,7	7,6	8,8
				14,9	8	42							—	—	1,5	2,8	3,3
Hrast lužnjak iz sjemena u Leskovcu	17,8	17,8	49	0,3	46	3	0,9	5,2	7,8	10,0	13,0	14,8	16,8	17,8	19,6	20,5	21,7
				1,3	43	6	—	3,2	5,6	7,5	10,2	11,9	13,5	14,4	15,7	16,6	17,8
				3,3	41	8		0,9	2,8	4,9	7,7	10,3	12,0	12,7	14,2	15,0	16,2
				5,3	36	13		—	1,1	3,1	6,0	8,8	11,0	11,9	13,3	14,1	15,4
				7,3	32	17			—	1,7	4,7	7,2	9,9	10,9	11,9	12,5	13,8
				9,3	30	19				0,2	3,1	6,1	8,3	9,3	11,1	11,9	13,0
				11,3	25	24				—	0,2	2,1	4,7	6,1	8,1	9,1	10,1
				12,2	22	27					—	1,1	3,9	4,9	6,6	7,3	8,2
				13,6	17	32						—	1,2	2,0	2,8	3,5	3,9
				15,6	8	41							—	—	1,3	2,2	2,5

Tabela 8

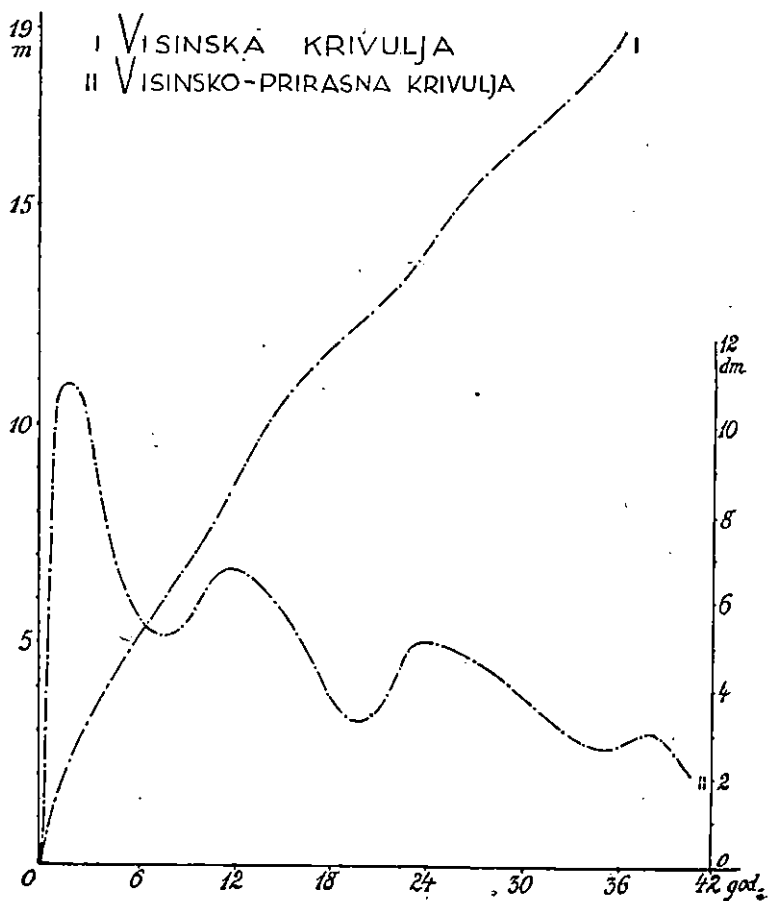
Pokusno stablo				Promjer bez kore u godini														Promjer s korom
Vrst i tek. broj	Prsni promjer s korom	Ukupna visina	Starost	Visina prereza od zemlje	Broj godina u prerezu	Broj godina za postignuti prerez	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	Zadnjoj	
							cm											
Brijest iz sjemena u Leskovcu	21,1	18,9	54	0,3	54	—	1,7	4,6	9,2	13,8	16,4	17,1	17,9	19,4	21,0	22,1	23,3	24,1
				1,3	52	2	1,6	4,5	8,1	10,8	12,2	12,9	13,5	14,9	16,4	17,7	18,8	21,1
				3,3	49	5	—	3,8	6,7	9,5	11,1	11,9	12,9	14,4	15,7	16,9	18,4	19,5
				5,3	47	7	—	1,7	5,2	7,8	9,6	10,7	12,1	13,7	14,9	16,2	17,4	19,0
				7,3	44	10	—	2,8	5,6	7,8	9,2	11,0	12,4	13,8	15,2	16,4	18,0	
				9,3	40	14	—	0,3	3,2	5,6	7,4	9,6	11,2	12,4	13,8	14,8	16,7	
				11,3	36	18	—	—	0,6	3,2	5,0	7,1	9,4	10,7	11,9	12,8	14,4	
				13,3	32	22	—	—	0,5	2,4	4,6	6,8	8,0	9,2	10,2	11,5		
				14,3	28	26	—	—	—	0,6	2,5	4,4	5,7	5,6	8,1	9,4		
				16,3	21	33	—	—	—	—	0,3	1,2	2,4	3,7	4,3	5,2		
17,3	16	38	—	—	—	—	—	0,2	0,7	1,7	2,4	3,6						
Brijest iz sjemena u Leskovcu	18,7	20,2	55	0,3	55	—	2,7	4,8	8,0	10,6	13,0	14,7	16,8	18,4	19,6	20,4	21,4	23,3
				1,3	53	2	1,3	4,1	6,1	8,3	10,0	11,4	13,4	14,9	15,9	16,8	17,3	18,7
				3,3	50	5	—	2,4	4,4	6,5	8,2	10,0	11,8	13,0	14,2	14,8	15,6	17,3
				5,3	47	8	—	1,1	3,5	5,4	7,5	9,0	11,3	13,0	14,0	14,5	15,0	16,7
				7,3	43	12	—	—	1,2	3,6	5,4	7,3	9,8	12,2	13,5	14,2	14,5	16,0
				9,3	38	17	—	—	0,8	3,2	5,2	7,5	10,5	12,0	12,5	13,1	14,8	
				11,3	32	23	—	—	—	0,8	2,5	4,8	8,2	9,8	10,5	11,2	12,6	
				12,3	29	26	—	—	—	—	0,9	3,3	6,9	8,7	9,4	10,2	11,7	
				14,1	21	34	—	—	—	—	—	0,4	4,3	6,2	7,3	8,0	9,2	
				16,1	18	37	—	—	—	—	—	—	1,5	3,4	4,7	5,6	6,6	
17,1	16	39	—	—	—	—	—	—	0,2	1,9	3,2	4,2	5,0					
18,1	11	44	—	—	—	—	—	—	—	0,4	1,6	2,6	3,6					

Tabela 9

Arhitektski srednje stablo	Starost	Visina	Visinski prirast	Debljina u prsnoj vi- šini bez kore	Debljinski prirast	Kruž. ploha u prsnoj visini bez kore	Plošni prirast	Drvena gromada bez kore	Gromadni prirast	Postotak gromadnog prirasta	
	god.	m	cm	mm	cm ²	m ³					
Hrast iz sjemena u Vrapčani B.	0		16								
	5	0,8	44	—	5,5		1,0	0,0001			
	10	3,0	60	2,2	7,0	4	4,4	0,0011	0,0002		
	15	6,0	46	5,7	6,8	26	7,8	0,0083	0,0014	47,7	
	20	8,3	22	9,1	3,8	65	6,0	0,0291	0,0042	27,2	
	25	9,4	62	11,0	4,6	95	8,8	0,0478	0,0037	11,8	
	30	12,5	36	13,3	4,8	139	11,0	0,0791	0,0063	11,1	
	35	14,3	22	15,7	5,0	194	13,2	0,1314	0,0105	16,6	
	40	15,4	30	18,2	4,4	260	13,4	0,1976	0,0132	8,8	
	45	16,9	16	20,4	3,2	327	10,6	0,2762	0,0157	6,9	
	50	17,7	14	22,0	3,8	380	13,8	0,3342	0,0116	3,9	
	55	18,4	20	23,9	4,4	449	17,2	0,4028	0,0137	3,8	
	60	19,4	24	26,1	3,2	535	13,6	0,4944	0,0183	4,1	
	65	20,6		27,7		603		0,5723	0,0156	2,9	
	Hrast iz sjemena u Leskovcu	0		16							
		5	0,8	76		7,5	—	1,7		0,0003	
10		4,6	40	3,0	3,6	7	2,2	0,0017	0,0007	25,1	
15		6,6	56	4,8	3,8	18	3,4	0,0052	0,0017	19,3	
20		9,4	36	6,7	4,0	35	4,8	0,0137	0,0033	15,5	
25		11,2	36	8,7	4,0	59	6,2	0,0301	0,0048	11,9	
30		13,0	12	10,7	3,2	90	5,8	0,0540	0,0059	8,9	
35		13,6	20	12,3	2,4	119	4,8	0,0833	0,0042	4,6	
40		14,6	40	13,5	3,6	143	8,2	0,1043	0,0079	6,6	
45		16,6		15,3		184		0,1440			
Brijest iz sjemena u Leskovcu	0		66		4,7		0,7		0,0001		
	5	3,3	70	1,4	5,8	2	2,6	0,0003	0,0009		
	10	6,8	48	4,3	5,6	15	5,0	0,0049	0,0029	31,0	
	15	9,2	42	7,1	4,8	40	6,2	0,0195	0,0042	15,6	
	20	11,3	36	9,5	3,2	71	5,2	0,0407	0,0045	9,5	
	25	13,1	26	11,1	2,0	97	3,6	0,0631	0,0043	6,5	
	30	14,4	24	12,1	2,6	115	5,2	0,0847	0,0067	7,2	
	35	15,6	38	13,4	3,0	141	6,6	0,1183	0,0091	6,8	
	40	17,5	14	14,9	2,4	174	6,0	0,1637	0,0075	4,2	
	45	18,2	14	16,1	2,4	204	6,2	0,2014	0,0065	2,9	
	50	18,9		17,3		235		0,2340			

Tabela 10

Pokusno stablo				Promjer bez kore u godini																									
Vrst i tek. broj	Prsni promjer s korom	Ukupna visina	Starost	Visina prereza od zemlje	Broj godova u prerezu	Broj godina za postignuti prerez	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	Zadnji	Promjer s korom								
	cm						m	god.	m	god.	cm																		
Hrast lužnjak iz sjemena u Vrapčani B.	33,0	20,80	69	0,3	66	3	0,9	3,2	6,5	9,9	12,0	14,3	18,0	21,2	24,4	26,5	29,4	31,4	33,5	35,7	38,9								
				1,3	63	6	—	1,9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—					
				3,3	58	11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				
				5,3	54	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				
				7,3	48	21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				
				9,6	41	28	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				
				11,4	39	30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				
				12,4	37	32	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
				13,4	35	34	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
				15,3	28	41	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
				16,3	24	45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			
				Hrast lužnjak iz sjemena u Vrapčani B.	31,0	21,8	66	0,3	63	3	1,0	3,1	8,0	13,8	16,5	18,7	21,1	23,1	25,5	27,1	29,2	33,0	34,9	35,0	37,8				
								1,3	60	6	—	2,5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
								3,3	56	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
								5,3	54	12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7,3	50	16	—					—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				
9,3	48	18	—					—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				
11,3	39	27	—					—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				
13,3	37	29	—					—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				
15,3	30	36	—					—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				
16,3	24	42	—					—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				
17,3	22	44	—					—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				
18,3	15	51	—					—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—				

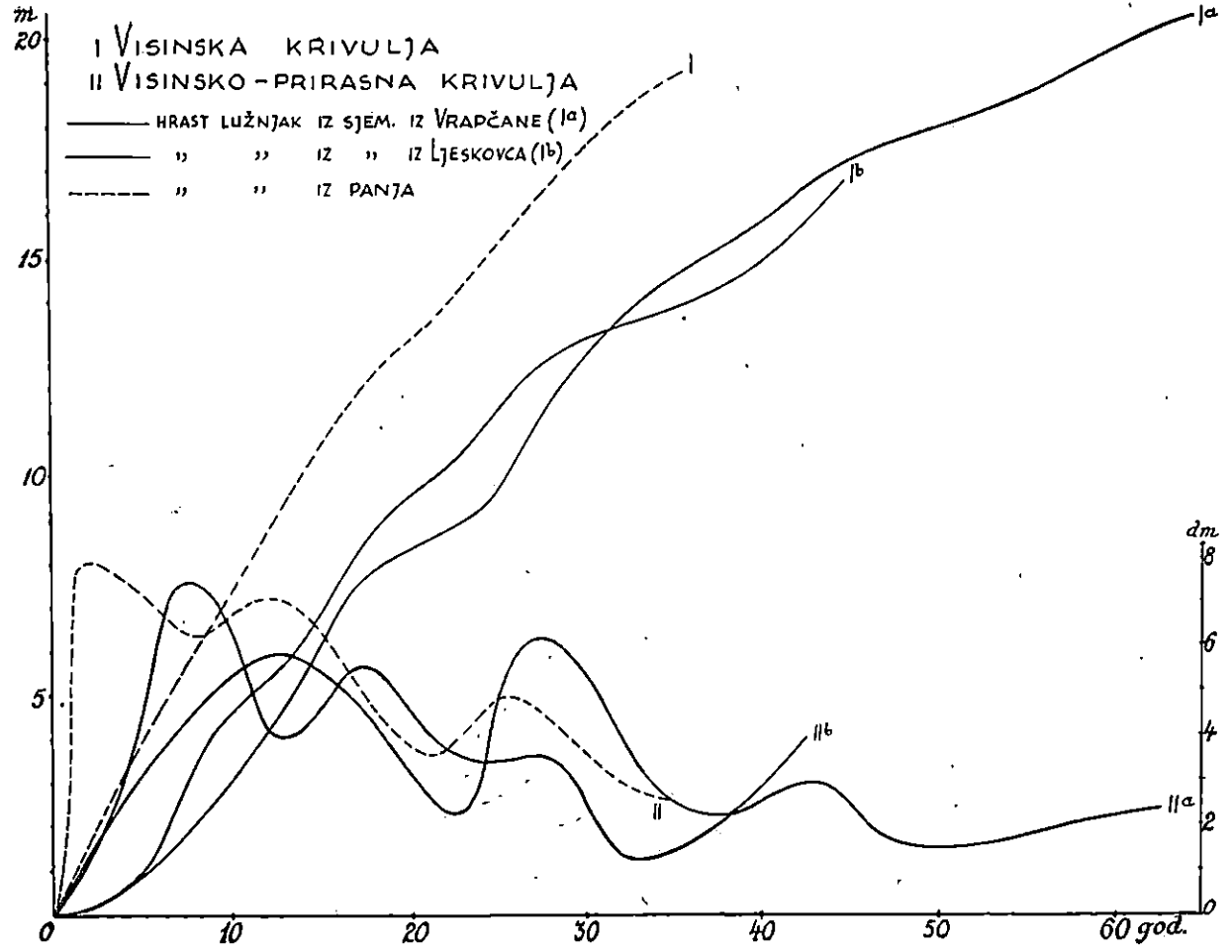


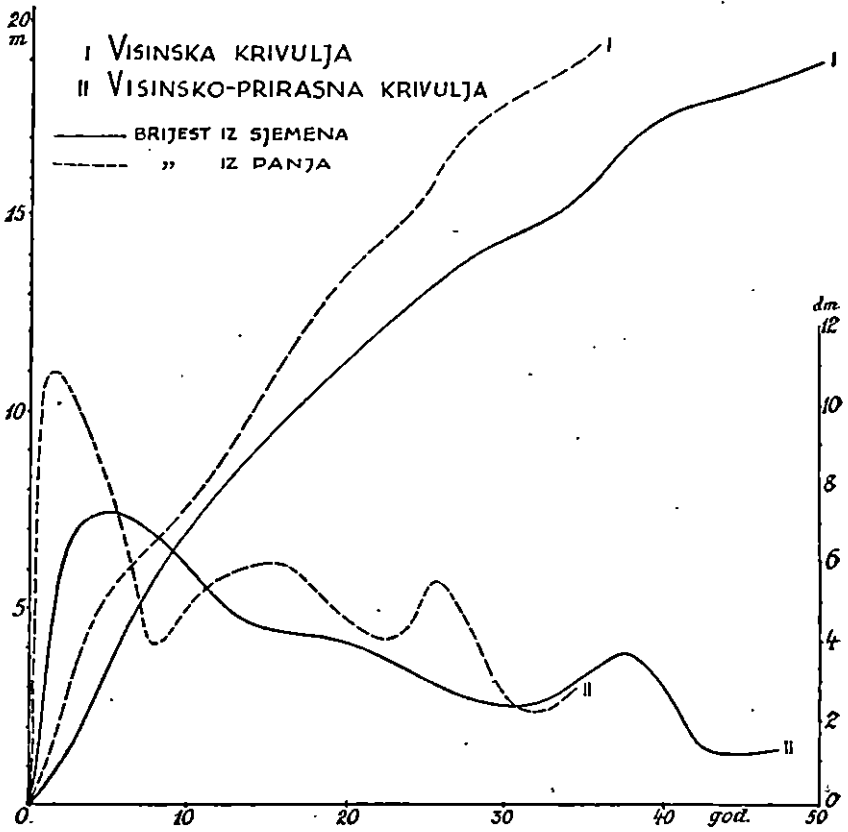
Sl. 1

Hrast kitnjak iz panja — Traubeneiche, Stockausschlag

I Höhen — Wachstumskurve

II „ — Zuwachskurve

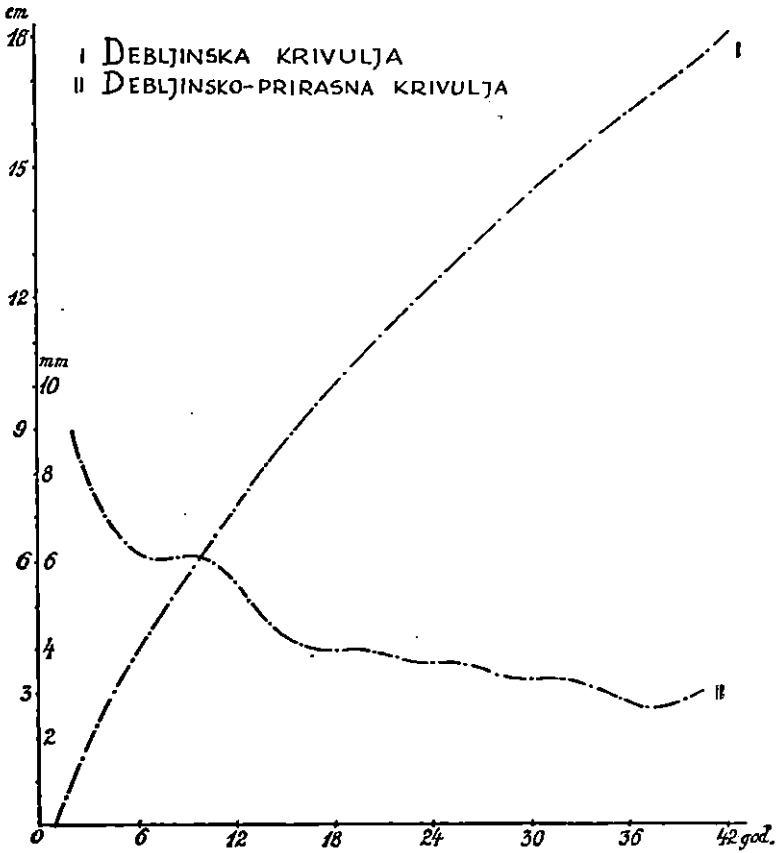




Sl. 3

Höhenwachstums — und Zuwachskurven

— Ulme aus Samen
- - - Ulme, Stockausschlag

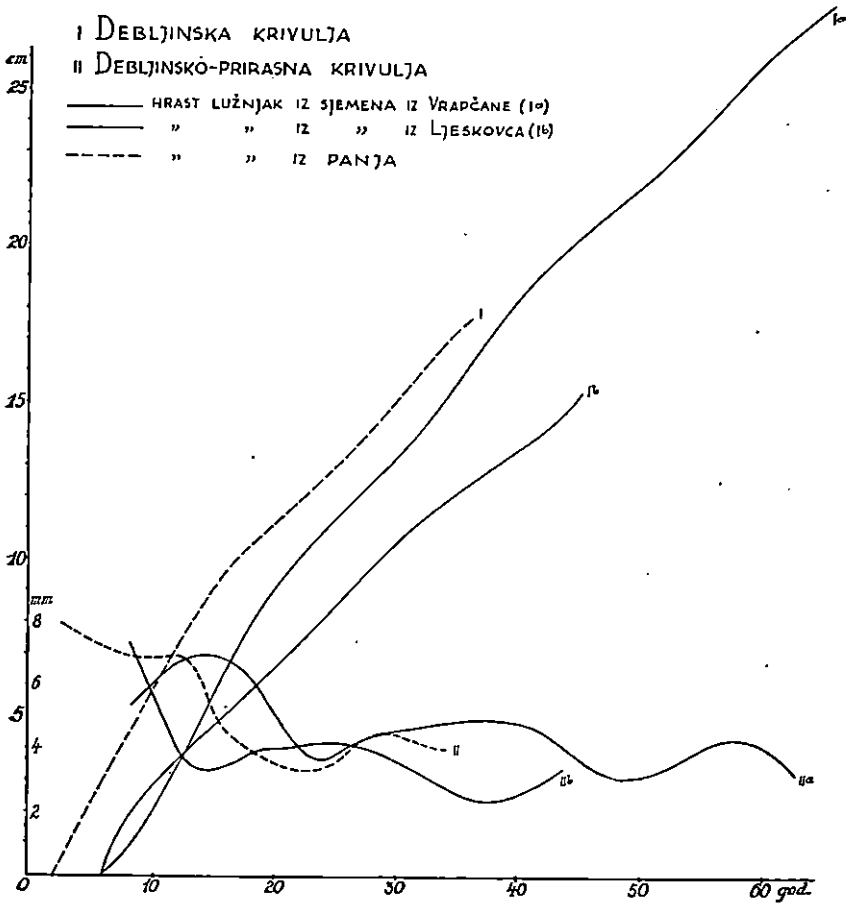


Sl. 4

Hrast kitnjak iz panja — Traubeneiche, Stockausschlag

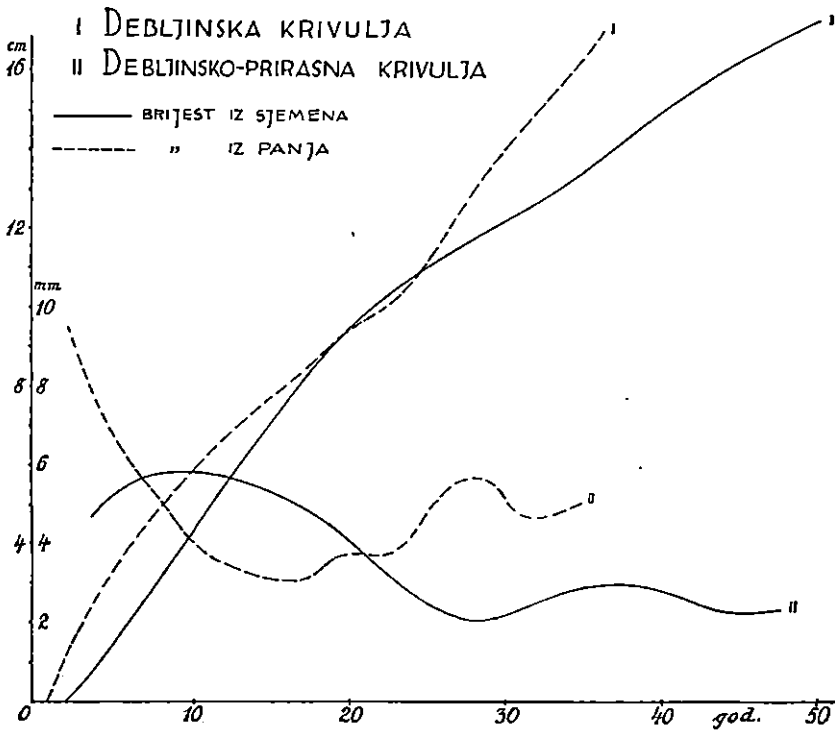
I Dicken — Wachstumskurve

II „ — Zuwachskurve



Sl. 5

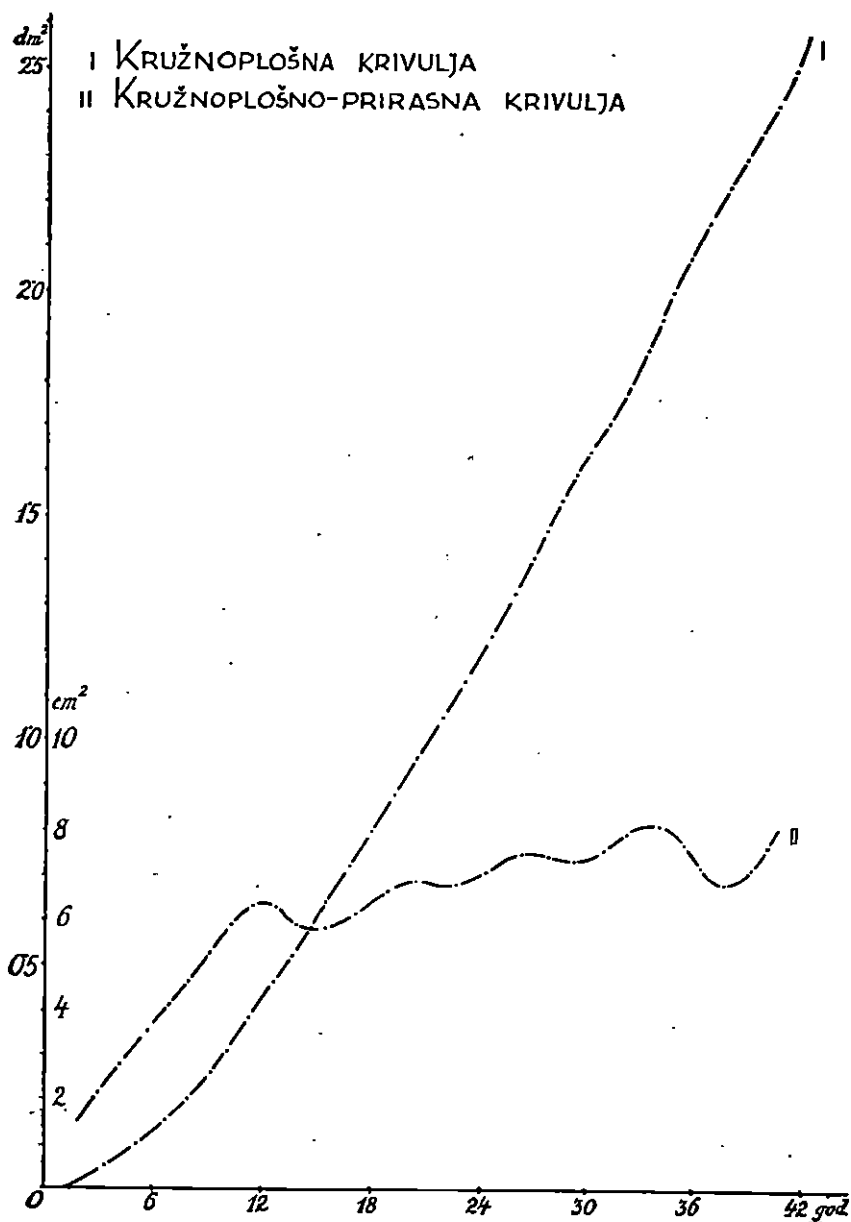
Dickenwachstums — und Zuwachskurven
 — Stieleichen aus Samen (1^a, 1^b)
 - - - Stieleiche, Stockausschlag



Sl. 6

Dickenwachstums — und Zuwachskurven

- Ulme aus Samen
 - - - Ulme, Stockausschlag

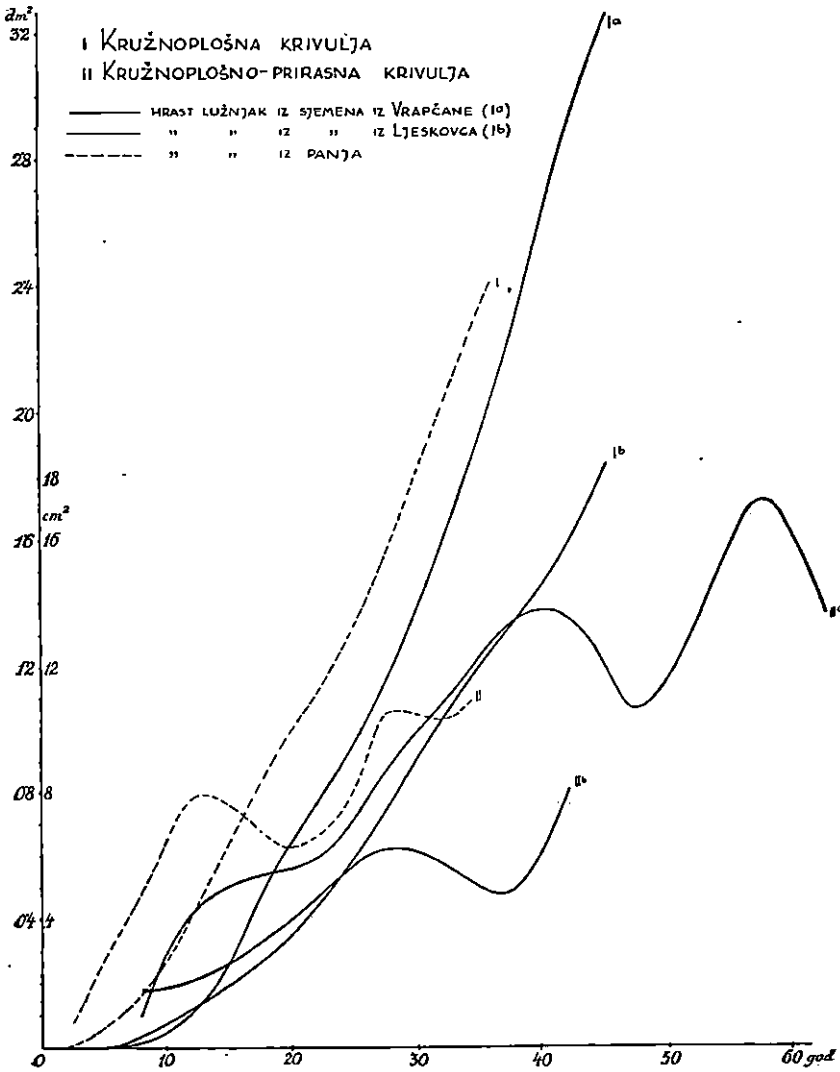


Sl. 7

Hrast kitnjak iz panja — Traubeneiche, Stockausschlag

I Flächen — Wachstumskurve

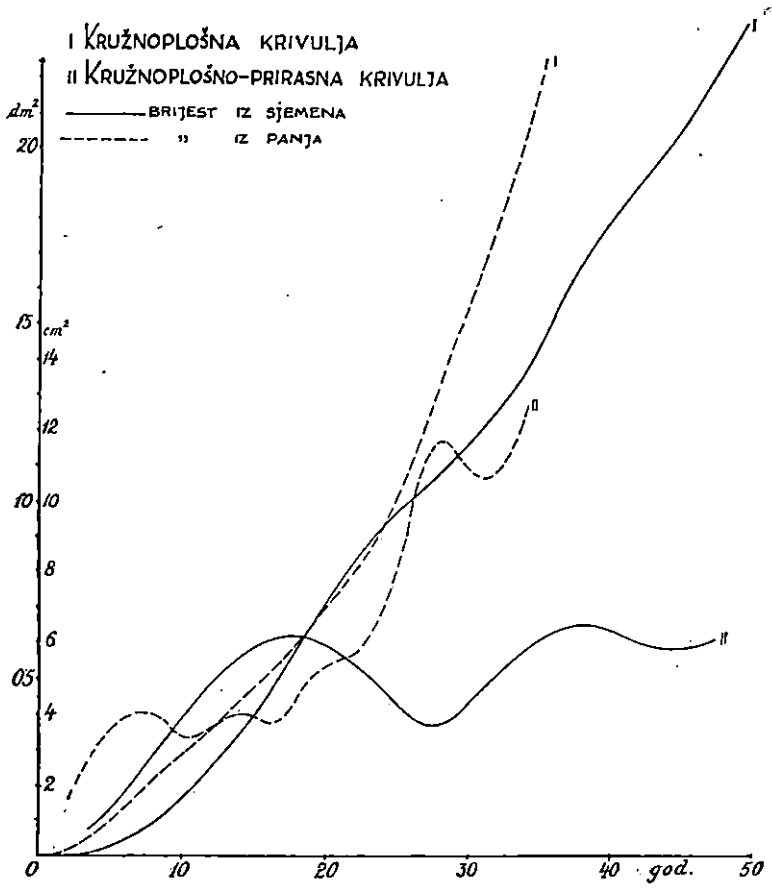
II " — Zuwachskurve



Sl. 8

Flächenwachstums — und Zuwachskurven

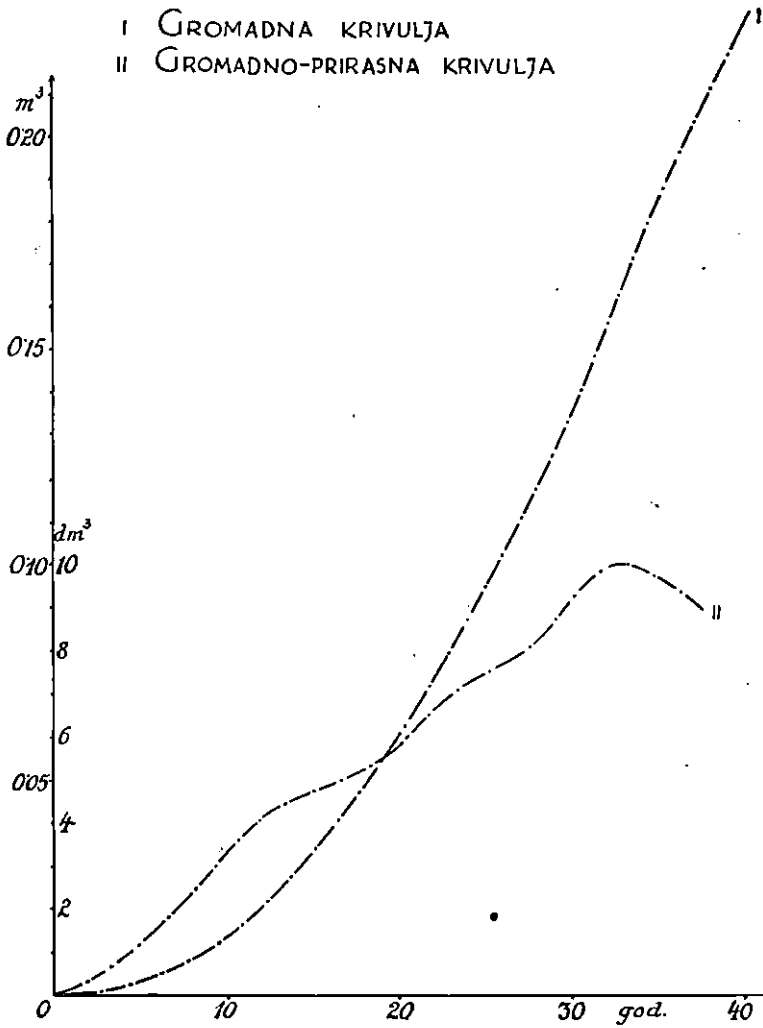
- Stieleichen aus Samen (I^a, I^b)
 - - - Stieleiche, Stockausschlag



Sl. 9

Flächenwachstums — und Zuwachskurven

——— Ulme aus Samen
 - - - - - Ulme, Stockausschlag

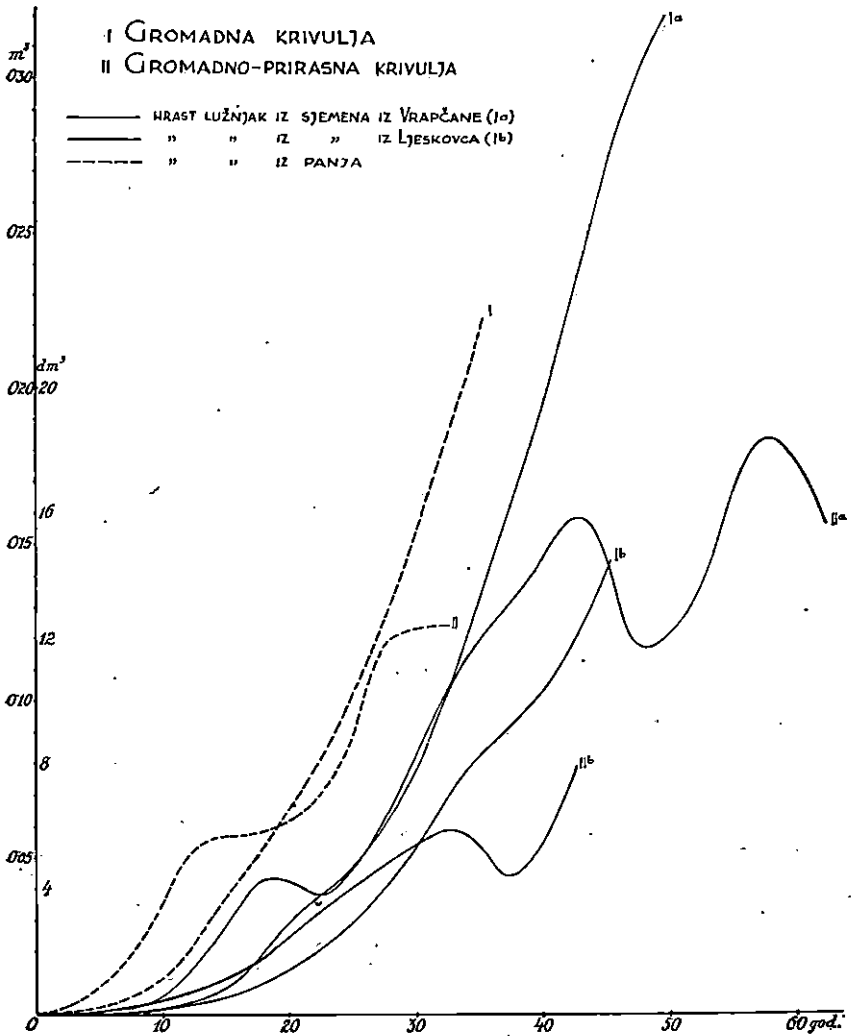


Sl. 10

Hrast kitnjak iz panja — Traubeneiche, Stockausschlag

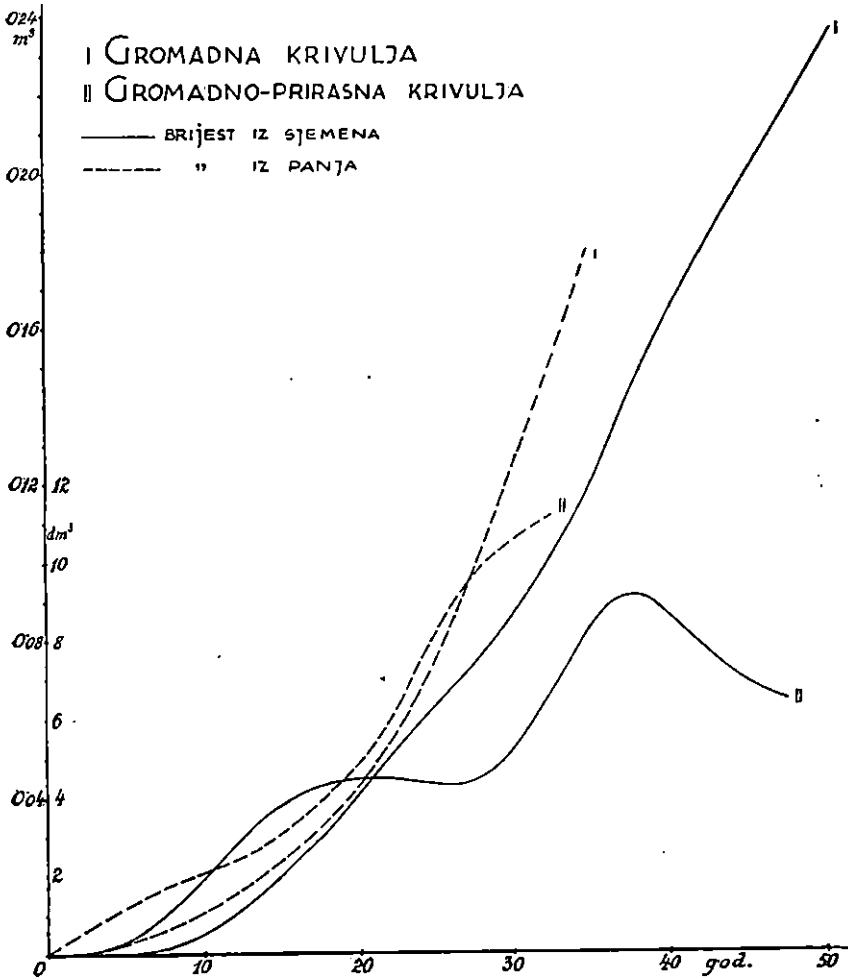
I Massa — Wachstumskurve

II „ — Zuwachskurve



Sl. 11

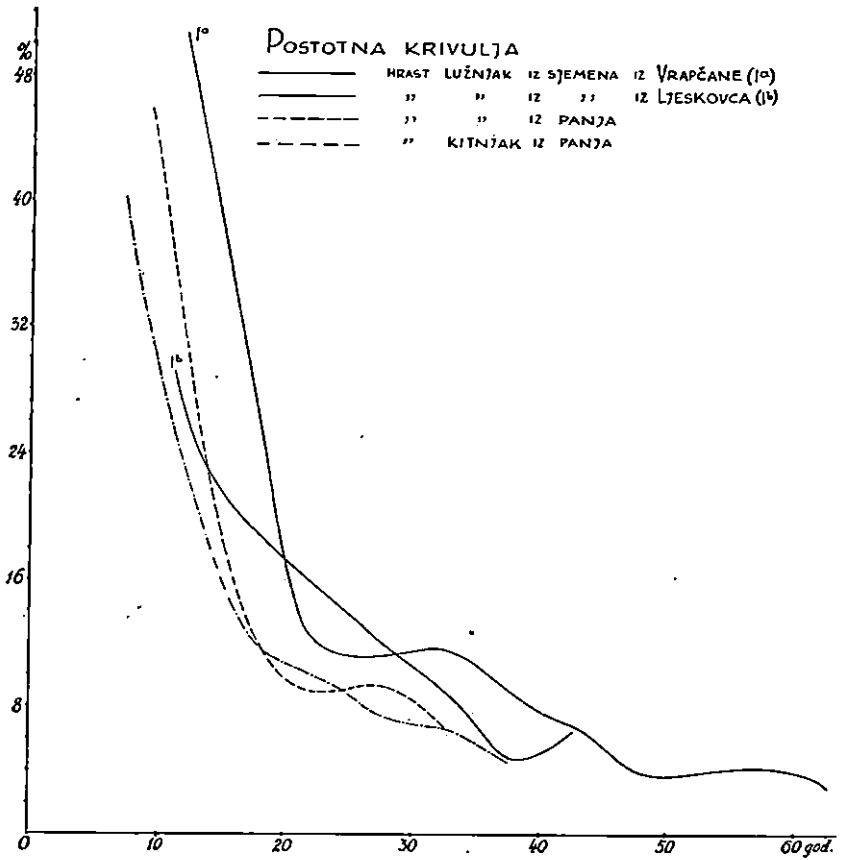
Massenwachstums — und Zuwachskurven
— Stieleichen aus Samen (I^a, I^b)
- - - Stieleiche, Stockausschlag



Sl. 12

Massenwachstums — und Zuwachskurven

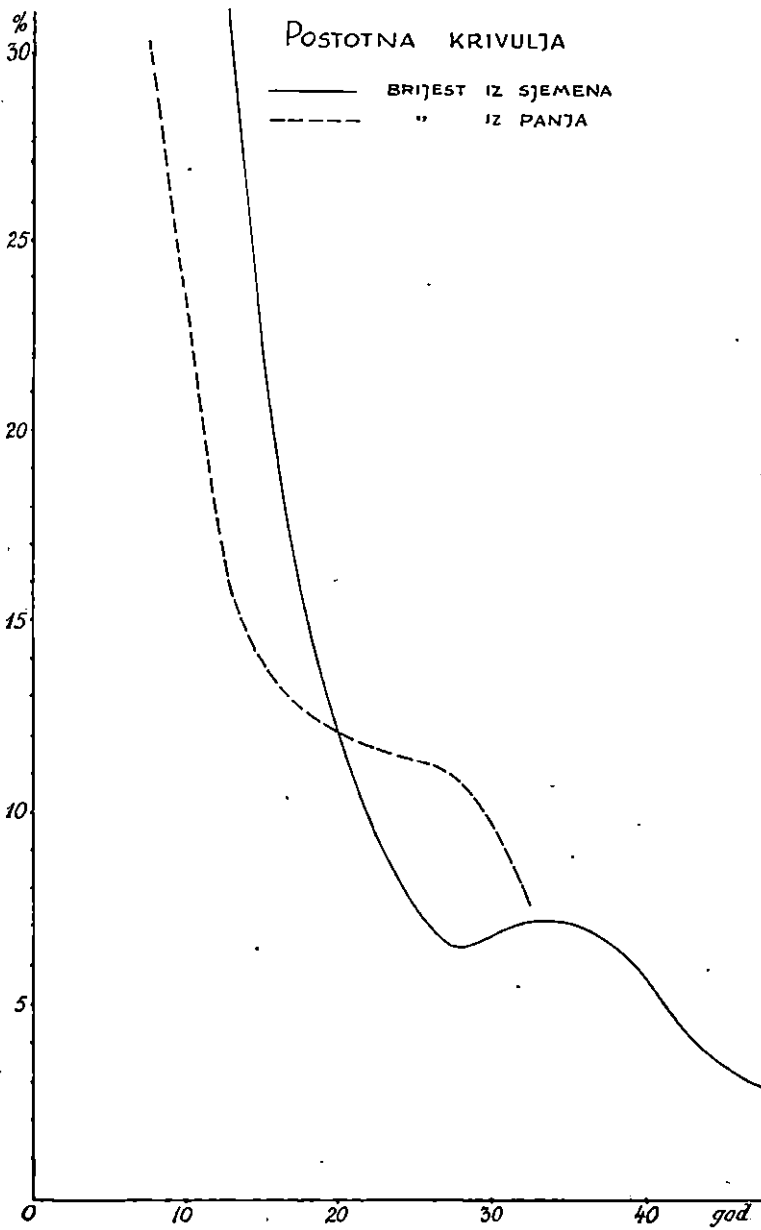
- Ulme aus Samen
 - - - Ulme, Stockausschlag



Sl. 13

Zuwachsprozentkurven

- Stieleichen aus Samen (1^a, 1^b)
- Stieleiche, Stockausschlag
- · - · - Traubeneiche, Stockausschlag



Sl. 14

●Zuwachsprozentkurven

— Ulme aus Samen

- - - Ulme, Stockausschlag

PROF. Dr. ANDRIJA PETRAČIĆ:

ISTRAŽIVANJA O STRUKTURI I PRIHODU BAGREMOVIH KOLOSJEKA

UNTERSUCHUNGEN UEBER DIE STRUKTUR UND DEN ERTRAG DER ROBINIENPFAHLWAELDER)

SADRŽAJ (INHALT):

- I. Pojam kolosjeka — Begriff des Pfahlwaldes.
- II. Objekt na kojem su provedena istraživanja — Das Untersuchungsobjekt.
- III. Stanišni i sastojinski faktori na primjernoj plohi — Die Standorts- und Bestandesfaktoren an der Versuchsfläche.
- IV. Rezultati sječa — Die Schlagresultate.
 1. Na kraju prve ophodnje (1924—1928) — Am Ende des ersten Umtriebes (1924—1928).
 2. Na kraju druge ophodnje (1929—1933) — Am Ende des zweiten Umtriebes (1929—1933).
 3. Broj panjeva i broj izbojaka na pojedinom panju — Anzahl von Stöcken und von deren Trieben.
 4. Struktura bagremova kolosjeka — Die Bestandesstruktur.
 5. Podaci o drvnom prihodu — Angaben über den Holzterrag.
 - a) Podaci o izrađenom vinogradskom kolju — Angaben über den Anteil an Weinpfählen.
 - b) Podaci o izrađenim prtkama — Angaben über den Anteil an Bohnenstangen.
 - c) Podaci o množini granja — Angaben über die Reisigholzmenge.
 - d) Rekapitulacija.
- V. Rezultati ksilometriiranja — Xylometrierresultate.
 1. Vinogradsko kolje — Weinpfähle.
 2. Pritke — Bohnenstangen.
 3. Granje — Reisig.
 4. Ukupna drvna masa — Gesamtholzmasse.
- VI. Zusammenfassung.

I. POJAM KOLOSJEKA.

Među niskim šumama zauzimaju važno mjesto bagremove šume radi svoje vrlo dobre izbojne snage iz panjeva i žilja, kao i radi dobre kvalitete bagremova drva. Bagremove niske šume podižu se mnogo za produkciju ogrjevnog drva, u kom se slučaju obično gospodari u ophodnji od 15—25 godina. Podižu se vrlo često i za produkciju vinogradskog kolja, pa u tom slučaju imaju ponajčešće ophodnju od ca 4—6 godina.

Niske šume koje služe za produkciju kolja nazivamo **kolosjecima** (sl. 1). Uz podesne ophodnje i na boljem tlu, te u zgodnoj smjesi sa vrstama koje se odlikuju rijetkom krošnjom, mogu bagremova stabla davati i vrlo vrijedno rudničko drvo i tvori-vo drvo za stolarske potrebe, a i gradu za željezničke pragove. Na mršavim pijescima često dobivaju stabla već u dobi od ca 25—30 godina trulu srži¹).



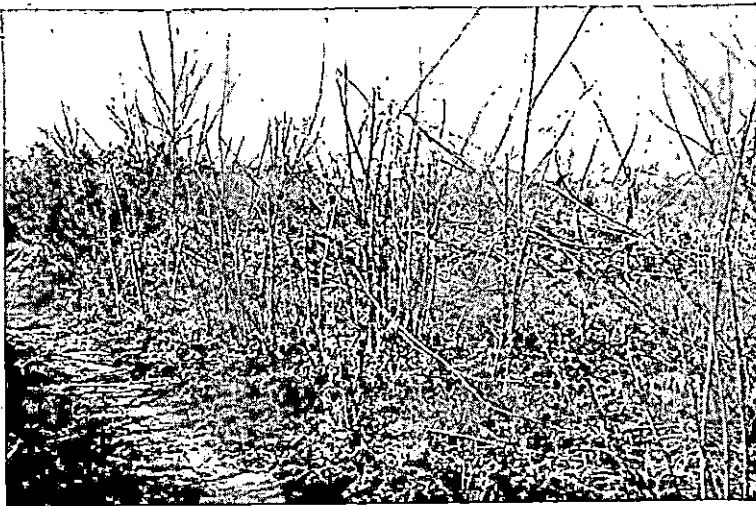
Sl. 1. Bagremov kolosjek star 5 godina (Fünffähriger Robinienausschlagwald).

Bagremovi kolosjeci uspijevaju dobro samo u blagoj klimi, gdje se u ranoj jeseni ne pojavljuje snijeg. Pada li u nekom kraju snijeg redovno u jesen (u oktobru), nemoguć je tu uzgoj valjanih bagremovih kolosjeka. U tim prilikama snijeg pokida vrhove i granje stabalaca, budući da ona dugo u jesen zadrže lišće, a posljedica je toga neravan uzrast. U nekim krajevima čine veliku smetnju uzgoju valjanih bagremovih kolosjeka i česte tuče, koje ozlijede jednogodišnje do dvogodišnje mladice u tolikoj mjeri da ih rani jesenski snijeg posve pokida (sl. 2). Može se općenito kazati da bagremu za povoljno njegovo uspijevanje prija klima gdje dobro uspijeva vinova loza.

Bagremove šume podižemo u velikoj mjeri na laganim pjeskovitim tlima, no ima ih dosta i na ostalim tlima. Bagrem,

¹) E. Vadas: Die Monographie der Robinie, Selmecbánya 1914, str. 123.

medutim, dobro uspijeva samo na rahlom, srednje dubokom i toplom tlu; slabo uspijeva na plitkom, teškom, kamenitom i



Sl. 2. Jednogodišnji bagremov kolosjek oštećen u julu od tuče, a 16 oktobra 1935 polomljen od snijega (Im Juli 1935 vom Hagel, und am 16. Oktober vom Schnee beschädigter 1-jähr. Robinienausschlagwald).

vrlo vlažnom odnosno mokrom tlu, a nikako ne uspijeva na tlu gdje voda stagnira.

Bagremovo ogrjevno i tvorivo drvo potražuje se mnogo u krajevima gdje ima takovih šuma. Isto se tako mnogo traži

bagremovo kolje za vinograde, jer je trajno. Jedina je griješka, i to oblog kao i kalanog bagremovog kolja, u tome što se rado savija, ako se upotrebljava u svježem stanju. Međutim ta se griješka daje vrlo lako odstraniti sušenjem izrađenih kolaca u gusto složenim, te kamenjem i zemljom ili samo zemljom opterećenim složajima. Isto je tako u tu svrhu dobro kolce odmah nakon izrade vezati u svežnjeve, i to po 20—30 komada. Takvi se svežnjevi stavljaju na 120—150 cm visoke priječke, ispod kojih gori vatra, podržavana otpacima dobivenim kod izrade kolaca. Nakon, otprilike, četvrt sata, za koje se vrijeme svežnjevi po kojiput okrenu, izgubi kolje dosta vode. Ako se poslije toga ono još složi u složajeve i ostavi u njima neko vrijeme, osuši se dovoljno i više se ne savija²⁾.

II. OBJEKT NA KOJEM SU PROVEDENA ISTRAŽIVANJA.

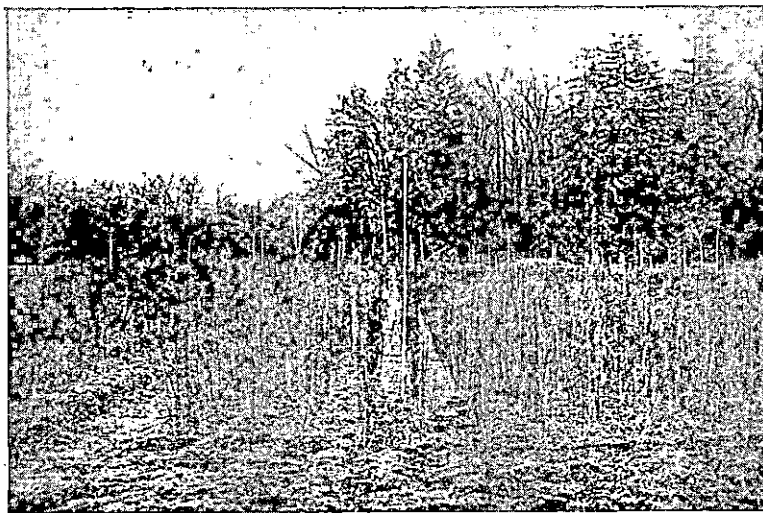
Već smo naveli da bagrem ima odličnu izbojnu snagu iz panjeva i žilja. Nije nam, međutim, pobliže poznata njezina trajnost. Radi toga vode se u fakultetskoj šumi u Maksimiru, kraj Zagreba, još od 1924 godine istraživanja o trajnosti izbojne snage panjeva u bagremovim kolosjecima, gdje se stabalca sijeku u 5-godišnjoj ophodnji. Takvi kolosjeci zapremaju u Maksimiru površinu od 25 ha. Oni se nalaze na brežuljkaštom terenu u nadmorskoj visini od cca 160 m. Tlo je pjeskovita ilovača srednje dobrote; na hrptima je ono lošije, a u udolicama bolje i humoznije. Po množini vlage može se ono ubrojiti među svježja tla. Sastojine su uglavnom podignute nakon čiste sječe ca 50-godišnje hrastove šume sadnjom prikraćenih, dobro odraslih (tj. preko 1 m visokih) jednogodišnjih biljaka, uzgojenih u šumskom vrtu (sl. 3), a sadenih u šumi u udaljenosti od ca 1,40 m. Prigodom sadnje tlo nije bilo posebno obrađivano, osim u jamicama u koje su sadene prikraćene biljke.

III. STANIŠNI I SASTOJINSKI FAKTORI NA PRIMJERNOJ PLOHI.

Položaj. Primjerna je ploha odabrana na jugozapadnoj i sjeveroistočnoj padini, a dijelom i po hrptu niskog brežuljka, koji se proteže u smjeru SZ — JI. Veći se dio primjerne plohe nalazi na jugozapadnoj, a manji na sjeveroistočnoj ekspoziciji. Jugozapadna strana ima manji, a sjeveroistočna veći stupanj inklinacije. Mali dio (ca 1/6 površine) primjerne plohe nalazi se gotovo u ravnici.

²⁾ Kao pod 1) str. 125.

Tlo. Tlo na primjernoj plohi odgovara općenito opisu tla na objektu istraživanja. Ono je, dakle, pjeskovita i svježija ilovača, srednjeg boniteta. Na primjernoj se plohi vrlo dobro očituje utjecaj mikroreljefa tla. Na hrptu brežuljka tlo je najslabije, po padinama nešto bolje, a u ravnici najbolje. Na boljem tlu u ravnici opaža se znatno bolji prirast bagrema nego po stranama ili po hrptu, što je uostalom redovna pojava u svim brdskim i brežuljkastim šumama. Iz tih razloga možemo cijelu



Sl. 3. Jednogodišnje bagremove biljke u šumskom vrtu (1-jähr. Robinienpflanzen im Forstgarten).

primjernu plohu smatrati skupom od 5—6 posebnih malih primjernih ploha. Budući da u ovako mladoj, petgodišnjoj niskoj šumi zelene krošnjice stabalaca u raznim visinskim etažama dobro štite, a i dosta povoljno zasjenjuju tlo, ono je pokriveno mrtvim rastvorenim humoznim pokrovom od lišća i sitnih grančica u debljini od 2—3 cm. Lišće je tek od predzadnje godine djelomično još nerastvoreno, a od zadnje godině, razumije se, ono je još potpuno usčuvano. Može se prema tome ustvrditi da ovakova mlada bagremova sastojina popravlja tlo. Na pojedinim partijama tlo se tek počelo pokrivati rijetkim zelenilom trava, kupine i ostalog bilja, dok je na pojedinim partijama već jače pokriveno takvim pokrovom.

Klima. Klimatski odnošaji na primjernoj plohi prikazani su ovdje prema podacima meteorološke stanice Fakultetskog dobra, koja se nalazi u šumskom rasadniku u Maksimiru. Podaci te stanice odnose se na vrijeme od početka njenog opstan-

ka, tj. od godine 1926, pa do 1934. Pomenuta stanica udaljena je od primjerne plohe u južnom smjeru ca 2 km, a u visinskom pogledu ona leži niže za ca 40 metara. Klimatske faktore ilustriraju nam ovi podaci: prosječna godišnja temperatura 10,6° C (9,2° — 11,7°); prosječna temperatura u januaru —0,77° (—6° do 1,8°); prosječna temperatura u julu 21,6° (19,6° do 24,1°); prosječna temperatura od maja do septembra 18,7° (17,5° do 19,7°); prosječno vrijeme bez mrazova za doba vegetacije 170 dana; prosječne godišnje oborine 917 mm (I=48, II=36, III=57, IV=62, V=100, VI=76, VII=89, VIII=89, IX=96, X=113, XI=89, XII=55 mm); broj kišnih dana za doba vegetacione periode sa više od 0,1 mm oborina 62; relativna godišnja zračna vlaga u doba vegetacije 68%; rani su snijegovi (u oktobru) vrlo rijetki.

IV. REZULTATI SJEČA.

1. Na kraju prve ophodnje (1924—1928 g.).

Na kraju prve ophodnje, tj. u zimi g. 1928, nisu bila prigodom sječe sastojine na primjernoj plohi provedena nikakva posebna mjerenja debljina i dužina stabalaca, nego je izbojna snaga panjeva predočena samo drvnom masom, koja je ustanovljena ksilometrijskim putem. Podaci o proizvedenoj drvnjoj masi, uračunavši ovamo i sitno granje, sadržani su u tablici I.

Tablica I.

Proizvedeno	po hektaru	po jutru
kröz 5 godina	48.024 kg 57,49 m ³	27.631 kg 33,08 m ³
godišnje	9.605 kg 11,50 m ³	5.526 kg 6,61 m ³

Kod ove izmjere mogle su nastupiti manje pogriješke radi toga što su prazna kola na mosnoj vagi vagana samo prije utovara, a ne i poslije istovara drva. Zbog eventualne različite množine blata na kotačima kola mogla je kod toga nastupiti neka mala razlika u težini drvene mase. Ovi su manjci uklonjeni kod vaganja u 1934 god.

2. Na kraju druge ophodnje (1929—1933 g.).

Zimi 1933/34 obavljena je druga sječa 5-godišnjih bagremovih stabalaca na istoj primjernoj plohi, Površina pri-

mjerne plohe iznošila je 0.33369 ha. Sječa je vršena 5 dana. Prva 4 dana obavljene su istovremeno prigodom sječe, i to na površini od 2435,3 m², izmjere debljina i dužina stabalaca, a ustanovljen je na nekim stabalcima i pad promjera. Debljine su mjerene na dubećim stabalcima unakrsno u prsnoj visini malom čeličnom promjerkom, na kojoj je postavljen nonius. Dužine do vrha mjerene su na svakom posjećenom stabalcu čeličnom vrpcom. Veličina površine primjerne plohe od 3336.9 m² odnosno od 2435.3 m² izračunata je na osnovi izmjerenih stranica četverokutnih ploha i njihovih dijagonala. Površine pojedinih tako dobivenih trokuta izračunate su pomoću Heronove formule $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$. U toj su formuli a, b, c stranice trokuta, a $2s = a + b + c$.

3. Broj panjeva i broj izbojaka na pojedinom panju.

Prigodom sječe stabalaca konstatovan je ujedno i broj panjeva na površini gdje je vršena sječa, kao i broj izbojaka na svakom pojedinom panju. Pomenute su izmjere obavljene na 2111 stabalaca. Ta su stabalca rasla na 1216 panjeva. Ako se uzmu u račun i 24 stabalca (na 14 panjeva) kojih je prije izmjere nestalo šumskom štetom, bilo je na površini pokusne plohe od 2435,3 m² ukupno 2135 stabalaca i 1230 panjeva. Na 100 panjeva izrasla su dakle 173 do 174 stabalca.

Prema tome imade u bagremovu kolosjeku na srednjem bonitetu tla

	po hektaru	po jutru
panjeva	ca 5051	ca 2907
stabalaca (izbojaka)	ca 8767	ca 5045

Na jedan panj otpada površina od ca 1,98 m².

Glede množine izbojaka na pojedinom panju konstatirano je slijedeće stanje:

55%	panjeva imalo je po 1	stabalce (izbojak)
28%	„ „ „ „ 2	stabalca (izbojka)
11%	„ „ „ „ 3	„ „
4%	„ „ „ „ 4	„ „
2%	„ „ „ „ 5—6	stabalaca (izbojaka)

Pad promjera, mjereno od 0.30 m visine na više, iznosio je prosječno 0,54 cm po tekućem metru.

4. Struktura bagremova kolosjeka.

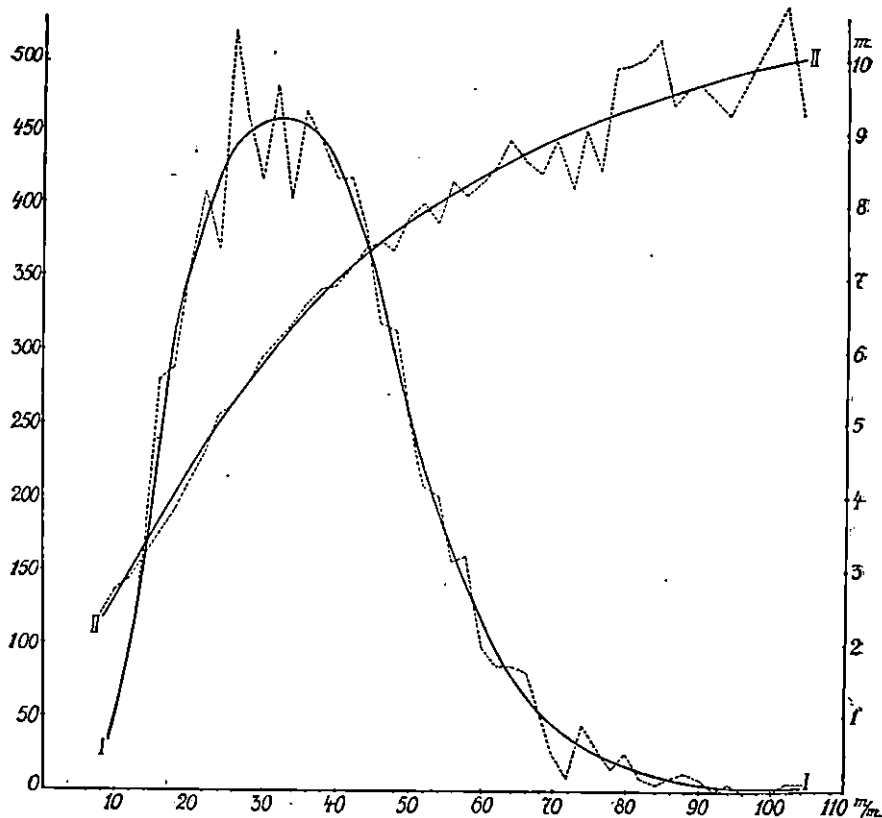
Da se što točnije prikaže struktura bagremova 5-godišnjeg kolosjeka, donosimo u tablici II rezultat klupiranja

Tablica (Tabelle) II.

Prs. promjer Durchm. bei 1,30 m	Dužine stabalaca u m — Länge der Stämmchen in m														Ukupni broj stabalaca Gesamtzahl d. St.	Primjedbe Bemerkungen																											
	Broj stabalaca — Anzahl der Stämmchen																14 35 9 m ²																										
	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00	4,25	4,50	4,75	5,00	5,25				5,50	5,75	6,00	6,25	6,50	6,75	7,00	7,25	7,50	7,75	8,00	8,25	8,50	8,75	9,00	9,25	9,50	9,75	10,00	10,25	10,50	10,75	11,00			
8																																									4		
10	1																																								13		
12		1																																							22		
14		3																																							41		
16		2																																							68		
18		3																																							70		
20		2																																							87		
22																																									100		
24																																									90		
26																																									126		
28																																										114	
30																																										101	
32																																										117	
34																																										98	
36																																										113	
38																																										108	
40																																										102	
42																																										102	
44																																										93	
46																																										78	
48																																										77	
50																																										62	
52																																										51	
54																																										49	
56																																										38	
58																																										39	
60																																										24	

takve sastojine na površini od 2435,3 m², u kom su sadržani izmjereni promjeri u prsnoj visini, te totalna dužina svih stabalaca.

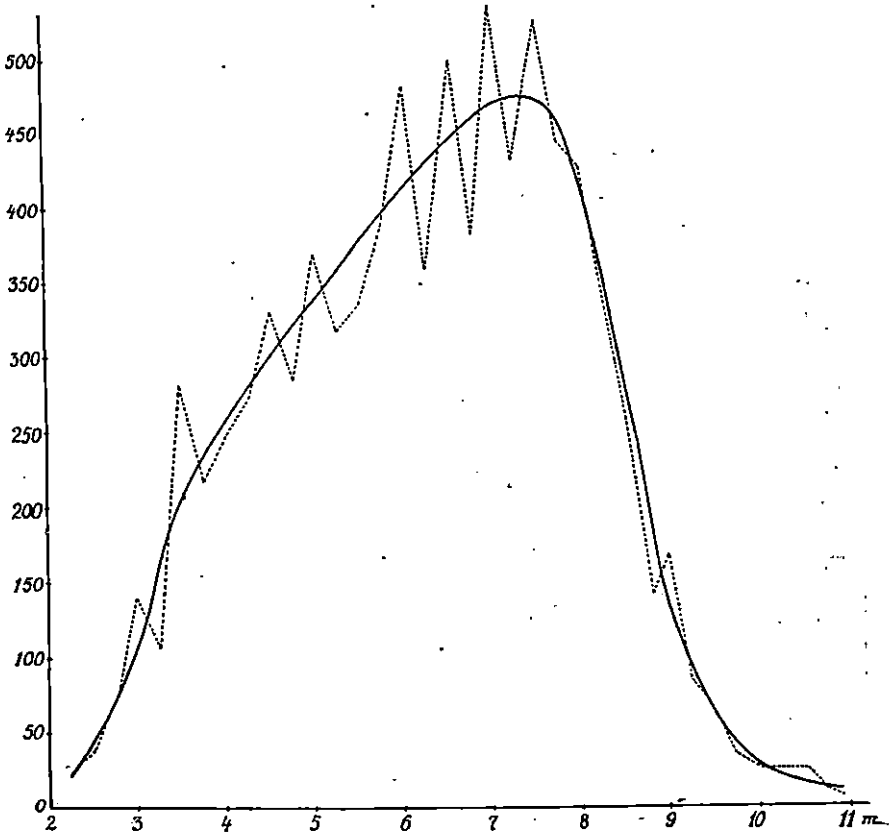
Na temelju zbroja temeljnica u prsnoj visini, koji na površini od 2435,3 m² iznosi 2,551424 m², i broja svih klupiranih stabalaca (2111 kom.), izračunat je prsni promjer srednjeg sastojinskog stabalca sa 39,2 mm. Dužina sastojinskog kubno-srednjeg stabalca (po Lore-



Sl. 4. I — I broj stabalaca; II — II poprečna visina stabalaca u pojedinim debljinskim stepenima (I—I Anzahl der Stämmchen; II—II durchschnittliche Höhe derselben in den einzelnen Stärkestufen). *pro 1 ha*

y¹⁾ iznosi 7,345 m, a aritmetška sredina dužina svih stabalaca (po Bauru²⁾) iznosi 6,276 m.

Na temelju toga prikaza mogu se lako preračunati brojevi stabalaca za pojedine debljinske i visinske stepene, a isto tako i poprečna dužina stabalaca u pojedinim debljinskim stepenima za površinu od 1 ha. Ti su brojevi, kao prosječni iznosi za 1 ha, ovdje još ispravnije prikazani grafikonima na sl. 4 i 5, budući da su potpuno izvučenim krivuljama bolje zaokruženi i izjednačeni.



Sl. 5. Broj stabalaca u pojedinim visinskim stepenima (Anzahl der Stämmchen in den einzelnen Höhenstufen). *1/100 1 ha*

$$1) \text{ Loreyeva formula za } h = \frac{G_1 h_1 + G_2 h_2 + \dots + G_n h_n}{G_1 + G_2 + \dots + G_n}$$

$$2) \text{ Baurova formula za } h = \frac{h_1 N_1 + h_2 N_2 + \dots + h_n N_n}{N_1 + N_2 + \dots + N_n}$$

gdje znači: G zbroj temeljnica, N broj stabalaca, h poprečna dužina (visina) stabalaca za pojedine debljinske stepene.

Zbroj temeljnica iznosi po ha 10,60 m³ ili po kat. jutru 6,10 m². Pri tom su uzeta u račun i stabalca koja su nestala šumskom štetom.

5. Podaci o drvnom prihodu.

Od posječenih je stabalaca na površini od 0.33369 ha odmah u šumi, nakon izmjere njihovih debljina i dužina, izrađivano:

- a) vinogradsko kolje;
- b) pritke ga grah, vinogradske lucnjeve i rajčice;
- c) sav preostatak sabran je pod granje.

a) Podaci o izrađenom vinogradskom kolju.

Najobičnije dužine kolaca iznose u zagrebačkoj okolici 2,5 do 3 m, a debljina kolja u sredini dužine 3—5 cm. Tankom kolju daju vinogradari u zagrebačkoj okolici prednost radi toga što im ono kod zabadanja u zemlju ne ozljeđuje suviše korijenje trsova, odnosno što im je s njima laglje rad.

Kolje je, kako je naprijed navedeno, odmah prigodom sječe stabalaca izrađivano u šumi, tamo je izbrojeno, te istog dana prevezeno kolima na majur Fakultetskog dobra, koji je udaljen od primjerne plohe ca 1,5 km. Tu je na mosnoj vagi bilo odmah izvagano. Prigodom brojenja i vaganja kolja dobiveni su podaci koji su sadržani u tablici III.

Tablica III.

Veličina površine u m ²	Broj izrađenih kolaca	Izvagana težina u kg	Prosječna težina 1 koca	Preračunato na 1 ha		Primjedba
				broj kolaca	težina kolja	
3336,9 (=3337 m ²)	2345 33*	10658 150*	4,545	7126	32388	* K dobivenom kolju pribrajaju se 33 koca, koja bi se dobila od nestalih stabalaca, s težinom od 150 kg.
	2378	10808				

Napomena. Iz brojenja i vaganja kolja svakog pojednog dana moglo se razabrati da se na boljem bonitetu (u udolici) proizvodi po ha manji broj vinogradskog kolja, po prilici za 10% manje nego na lošijem bonitetu (po hrptovima i padinama), i to radi bržeg prirodnog prorjeđivanja. Koci proizvedeni na boljem tlu bili su, međutim, deblji i teži od

kolaca proizvedenih na lošijem tlu. Iz toga slijedi da bi za produkciju bagremova kolja naprijed navedenih dimenzija, u kolosjecima podignutim na dobrom tlu, a pod istim uzgojnim klimatskim prilikama, bila dovoljna ophodnja od 4 godine.

b) Podaci o izrađenim pritkama.

Pritke se rabe kao potpornji na koje se vežu lucnjevi u vinogradima, rajčice u vrtovima, ili kao trklje po kojima se penje grah. Obična im je dužina ca 1,5—2 m, a debljina u sredini ca 2,25 cm. U pritke za rajčice ubrajaju se i kraći komadi, tj. 1—1,5 m dugi i 2—4 cm debeli. Kao što je kolje, tako su i pritke odmah u šumi prigodom sječe stabalaca izrađivane i izbrojene, te istog dana prevezene na mosnu vagu i odvagane. Podaci o izrađenim pritkama sadržani su u tablici IV.

Tablica IV.

Veličina površine u m ²	Broj izrađenih pritaka	Izvagana težina u kg	Prosječna težina 1 pritke u kg	Preračunato na 1 ha		Primjedba
				broj	težina	
				pritaka		
3336,9 (= 3337 m ²)	1986 33* 2019	3037 50* 3087	1,529	6050	9251	* K dobivenim pritkama pribrajaju se 33 pritke, koje bi se dobile od nestalih stabalaca, s težinom od 50 kg.

c) Podaci o množini granja.

Grančice i vrhovi stabalaca, koji su preostali prigodom izrade kolja i pritaka, pomno su sabrani i odvezeni na mosnu vagu Fakultetskog dobra i tamo odvagani. Posječni promjer granja na donjem, debljem kraju iznosio je ca 1,7 cm. Pojedini kratki komadi, koji nisu bili dovoljno dugi ni za kraće pritke, svrstani su u granje, premda bi po debljini spadali u pritke. Podaci o dobivenom granju sadržani su u tablici V.

Tablica V.

Veličina površine u m ²	Izvagana težina granja u kg	Preračunato na 1 ha proizvelo bi se granja u kg	Primjedba
3336,9 (= 3337 m ²)	2869 33* 2902	8696	* Na 2111 izmjerenih stabalaca bilo je 2099 kg granja ili po jednom stabalcu ca 1 kg granja. Na površini od 3337 m ² treba pribrojiti granje od 33 nestala stabalca, tj. 33 kg.

d) Rekapitulacija.

Podaci o produkciji bagremova kolja, pritaka i granja po jednom hektaru, odnosno po jednom jutru, u ophodnji od 5 godina, prikazani su u zajedničkoj tablici VI.

Tablica VI.

Površina	Kolje		Pritke		Granje kg	Sve- ukupna težina kg	Primjedba
	kom.	kg	kom.	kg			
1 ha	7126	32388	6050	9251	8696	50335	Uzet je u račun i broj nestalih stabalaca
1 kat. j.	4101	18639	3482	5324	5005	28968	

V. REZULTATI KSILOMETRIRANJA.

Da bi se dobili što točniji podaci o kubnom sadržaju drvnog materijala u bagremovim 5-godišnjim kolosjecima, uzgojenim na srednjem bonitetu tla i u klimatskim prilikama koje smo naprijed prikazali, preduzeto je ustanovljenje drvene mase, proizvedene na primjernoj plohi, ksilometrijskim putem. Ksilometriranje izvršeno je odmah drugog i trećeg dana nakon sječe stabalaca, dakle u svježem stanju drva. Ksilometriranje obavljeno je zasebno za vinogradsko kolje, pritke i granje. U tu su svrhu kolje i pritke rezani na 1 m dugačke komade, koji su nakon vaganja stavljeni u ksilometar. Granje je isto tako prikraćeno i nakon vaganja ksilometrirano. Prilikom ksilometriranja dobiveni su slijedeći podaci:

1. Vinogradsko kolje.

U svrhu ksilometriranja kolja obavljeno je 26 ksilometrijskih izmjera. Pri tome upotrebljeno je 779,90 kg drvene mase od debljih i tanjih kolaca. Kod svake izmjere upotrebljeno je ca 30—32 kg drvene mase. Ukupna drvna masa kod svih 26 izmjera istisla je u ksilometru volumen vode od 926,69 dm³ (I). Iz tih izmjera proizlazi da prosječni volumen za 100 kg drva vinogradskog kolja iznosi 118,822 (odnosno 118,985¹⁾ dm³ (779,90 : 926,69 = 100 : X).

¹⁾ Ovaj je iznos dobiven preračunavanjem volumena vode svake pojedine ksilometrijske izmjere na volumen vode koga bi istisnulo 100 kg drva. Razlika između 118,822 i 118,985 nastala je radi većeg broja korektura kod računanja zadnje cifre.

Za izjednačenje neposrednih izmjera izračunati su sljedeći podaci:

$$\text{Aritmetska sredina } A = \frac{[o]}{n} = \frac{3093.623}{26} = 118,985$$

Suma odstupanja pojedinih opažanja od aritmetške sredine $[A-o] = [v] = 0,021$

$$\text{Suma kvadrata svih odstupanja od aritmetške sredine } [vv] = 422,124$$

Srednje odstupanje pojedinih opažanja od aritmetške sredine $m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{422,124}{25}} = \pm \sqrt{16,885} = \pm 4,109$

$$\text{Srednja nesigurnost aritmetške sredine } M = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} = \pm \sqrt{\frac{422,124}{26 \cdot 25}} = \pm \sqrt{\frac{422,124}{650}} = \pm \sqrt{0,649} = \pm 0,806$$

Specifična težina. Specifična težina svježeg bagremova drva za vinogradsko kolje iznosi kod naših pokusa 0,84 (100 : 118,822 = X : 1).

Drvena masa kolja. Na površini primjerne plohe od 3337 m² dobiveno je 2378 komada kolaca u ukupnoj težini od 10.808 kg. Drvena masa tih kolaca iznosi 12,842 m³ (100 : 118,822 = 10.808 : X).

Na jednom hektaru takve površine proizvelo bi se ca 7.126 kolaca. Njihova bi ukupna težina iznosila ca 32.888 kg. Volumen te mase iznosio bi 38,48 m³ (100 : 118,822 = 32.888 : X). Na jednom jutru proizveo bi se 4.101 kolac. Njihova bi ukupna težina iznosila ca 18.639 kg. Volumen te mase iznosio bi 22,147 m³ (100 : 118,822 = 18.639 : X).

2. Pritke.

U svrhu ustanovljenja drvene mase pritaka obavljeno je u ksilometru 19 izmjera. Kod tih izmjera upotrebjeno je u svemu 543,35 kg drva, ili kod pojedine izmjere ca 25—30 kg. Ta ukupna drvena masa istisla je u ksilometru volumen vode od 656,50 dm³ (1). Prema tome bi 100 kg drva od pritaka zapremalo volumen od 122,860 (odnosno 120,996 ¹⁾) dm³ (534,35 : 656,50 = 100 : X):

1) Vidi sličnu bilješku kod kolja.

Za izjednačenje neposrednih izmjera izračunati su slijedeći podaci:

$$\text{Aritmetska sredina } A = \frac{[o]}{n} = \frac{2298,934}{19} = 121,00$$

Suma odstupanja pojedinih opažanja od aritmetičke sredine $[A - o] = [v] = 0,001$

Suma kvadrata svih odstupanja od aritmetičke sredine $[vv] = 233,543$

Srednje odstupanje pojedinih opažanja od aritmetičke sredine $m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{233,543}{18}} = \pm \sqrt{12,974} = \pm 3,602$

$$\begin{aligned} \text{Srednja nesigurnost aritmetičke sredine } M &= \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} \\ &= \pm \sqrt{\frac{233,543}{19 \cdot 18}} = \pm \sqrt{\frac{233,543}{342}} = \pm 0,683 \end{aligned}$$

Specifična težina. Specifična težina svježeg bagremova drva za pritke iznosi kod naših pokusa 0,814 (100 : 122,86 = X : 1).

Drvena masa pritaka. Na površini primjerne plohe od 3337 m² izrađeno je 2019 komada pritaka u težini od 3087 kg. Drvena masa tih pritaka iznosi 3,793 m³ (100 : 122,86 = 3087 : X).

Na jednom hektaru isto takve površine dobilo bi se ca 6050 komada pritaka. Njihova bi težina iznosila ca 9251 kg. Volumen te mase iznosio bi 11,366 m³ (100 : 122,86 = 9251 : X). Na jednom kat. jutru proizvelo bi se ca 3482 komada pritaka. Njihova bi težina iznosila ca 5324 kg. Volumen te mase iznosio bi 6,541 m³ (100 : 122,86 = 5324 : X).

3. Granje.

Da se što točnije ustanovi drvena masa granja, obavljeno je 18 ksilometrijskih izmjera. Kod svake je izmjere upotrebjeno ca 10–15 kg granja, ili ukupno 204,70 kg. Sva ta masa granja istisla je 235,13 dm³ (l) vode. Iz toga slijedi da bi 100 kg granja zapremalo volumen od 114,866 (odnosno 114,916¹⁾ dm³ (204,70 : 235,13 = 100 : X).

Za izjednačenje neposrednih izmjera izračunati su slijedeći podaci:

$$\text{Aritmetska sredina } A = \frac{[o]}{n} = \frac{2068,487}{18} = 114,916$$

¹⁾ Vidi sličnu bilješku kod kolja.

Suma odstupanja pojedinih opažanja od aritmetičke sredine
 $[A-o] = [v] = 0,001$

Suma kvadrata svih odstupanja od aritmetičke sredine
 $[vv] = 123,032$

Srednje odstupanje pojedinih opažanja od aritmetičke sredine
 $m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{123,032}{17}} = \pm \sqrt{7,237} = \pm 2,69$

Srednja nesigurnost aritmetičke sredine $M = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} =$
 $= \pm \sqrt{\frac{123,032}{18 \cdot 17}} = \pm \sqrt{\frac{123,032}{306}} = \pm 0,634$

Specifična težina. Svježe bagremovo granje ima kod naših pokusa specifičnu težinu 0,87 ($100 : 114,866 = X : 1$)

Drvena masa granja. Na primjernoj plohi od 3337 m² bilo je 2.902 kg granja. Drvena masa tog granja iznosi 3,333 m³ ($100 : 114,866 = 2902 : X$).

Na jednom hektaru isto takve površine proizvelo bi se ca 8696 kg granja, a njegova bi drvena masa iznosila 9,989 m³ ($100 : 114,866 = 8696 : X$). Na jednom kat. jutru proizvelo bi se 5005 kg granja, a njegova bi drvena masa iznosila 5,749 m³ ($100 : 114,866 = 5005 : X$).

4. Ukupna drvena masa.

Na površini primjerne plohe od 3337 m² proizvedena je u ophodnji od 5 godina slijedeća drvena masa:

1) Vinogradskog kolja	12,84 m ³	ili	63,75%
2) Pritaka	3,97 „	„	19,71%
3) Granja	3,33 „	„	16,54%

Ukupno: 20,14 m³ ili 100,00%

Preračunato na 1 hektar proizvelo bi se:

	za 5 godina	prosječno- godišnje
1) Vinogradskog kolja	38,48 m ³	7,70 m ³
2) Pritaka	11,37 „	2,27 „
3) Granja	9,99 „	2,00 „
Ukupno:	59,84 „	11,97 m ³

Preračunato na 1 kat. jutro proizvelo bi se:

	za 5 godina	prosječno godišnje
1) Vinogradskog kolja	22,15 m ³	4,43 m ³
2) Pritaka	6,54 „	1,31 „
3) Granja	5,75 „	1,15 „
Ukupno	34,44 m ³	6,89 m ³

ZUSAMMENFASSUNG.

In dieser Arbeit wird über die Untersuchungen im 5—jähr. Robinien-Ausschlagwalde (Robinien-Pfahlwald) am Ende der zweiten Umtriebsperiode berichtet. Das Objekt der Untersuchung liegt in der Nähe von Zagreb auf Hügelland von 150 m Erhebung, auf frischem, mittelgutem, lehmigem Sandboden. Das Klima ist für Weingartenkulturen und Kastanienwälder günstig.

Wir geben hier folgende Resultate dieser Untersuchungen an:

1) Die Angaben über die Anzahl, über den Durchmesser (auf 0,2 mm) und über die Höhen (auf 25 cm) der Stämmchen für die Fläche von 2435,3 m² sind aus der Tabelle II ersichtlich.

2) Die Menge der Stöcke auf 1 ha beträgt ca 5051 Stück.

3) 57% der Stöcke tragen je 1 Stück, 27% 2 Stück, 11% 3 Stück, 4% 4 Stück und 2% der Stöcke 5—6 Stück Lohden (Stämmchen).

4) Der Durchmesser des Bestandesmittelstammes beträgt 39,2 mm, und die Höhe 7,35 m.

5) Das arithmetische Mittel von Längen aller Stämme beträgt 6,28 m.

6) Die Kreisfläche pro 1 ha = 10,60 m²; die Gesamtmasse = 59,84 m³ = 50.335 kg.

7) Die Zahl der erhaltenen Weinpfähle (2,5 — 3 m lang und 3—5 cm stark) pro 1 ha = 7.126 Stück = 38,48 m³ = 32.388 kg.

8) Die Zahl der Bohnenstangen (etwa 1,5 — 2 m lang und ca 2,25 cm stark, als auch 1 — 1,5 m lange und 2—4 cm starke Paradiesäpfelstangen) = 6.050 Stück = 11,37 m³ = 9.251 kg.

PROF. ING. STANKO FLÖGL:

O UTJECAJU ZRAKA NA OTPOR ŠUMSKIH KLIZINA

ÜBER DEN LUFTEINFLUSS AUF DEN GLEITWIDERSTAND
DER FORSTLICHEN RIESEN.

Sposobnost rada šumskih klizina ispituje se redovno s pomoću formula, u kojima otpor zraka ne dolazi do izražaja. Zanimaruje se taj otpor s više razloga. Najprije, što komplicira formule i račun. Zatim, što poznate vrijednosti koeficijenta trenja djelomično uključuju u sebi i taj otpor, budući su prodane u zrakom ispunjenom prostoru. Nadalje, što taj otpor zavisi i o obliku, pa o težini sortimenata, koji se otpremaju. Uzimanje u račun otpora zraka iziskivalo bi dakle poznavanje mnoštva empiričkih podataka, kao o koeficijentu trenja, nezavisnog o tom otporu, tako o faktorima, koji utječu na veličinu samog tog otpora i to za svaki sortimenat, pa za svaku vrst klizine napose. S druge strane naslućuje se, da sam otpor zraka nije velik, da bitno ne mijenja zaključak o sposobnosti rada klizine, stvoren na temelju formula, u kojima taj otpor ne dolazi do izražaja, zbog zgodnog oblika i povoljnog položaja sortimenata, u kojem klize na šumskim klizinama. Tako misli i Kubelka, kad kaže, da takav zaključak prilično odgovara praktičkim potrebama, ako je klizina inače valjano trasirana, pa besprijekorno izvedena. Nadalje što i formule, koje računaju sa otporom zraka, ne mogu idealno dočarati stanje uistinu, zbog još i drugih zamršenih utjecaja koje teoretske, koje praktičke naravi.

Tako na pr. Coulombov zakon — koeficijent trenja = konstans, na kojem baziraju sve spomenute formule, a ne računaju sa otporom zraka — predočuje tek prvu približnost stanja uistinu i to samo u slučaju, u kojem su obje površine, koje se dodiruju, posve suhe. Uistinu je koeficijent trenja promjenljiv i u takovom slučaju. Najveći je u času polaska, padne odmah zatim, te pada još i dalje, ali ne u razmjeru, u kojem brzina raste, nego mnogo polaganije. Nije li podloga suha, nego ovlažena ili omazana kakovim tekućim ili polutekućim mazom, Coulombov zakon ne vrijedi uopće, jer se koe-

ficijenat trenja mijenja ne samo sa specifičkim pritiskom tijela o podlogu, nego i sa karakterom maza i brzinom klizanja primjetljivo (kod manjeg pritiska linearno). Konačno, budući je isti namaz nejednake žilavosti kod razne temperature, zavisi koeficijent trenja još i o temperaturi.

Pa ipak i u takvom slučaju, račun o šumskim klizinama bazira na Coulombovom zakonu. Razlog leži i u ovome: I najsolidnije izgradjena po uzdržavana klizina nije savršeno jednolične konstrukcije niti stanja na svakom mjestu, niti je sortirana, koji klizi, savršeno sukladnog oblika i karaktera, kako to račun pretpostavlja. Kad bi dakle formule i uzimale u račun sve prije nabrojane utjecaje, rezultat računa bio bi opet i samo njeka više manje tačna približnost stanja uistinu. Coulombov zakon pojednostavnjuje formule, a olakšava račun. Zbog toga primjenjuje se na sve vrste šumskih klizina, bez obzira na stanje u kojem nalaze, t. j. bez razlike da li su suhe, ovlažene, osniježene, oledene ili bilo sa kakovim mazom namazane. I poradi toga praktičnije se postupa, kad se ispituje sposobnost njihovog rada na temelju jednostavnih i približnih formula, a u njima zanemareni utjecaji, da se prosuduju ili naknadno korigiraju opet na drugi koji jednostavan način.

Tako na pr. promjenljivost koeficijenta trenja zgodno se eliminira, da se račun sa približnim formulama sprovede dva puta. Jedanput da se ispita sposobnost rada klizine uz najvjerojatniju najmanju, a drugiput uz najvjerojatniju najveću vrijednost koeficijenta trenja. Utvrdi li se sposobnost rada u jednom i drugom slučaju, zacijelo će takova klizina raditi uz vrijednost koeficijenta trenja uistinu, jer se ta kreće i mijenja unutar onih prvih dviju vrijednosti.

Za prosuđenje pak skrajnih vrijednosti koeficijenta trenja, nema sumnje, neće biti samo od teoretskog interesa, nego i od praktičkog značenja upoznati od kolikog je utjecaja zanemareni otpor zraka. Zbog toga postavili smo si zadaću u ovoj raspravi, da na temelju dosada poznatih i u tu svrhu potrebnih teoretskih i empiričkih podataka ispitamo i pokažemo, kako i u koliko se može prosuditi ili korigirati taj po približnom računu zanemareni utjecaj.

Otpor zraka (medija) je reakcija, koja se javlja u suprotnom smjeru gibanja. Taj otpor formulirao je još Newton u obliku kvadratne funkcije:

$$W = kv^2. \quad 1)$$

U ovoj formuli označuje v brzinu, s kojom se tijelo giba u zraku (mediju), a k je koeficijent zavisian jednako o tijelu kao i o mediju. Poblize o tom koeficijentu govorimo poslije. Primjena ove funkcije iziskuje izvjestan oprez. Pouzdani zak-

Ijucci naime općenitog značenja mogli bi se izvesti tek na temelju ekzaktnog zakona općenite vrijednosti, koje ova kvadratna funkcija nema. Ne vrijedi za malene brzine. Više manje tačno vrijedi za brzine od cca 1 do 200 *m/sec*. Za veće brzine od ove nije pouzdana, a za vrlo velike brzine (veće od brzine zvuka) ne vrijedi opet. K tome pridolazi još i to, da se mišljenja stečena na temelju izvršenih pokusa u razno doba, sa raznim tjelesima, u razne svrhe, razilaze i u granicama vrijednosti ove funkcije tako, da se lako porodi sumnja pa misao, da ta funkcija ne pokazuje uopće ništa, kako zgodno kaže Mises. U novije doba međutim izvršeni mnogobrojni pokusi u aeronautske svrhe potvrđuju ipak, da se ta funkcija pokriva sa stanjem uistinu u ograničenom intervalu i to praktički dovoljno tačno za brzine od cca 1 do 40 *m/sec*. Budući da je osim toga od svih drugih predloženih i najjednostavnija, to se danas općenito i upotrebljava u tom intervalu. Brzina klizanja na šumskim klizinama kreće se u istim granicama. Podaci, pronađeni za koeficijent k u avijatičke svrhe, moći će se dakle upotrijebiti i u naše svrhe, naravno, u koliko se odnose na tjelesa dimenzija i oblika jednakih sortimentima, kakovi se otpremaju na šumskim klizinama.

Zbog opisane nesavršenosti kvadratne funkcije ne ulazi se u ovoj raspravi u izvode i zaključke o mijeni brzine uz djelovanje otpora zraka općenitog značenja, jer takovog značenja ti zaključci uistinu ne bi ni imali. U odabranom okviru rasprave želi se prikazati tek utjecaj otpora zraka na ukupni otpor šumskih klizina sa praktički dovoljnom tačnošću u spomenutim granicama.

Teško tijelo reducirane težine Q_r (težina tijela u vakuumu umanjena za uzgon) padajući u mediju (zraku) sa početnom brzinom $v_a = 0$, pada sve brže i brže, dok akceleracija, sa kojom pada, biva sve manja i manja. Uzrok je tome otpor zraka, koji djelujući nasuprot sili teži, sa brzinom biva sve veći i veći. Po kvadratnoj funkciji mora onda postojati izvjesna vrijednost brzine $v = c_0$, uz koju će otpor medija (zraka) upravo dosegnuti reduciranu težinu tijela:

$$W_0 = k c_0^2 = Q_r. \quad 2)$$

Odatle pak slijedi:

$$c_0^2 = \frac{Q_r}{k}. \quad 3)$$

Zbog toga jednadžba 1) može se pisati i u obliku:

$$W = Q_r \frac{v^2}{c_0^2}. \quad 4)$$

Da konačna brzina (Endgeschwindigkeit) c_0 može imati fizikalno značenje, potvrđuje iskustvo. Tjelesa naime manje reducirane težine Q_r , a razmjerno velike vrijednosti koeficijenta k , postignu tu brzinu već na kratkom konačnom putu, te postignuvši ju, padaju dalje jednolično (?) u homogenom mediju. Zašto se ipak ta brzina ne naziva stacionarnom u stručnoj literaturi, razlog leži u nesavršenosti kvadratne funkcije. Primjene li se naime opći zakoni mehanike na tu funkciju, izlazi zaključak: Svako tijelo, koje je počelo padati sa početnom brzinom $v_0=0$, postigne konačnu brzinu u svakom mediju tek u beskonačnosti. Drugim riječima, brzina padanja svakog tijela asimptotički se primiče doduše konačnoj brzini c_0 u svakom mediju, no ne dostigne ju posve nikada. To je prvi nesklad između teorije (kvadratne funkcije) i prakse. Drugi nesklad leži u ovome: Nema potvrde u iskustvu da mora postojati konačna brzina c_0 za svako tijelo u svakom mediju. Drugim riječima, nema potvrde, da otpor svakog medija može porasti do reducirane težine svakog tijela. Jer taj otpor, iako je reakcija, ne može da premaši graničnu sposobnost reagiranja medija uopće, koja općenito može biti i manja od reducirane težine tijela. To se može dokazati ovako. U vakuumu je granična sposobnost reagiranja medija proti gibanju Q teškog stranog tijela $W_g=0$, jer u vakuumu nema medija uopće. U drugom skrajnjem slučaju, u prostoru ispunjenom najgušćim medijem, postignut će ta granična sposobnost reagiranja maksimalnu njeku vrijednost $W_g=W_{gm}$. Općenito je pritom $W_{gm} \geq Q_r$, jer si možemo zamisliti medij veće gustoće, dakle i veće ili barem jednako velike granične sposobnosti reagiranja sa reduciranom težinom stranog tijela Q_r u svakom slučaju, ako kao medij ne isključujemo ni krutu materiju. Može li se pak kretati granična sposobnost reagiranja medija općenito u granicama

$$0 < W_g < W_{gm}, \text{ gdje je } W_{gm} \geq Q_r,$$

onda mora postojati strano tijelo i medij tako, da je $W_g < Q_r$. Na drugi način čitana pak ova nejednadžba kaže: Za svaki medij može se pronaći i strano tijelo reducirane težine, koja je veća od skrajnje sposobnosti reagiranja medija. Posljednji slučaj isključuje kvadratna funkcija, jer po njoj, uz dovoljno veliku brzinu, otpor medija može da bude po volji velik. No u tome i leži spomenuta druga nesavršenost ove funkcije.

Zbog toga — bez obzira na fizikalno značenje, jer se ipak oslanjamo na kvadratnu funkciju — pod konačnom brzinom razumijevamo u daljnjem brzinu c_0 onako, kako ju definira jednadžba 3).

Na kosini nagiba α klizi teško tijelo zbog djelovanja sile:

$$T = Q_r \sin \alpha - \mu_0 Q_r \cos \alpha - Q_r \frac{v^2}{c_0^2}. \quad 5)$$

Prvi član na desnoj strani ove jednadžbe predočuje akciju, komponentu reducirane težine, koja giba tijelo niz kosinu. Preostali članovi predočuju pak reakciju, koja djeluje u suprotnom smjeru. U drugom članu dolazi do izražaja trenje između podloge i tijela, a u trećem otpor zraka. Koeficijent trenja $\mu_0 = tg \tau_0$ providili smo sa indeksom 0, jer ima da se odnosi na čisto trenje t. j. na vrijednost koeficijenta trenja, pronađenu bez utjecaja zraka, kakova je na pr. u vakuumu. Otpor zraka unijeli smo u punom iznosu. T. j. onakav, kakav bi bio, kad se tijelo ne bi doticalo podloge. Uistinu drvo dira podlogu klizeći na šumskoj klizini. Otpor zraka uistinu odmicat će dakle od tog iznosa. Koliki je taj odmak, o tome nemamo empiričkih podataka, a i otimlje se svakoj računskoj kalkulaciji. Svakako je neznatan, jer je i doticanje neznatno tako, da pored drugih netačnosti možemo zanemariti i taj odmak.

Nagib kosine može se udesiti i tako, da je $T = 0$. U tom slučaju tijelo ili miruje, t. j. nalazi se u labilnom položaju, baš na granici između stanja mirovanja i stanja gibanja, ili klizi jednolično sa brzinom, koju je imalo već na početku kosine.

U prvom slučaju ($v = 0$) — izlazi iz jednadžbe 5) za $T = 0$ — je $tg \alpha = \mu_0 = tg \tau_0$; $\alpha = \tau_0$. 6)

T. j. nagib kosine jednak je kutu čistog trenja.

U drugom slučaju ($v = c > 0$) — izlazi iz iste jednadžbe. ako nagib kosine poprima vrijednost $\alpha = \tau$ za $T = 0$ — je

$$\sin \tau - \mu_0 \cos \tau - \frac{c^2}{c_0^2} = 0 \quad 7)$$

ili

$$\sin (\tau - \tau_0) = \frac{c^2}{c_0^2} \cos \tau_0. \quad 7a)$$

Zbog otpora zraka nagib kosine τ treba dakle da je veći od kuta čistog trenja τ_0 za iznos:

$$\tau - \tau_0 = \arcsin \left(\frac{c^2}{c_0^2} \cos \tau_0 \right) = \omega, \quad 8)$$

ako se želi, da tijelo klizi na njoj jednoličnom brzinom c . Po-drijetlo kuta ω , koga preglednije definiraju jednadžbe:

$$\sin \omega = \sin \omega_0 \cos \tau_0 \quad 9)$$

$$\sin \omega_0 = \frac{c^2}{c_0^2} \quad 10)$$

treba dakle tražiti u otporu zraka. Nagib pak ukupnog otpora (čistog trenja i otpora zraka) kosine, na kojoj klizi teško tijelo jednoličnom brzinom c , mjeri:

$$\tau = \tau_0 + \text{arc sin} (\sin \omega_0 \cos \tau_0) . \quad (11)$$

Za $\tau_0 = 0$ neka je $\tau = \tau_0$, onda izlazi iz posljednje jednačbe $\tau_0 = \omega_0$, a u vezi sa jednačbom 9).

$$\sin \tau \omega = \sin \omega_0 = \frac{c^2}{c_0^2} . \quad (12)$$

Slomak $\frac{c^2}{c_0^2}$ jednak je dakle sinus u nagiba idealne kosine, na kojoj klizi teško tijelo bez čistog trenja, samo uz otpor zraka (medija), sa jednoličnom brzinom c .

Ova jednačba mogla bi poslužiti za određivanje konačne brzine c_0 , za tjelesa povoljnog oblika, s pomoću kosine, na kojoj bi se moglo praktički zanemariti čisto trenje prema otporu medija. Uostalom, u istu svrhu mogla bi poslužiti i formula 7a), ako se svede na oblik:

$$c_0^2 = \frac{c^2 \cos \tau_0}{\sin (\tau - \tau_0)} , \quad (13)$$

a vrijednost koeficijenta čistog trenja ako se pozna već otprije ili najprije odredi na drugi koji način.

Analogno kao kod čistog trenja, tangens kuta ukupnog otpora (trenja i medija) nazivamo koeficijentom ukupnog otpora ili u kratko samo koeficijentom otpora kosine (klizine):

$$\mu = \text{tg} \tau . \quad (14)$$

Taj se koeficijent može izračunati i neposredno iz — jednačbe 7) — ako se funkcije $\sin \tau$ i $\cos \tau$ u njoj izraze sa funkcijom $\text{tg} \tau$ — sa rezultatom:

$$\mu = \text{tg} \tau = \frac{\mu_0 + \sin \omega_0 \sqrt{\mu_0^2 + \cos^2 \omega_0}}{\cos^2 \omega_0} . \quad (15)$$

Ako je ω_0 toliko malen kut, da se $\cos \omega_0$ praktički ne razlikuje od jedinice (a ta je najčešći slučaj), tad namjesto ove tačne, može poslužiti i približna formula:

$$\mu = \text{tg} \tau = \mu_0 + \frac{\sin \omega_0}{\cos \tau_0} . \quad (15a)$$

Na ovaj način izražen je utjecaj zraka već u koeficijentu otpora kosine. Zbog toga, za ispitivanje sposobnosti rada poje-

đinih poteza šumskih klizina uz otpor zraka, moći će se upotrijebiti formule izvedene bez obzira na taj otpor, ako se u tim formulama koeficijentu trenja prida značenje koeficijenta otpora kosine. Naravski, strogo uzevši ispravno bi se moglo tako postupiti tek na potezu jednolične brzine, jer je koeficijent otpora konstantan tek uz jednoličnu brzinu klizanja c . Takovi su pak potezi iznimke. U pravilu sastoji šumska klizina od poteza promjenljive brzine, na kojima koeficijent otpora nije konstanta, nego funkcija brzine oblika:

$$\mu = \mu_0 + \frac{v^2}{c_0^2 \cdot \cos \alpha}, \quad 16)$$

slijedi neposredno iz jednadžbe 5), ako se stavi:

$$T = Q_x (\sin \alpha - \mu_0 \cos \alpha - \frac{v^2}{c_0^2}) = Q_x (\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \quad 16a)$$

Na dovoljno kratko odmjerenom potezu međutim brzina se ne mijenja mnogo. Praktički dovoljno tačno moći će se dakle uzeti u račun koeficijent otpora kao konstanta i u ovom slučaju, ako se smatra funkcijom njeke osrednje brzine v_s takovog poteza. Odatle pak slijedi: praktički dovoljno tačno moći će se primjenjivati formule izvedene bez otpora zraka i na poteze promjenljive brzine sa otporom zraka, ako se koeficijentu trenja prida značenje koeficijenta ukupnog otpora. Taj koeficijent možemo pak pregledno i praktički dovoljno tačno formulirati još jednom i konačno ovako:

za poteze jednolične brzine c :

$$\mu = \operatorname{tg} \tau = \mu_0 + \frac{c^2}{c_0^2 \cos \tau}. \quad 17a)$$

za poteze promjenljive brzine, osrednje vrijednosti v_s :

$$\mu = \operatorname{tg} \tau = \mu_0 + \frac{v_s^2}{c_0^2 \cdot \cos \alpha}. \quad 18)$$

Neće biti možda suvišno još i upozoriti, da je formula 17a) identična sa približnom formulom 15a, a tačnoj formuli 15) da odgovara tačna formula u analognom ruhu:

$$\mu = \operatorname{tg} \tau = \mu_0 + \frac{c^2}{c_0^2 \cos \tau}. \quad 17)$$

Praktična upotreba ovih formula uvjetuje poznavanje kao vrijednosti koeficijentata čistog trenja μ_0 tako i vrijednosti konačne brzine c_0 i to za svaki sortimenat na svim vrstama šumskih klizina. Jedan način kako bi se mogla pokusima pro-

nači konačna brzina, spomenuli smo već prije. Sad pak iznosi-
mo još jedan, na koji bi se mogla empirički odrediti ne samo
konačna brzina, nego i koeficijent čistog trenja za povoljan
sortimenat i klizinu.

Jedan te isti sortimenat promatramo u klizanju na dva
poteza, različitog nagiba ($\alpha_2 > \alpha_1$), no jednako dugačkih hori-
zontalnih projekcija ($d_2 = d_1 = d$), na dijelovima njeke šumske
klizine posve iste konstrukcije i istih fizikalnih svojstava. Da
bude rezultat pokusa što tačniji, nagib jednog (α_2) i drugog
(α_1) poteza zamišljamo u blizoj okolici nagiba τ , uz koji klizi
sortimenat jednoličnom brzinom c , p. p. tako, da je podjednako
 $\alpha_2 > \tau$ i $\tau > \alpha_1$. Na taj način biće osrednja brzina na jednom
potezu $V_{s2} > c$, a na drugom $V_{s1} < c$. Obje pak odmicit će u
suprotnim smjerovima podjednako daleko od jednolične brzi-
ne c , uz koju je samo, strogo uzevši, koeficijent ukupnog otpo-
ra konstantan. Koeficijent čistog trenja za istu podlogu i
za isti sortimenat ne mijenja se sa nagibom podloge, nego je
konstantan i nezavisan od tog nagiba. Na jednom i drugom po-
tezu biće dakle vrijednost koeficijenta čistog trenja ista. Onda
mora biti, slijedi iz 18):

$$\mu_0 = \mu_1 - \frac{v_{s1}^2}{c_0^2 \cos \alpha_1} = \mu_2 - \frac{v_{s2}^2}{c_0^2 \cos \alpha_2}. \quad 19)$$

Odatle pak izlazi:

$$c_0^2 = \frac{1}{\mu_2 - \mu_1} \left[\frac{v_{s2}^2}{\cos \alpha_2} - \frac{v_{s1}^2}{\cos \alpha_1} \right]. \quad 19a)$$

Kad se računa vrijednost koeficijenta trenja bez obzira na
utjecaj zraka, upotrebljava se poznata formula:

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha - \frac{v_b^2 - v_a^2}{2gd}. \quad 20)$$

α označuje opet nagib, v_a brzinu na početku, a v_b brzinu
na kraju d dugačke klizine u horizontalnoj projekciji. Na teme-
lju izvršenih pokusa, Förster i Petraschek računali su s pomo-
ću ove formule i poslije objelodanili poznate vrijednosti koefi-
cijenta trenja za glavnije sortimente i vrste šumskih klizina.
Ali, budući su te pokuse izvodili u prisutnosti zraka, zapravo
nijesu pronašli vrijednost koeficijenta čistog trenja, nego vri-
jednost koeficijenta ukupnog otpora, u našem smislu za njeku
osrednju brzinu:

$$v_s^2 = \frac{1}{2} (v_a^2 + v_b^2), \quad 21)$$

s kojom je sortimenat klizio na pokusnom potezu.

Formula 20) određuje dakle vrijednost koeficijenta čisto g trenja samo u vakuumu. Primjenjena pak na eksperiment izvršen u zraku (medijem) ispunjenom prostorom, daje vrijednost koeficijenta ukupnog otpora. Zbog toga biće i u našem slučaju i na našim potezima, ako zamišljamo eksperiment izvršen u prisutnosti zraka:

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 &= tg\alpha_1 - \frac{v_{b1}^2 - v_{a1}^2}{2gd}, \\ \mu_2 &= tg\alpha_2 - \frac{v_{b2}^2 - v_{a2}^2}{2gd}. \end{aligned} \right\} 22)$$

Na ovaj način jednačba 19a) s pomoću jednačbi 21) i 22) određuje konačnu brzinu c_0 potpuno. Pošto je određena ova, koeficijent čistog otpora μ_0 lako se izračuna iz jednačbe 19).

Približnu sliku o konačnoj brzini međutim možemo podati već i ovdje, na temelju empiričkih podataka, pronađenih u avijatičke svrhe, u koliko nam stoje na raspoloženju za tjelesa slična sortimentima, kakovi se otpremaju na šumskim klizinama.

Veličina koeficijenta k u jednačbi otpora zraka 1) поближе određena je naime ovako:

$$k = \frac{1}{2} \zeta F \frac{\gamma_z}{g}. \quad 23)$$

Neimenovani broj ζ (u stručnoj literaturi, namjesto ove, služe još oznake c ili $\psi = \frac{1}{2} \zeta$) zavisi o obliku tijela i zbog toga se zove koeficijent oblika. F je projekcija površine tijela u smjeru gibanja; u našem slučaju dakle površina najvećeg presjeka tijela, okomitog na smjer gibanja. Dimenzija te površine je m^2 ; γ_z označuje težinu zraka u kilogramima po kubnom metru, a g je akceleracija teže ($9,81 m/sec^2$).

Kvocijent γ_z/g je onda gustoća t. j. masa zraka u jedinici volumena. Normalna gustoća ili masa zraka mjeri pak zaokruženo:

$$\frac{\gamma_z}{g} = \frac{1,252}{9,81} \sim \frac{1}{8} \frac{kg \cdot sec^2}{m^3}.$$

Gornja formula zbog toga poprima u normalnim prilikama oblik:

$$k = \frac{1}{16} \zeta F. \quad 23a)$$

Za konačnu brzinu (isp. jedn. 3) izlazi onda:

$$c_0^2 = \frac{16}{\xi} \cdot \frac{Q_r}{F} \quad (24)$$

Reducirana težina tijela pak mjeri:

$$Q_r = V(\gamma - \gamma_z), \quad \dagger$$

ako V označuje volumen tijela u m^3 , γ težina tijela, a γ_z težinu zraka u kg/m^3 . Dakle je:

$$c_0^2 = \frac{16}{\xi} \cdot \frac{V}{F} \cdot (\gamma - \gamma_z) \quad (24a)$$

Od tjelesa, za koje su pronadene vrijednosti koeficijenta oblika u avijatičke svrhe, sortimentima, kakovi se otpremaju šumskim klizinama, najbliži i najbliži je valjak promjera d i dužine l . Budući je pak volumen valjka $V = F \cdot l$, ako F oznajevu bazu, to gornja formula poprima konačan oblik u našem slučaju gibanja:

$$c_0^2 = \frac{16}{\xi} l (\gamma - \gamma_z) \quad (24b)$$

Koeficijent oblika mijenja se sa omjerom dimenzija valjka l/d prema jedinim podacima*), koji nam stoje na raspoloženju za naš slučaj gibanja, ovako:

l/d	1	2	4	7
ξ	0,91	0,85	0,87	0,99

Najbliži šumskim sortimentima je pak valjak omjera $l/d = 7$. Zbog toga, uzimamo li u račun težinu mekanog drva u zraku sa okruglo $\gamma - \gamma_z = 750 kg/m^3$, formula 24 b) prelazi u:

$$c_0^2 = \frac{16}{0,99} 750 l \sim 12.000 l \quad (24c)$$

Prema tome izlazi konačna brzina za valjke, najbližeg oblika šumskim sortimentima, omjera $l/d = 7$, kako slijedi:

l/d	2,1/0,3	4,2/0,6	6,3/0,9	8,4/1,2 _m
c_0^2	25,200	50,400	75,600	100,800
c_0	159	224,5	256	317,5 _{m/sec}

*) »Hütte«, 25. Aulage, Bd I. S. 377.

Konačna brzina raste sa sortimentom. Presiže maksimalnu brzinu (≈ 40 m/sec) na šumskim klizinama 4 do 8 puta, kod lakih sortimenata manje, kod teških više. Nanizane brojke o konačnoj brzini predočuju stanje uistinu ipak tek približno. Strogo vrijede samo za tjelesa, sa kojima su pokusi izvršeni kod određivanja koeficijenta oblika. Ukupni otpor zraka je naime rezultanta od više utjecaja. Najprije se javlja na čelu tijela kao povišeni pritisak; zatim kao smanjeni pritisak na stražnjoj plosi tijela, uz pratnju vrtloga uznemirenog i navirućeg zraka i konačno kao trenje duž pobočnih ploha tijela. Svi su ti utjecaji isti tek u posve istim prilikama. U našem primjenjenom slučaju na pr. rapavost površine šumskih sortimenata za cijelo se razlikuje od rapavosti modela, s kojim su pokusi izvršeni. A i čelo, pa konačno i čitav oblik sortimenta nije sukladan sa čelom i oblikom geometrijski modeliranog valjka. Osim toga, kako je već rečeno bilo, sortimentat ne klizi posve slobodno u zraku. Pa ipak sve ove netačnosti ne treba da nam mute sliku prilične približnosti stanja uistinu, jer se vidi već iz priopćene tablice, da se koeficijentat oblika ζ tromo mijenja i onda, kad se mijenjaju od ovih bitniji utjecaji, kao na pr. omjer l/d .

Razlika između koeficijenta ukupnog otpora i koeficijenta trenja kod istog sortimenta s tim je veća, što je koeficijentat trenja i brzina veća. Ta razlika $\mu - \mu_0$ iskazana je u pretposljednem stupcu tablica 2, u kojoj su na temelju formule 15 a) izračunati koeficijenti ukupnog otpora za ekstremne sortimente 2,1/0,3 i 8,4/1,2 uz ekstremne vrijednosti 0,10 i 0,50

Tablica 1.

$\left(\frac{m}{l/d}\right)$	$\sin \omega_0 = \frac{c^2}{c_0^2}$							
	$c = 5$	10	15	20	25	30	35	40 m/sec
2,1/0,3	0,00099	0,00397	0,00893	0,01587	0,02480	0,03571	0,04861	0,06349
4,2/0,6	0,00050	0,00198	0,00446	0,00794	0,01240	0,01786	0,02431	0,03175
6,3/0,9	0,00033	0,00132	0,00298	0,00529	0,00827	0,01190	0,01620	0,02116
8,4/1,2	0,00025	0,00099	0,00223	0,00397	0,00620	0,00893	0,01215	0,01587

čistog koeficijenta trenja, pa uz ekstremne brzine od 10 i 40 m/sec, prisposdobe radi. U posljednjem stupcu iste tablice izkazane brojke označuju pak porast čistog koeficijenta trenja na iznos koeficijenta ukupnog otpora u postocima: Ti postoci pokazuju, da je utjecaj otpora zraka kud i kamo snažniji kod manjih i lakših sortimenata. Dok je koeficijentat trenja 0,50 teškog sortimenta 8,4/1,2 poskočio tek na 0,518 uz iznimno ve-

Tablica 2.

l/d	μ_0	c	$\cos\tau_0$	$\frac{\sin\omega_0}{\cos\tau_0}$	μ	$\mu - \mu_0$	%
2,1/0,3	0,10	10	0,99504	0,00399	0,104	0,004	4
		40		0,06381	0,164	0,064	64
	0,50	10	0,89443	0,00444	0,504	0,004	0,8
		40		0,07098	0,571	0,071	14,2
8,4/1,2	0,10	10	0,99504	0,00100	0,101	0,001	1
		40		0,01595	0,116	0,016	16
	0,50	10	0,89443	0,00111	0,501	0,001	0,2
		40		0,01774	0,518	0,018	3,8

liku brzinu od 40 m/sec , kod lakog sortimenta 2,1/0,3 poskočio je od 0,50 na 0,571 zbog otpora zraka. Još veća je razlika ako oba sortimenta klize sa istom tom brzinom uz koeficijent trenja 0,10. Kod težeg sortimenta poskočio je taj na 0,116, a kod lakšeg čak na 0,164, dakle za 64%. Otpor zraka trebalo bi zbog toga uzeti u račun, kad se radi o ispitivanju sposobnosti rada klizine za lakše sortimente uz velike brzine.

Tablica 3.

l/d	μ_0	c	μ
2,1/0,3	0,10	10	0,10399
		40	0,16434
	0,50	10	0,50444
		40	0,57318
8,4/1,2	0,10	10	0,10100
		40	0,11597
	0,50	10	0,50107
		40	0,51787

Da se pokaže nadalje, sa kojom tačnošću radi približna formula 15a), dotično 17a), iskazani su koeficijenti ukupnog otpora za sortimente tablice 2 u istim prilikama, te izračunati još jednom u tablici 3, po tačnoj formuli 15). Prisposobljenje rezultata obiju tablica pokazuje, da je približna formula 15a) dovoljno tačno u naše svrhe u svakom slučaju.

Ispitujući sposobnost rada šumskih klizina i računajući po formulama, koje ne uzimaju u račun otpor zraka, upotrebljavaju se empiričke vrijednosti koeficijenta trenja μ , određene na temelju pokusa ili promatranja izvršenih na raznim klizinama, kod otpreme raznih sortimenata, uz

nja μ , određene na temelju pokusa ili promatranja izvršenih na raznim klizinama, kod otpreme raznih sortimenata, uz

prisutnost zraka. Te vrijednosti μ nemaju dakle značenje koeficijenata čistog trenja μ_0 , nego označuju koeficijent ukupnog otpora kosine za brzinu, uz koju je sortiment klizio za vrijeme pokusa ili opažanja. Zbog toga biće rezultat pronadene na temelju takovih formula to bliži stanju uistinu, što manje odmiče brzina sortimenta na klizini, koja se ispituje od brine uz koju je pronaden koeficijent trenja μ . Nagib klizine osniva se redovno tako, da najlakši i najmanji sortimenti, koje karakteriše relativno najveći koeficijent trenja, upravo još stignu sa minimalnom brzinom do stovarišta. Brzina klizanja tih sortimenata biće predviđena po svoj prilici manjom od brzine, uz koju je pronaden koeficijent trenja. Zbog toga stići će ti sortimenti na stovarište po svoj prilici sa nešto većom brzinom od računске. Budući je ali udešen kapacitet kočnih poteza i naprava pred i na samom stovarištu za kud i kamo veće brzine, kojima u nj ulaze teški i najteži sortimenti, zanemarenje otpora zraka kod lakih sortimenata neće biti od praktičkog značenja u ovakovom slučaju. Teški i najteži sortimenti klize nasuprot uz relativno najmanju vrijednost koeficijenta trenja na klizini, koja se ispituju. Diferencija između nagiba i kuta trenja je najveća, a isto tako brzina pred stovarištem je velika, kolikogod kočni uređaji dopuštaju. Teški sortimenti klizat će dakle za cijelo sa većom brzinom od brzine uz koju je pronaden koeficijent trenja. Znači, koeficijent ukupnog otpora redovno biće veći od računskoga ili teški sortimenti stići će na stovarište redovno sa manjom brzinom od računске. Ta okolnost može pak poslužiti samo kao koeficijent sigurnosti za efekat zasnovanih kočnih uređaja. Zbog toga, osniva li se ili ispituje sposobnost rada šumske klizine na ovaj način, uzimanje u račun otpora zraka nema praktičkog značenja. Nasuprot, upotreba koeficijenata trenja i formula, koje se ne osvrću na otpor zraka, povisuju vjerojatnost zaključka o sposobnosti rada klizine

Veći koeficijent sigurnosti, koji proizlazi iz upotrebe približnih formula, dobro dolazi obzirom još na jednu okolnost, koju nijesmo dosad spomenuli. U našim izvodima pretpostavili smo naimе homogeni medij, zrak, istih fizikalnih svojstava, koji se nalaze u stanju mirovanja duž cijele klizine. Uistinu je to rijedak, izniman slučaj. Visinska razlika između početka i kraja šumskih klizina, naročito ljetnih, redovno je velika. Iznosi par stotina metara. Težina zraka mijenja se pak sa pritiskom zraka, a osim toga još i sa temperaturom. Kod iste klizine neće biti dakle zrak strogo istih fizikalnih svojstava ni onda kad miruje. No od kud i kamo većeg utjecaja na ukupni otpor kosine ima uznemireni zrak. Duva li vjetar na pr. tačno u suprotnom smjeru klizanja, u formuli 16) slovo v označuje brzinu klizanja u mirnom zraku + brzinu vjetra. Duva li pak vje-

tar tačno u smjeru klizanja biće v = brzina klizanja u mirnom zraku — brzina vjetrova. Redovno prilike nijesu ni računski tako jednostavne, jer je vjetar najčešće više manje otklonjen od jednog ili drugog opisanog smjera. Jedna komponenta vjetrova, okomita na podlogu, povećaje čisto trenje, a druga povećaje ili smanjuje ukupni otpor kosine, pa još i skreće sortimenat sa određenog puta, već prema smjeru vjetrova u takovom slučaju. Sve te prilike računski predvidjeti jedva je moguće. Zbog sigurnosnih mjera uostalom kod jače uznemirenog zraka redovno se obustavlja promet na klizini.

U specijalnim slučajevima uzimanje u račun otpora zraka može biti od koristi, naročito kad se radi o lakim sortimenatima, koji klize velikom brzinom na dužem potezu. Utjecaj otpora zraka u takovom slučaju najbolje će ilustrirati slijedeći primjer. Imamo pred sobom u horizontalnoj projekciji $d = 800$ m dugačku kosinu, nagiba $tg\alpha = 0,20$, na kojoj klizi 2,1/0,3 sortimenat. Pita se kolika je brzina na kraju klizine, ako je sortimenat počeo kliziti sa početnom brzinom $v_a = 20$ m/sec; ako konačna njegova brzina mjeri $c_0^2 = 25.200$; koeficijent trenja između njega i podloge $\mu = 0,10$ ako je pronađen uz osrednju brzinu od 10,2 m/sec na jednakoj klizini, nagiba ali $cos\alpha = 0,995$, na zraku? Koeficijent čistog trenja mjeri za ovu klizinu, slijedi iz 18):

$$\mu_0 = 0,10 - \frac{10,2^2}{25.200 \cdot 0,995} = 0,096.$$

Računamo traženu brzinu v na kraju klizine najprije po poznatoj formuli:

$$v^2 = v_a^2 + 2gd(tg\alpha - \mu),$$

na poznat način, bez obzira na utjecaj zraka. Po tom računu izlazi:

$$v^2 = 20^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot 800 (0,20 - 0,10) = 1969,6$$

$$v = 44,4 \text{ m/sec.}$$

Osrednja brina na tom potezu bila bi dakle (ispor. 21):

$$v_s^2 = \frac{1}{2} (20^2 + 44,4^2) = 1184,8$$

$$v_s = 34,4 \text{ m/sec.}$$

Koeficijent ukupnog otpora kosine mjeri za tu osrednju brzinu, slijedi iz 18):

$$\mu = 0,096 + \frac{1184,8}{25200 \cdot 0,98058} = 0,144.$$

Uz otpor zraka izlazi ondâ brzina na kraju klizine, iz iste formule:

$$v^2 = \overline{20}^2 + 2.9,81 \cdot 800 (0,20 - 0,114) = 1278,98.$$

$$v = 35,8 \text{ m/sec.}$$

Diferencija između rezultata jednog i drugog računa iznosi dakle 8,6 *m/sec* ili u postocima (obzirom na prvi rezultat) 19,4%. Tolika diferencija biće u praksi svakako rijetkost. Jer manji sortimenti, na koje naj snažnije utječe otpor zraka, klize redovno sa kud i kamo manjom brzinom, a sa većom tek iznimno i to na kraćem potezu.

Upotrebljena literatura:

- 1.) Dr. R. Fö p p l: Vorlesungen über Technische Mechanik.
- 2.) W. Sch ü l e: Tehnische Thermodynamik (Poglavlje »Der Luftwiderstand« sa obilnom oznakom literature).
- 3.) Dr. R. v. Mises: Fluglehre.
- 4.) Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, Lieferung I und II.

ZUSAMMENFASSUNG.

In der Einleitung werden die Anwendungsgründe der üblichen, bei der Berechnung oder Überprüfung der forstlichen Riesen den Luftwiderstand in Rücksicht nicht nehmenden Formeln, besprochen. Es werden die Schwierigkeiten auch solcher Formeln, die den Luftwiderstand einschliessen sollten, erörtert. Dennoch — da die Schätzung des durch die Luftwiderstandsvernachlässigung begangenen Fehlers nicht nur vom theoretischen Interesse, sondern auch von praktischer Bedeutung sein könnte — wird in dieser Abhandlung eine Schätzungsmethode über den Lufteinfluss auf den gesammten Gleitwiderstand der forstlichen Riesen abgeleitet.

Nach Newton ist der Luftwiderstand durch die Gl 1) bestimmt. Die Anwendung dieser quadratischen Funktion, da sie nicht allgemein gültig ist, erfordert eine gewisse Vorsicht. Darum werden in dieser Abhandlung die allgemeinen gültigen Geschwindigkeitsgleichungen oder dergl. auf Grund dieser Funktion nicht abgeleitet, sondern nur ein zweckmässiges Ver-

fahren zur einfachen Schätzung des Luftwiderstandes in den für diese Funktion gültigen Geschwindigkeitsintervalle (von ungefähr 1 bis 40 m/sec) gültigen Geschwindigkeitsintervalle angeben.

Ein Körper reduzierter Schwere Q_r (Körperschwere im Vakuum vermindert durch den Auftrieb), mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_a = 0$ beginnend, fällt in dem luftgefüllten Raume immer schneller. Zugleich nimmt der Luftwiderstand zu, u. z. — da er nach der quadrat. Funktion mit der Geschwindigkeit ohne Grenzen wachsen kann — bis zu einem Geschwindigkeitswerte $v = c_0$, bei welchem der Luftwiderstand die reduzierte Schwere des fallenden Körpers erreicht. Dies besagt die Gl. 2), aus welcher die Gl. 3) u. 4) folgen, in denen c_0 die Endgeschwindigkeit des fallenden Körpers bedeutet.

Auf der schiefen Ebene, der Neigung α , gleitet ein schwerer Körper infolge der Kraft T , die durch die Gl. 5) bestimmt ist. In dieser teilweise bekannten Gleichung bedeutet $\mu_0 = \operatorname{tg} \tau_0$ die reine Reibungszahl (also ohne Luftwiderstand); das letzte Glied stellt den Luftwiderstand dar u. z. im vollen Betrage, obwohl dies nicht ganz richtig wäre, da der gleitende Körper einerseits, wenn auch im geringen Masse, aber dennoch, die Unterlage berührt. Diese Abweichung von dem tatsächlichen Zustande und der damit begangene Fehler wird vernachlässigt, einerseits, weil er gering ist, andererseits, weil er sich der Berechnung völlig entzieht.

Die Neigung der schiefen Ebene kann auch so gewählt werden ($\alpha = \tau$), dass $T = 0$ wird. Es sind dann zwei Fälle zu unterscheiden. Ist $v = 0$, dann entsteht die Gl. 6). Der Neigungswinkel ist gleich dem reinen Reibungswinkel und der Körper ruht auf der schiefen Ebene im labilen Zustande. Ist $v = c > 0$, dann entsteht die Gl. 7) bzw. die Gl. 7 a). D. h. Um das Gleiten des Körpers mit gleitmässiger Geschwindigkeit c zu ermöglichen, muss der Neigungswinkel der schiefen Ebene den Reibungswinkel mit einem durch die Gl. 8) bzw. 9) u. 10) genau bestimmten Betrag ω überragen. Die Grösse des Neigungswinkels selbst ist durch die Gl. 11) bestimmt. Im Falle $\tau_0 = 0$ geht die Gl. 9) in die Gl. 12) über, die besagt, dass der Bruch c^2/c_0^2 gleich dem Sinus des Neigungswinkels einer idealen schiefen Ebene ist, auf welcher der schwere Körper, ohne Reibung, nur durch den Luftwiderstand gehemmt, mit der Geschwindigkeit c gleichmässig gleitet.

Die Gl. 12) sowie die Gl. 13) könnte auch zur Bestimmung der Endgeschwindigkeit c_0 benützt werden, falls man im ersten Falle die reine Reibung gegen den Luftwiderstand vernachlässigen könnte, oder im zweiten Falle, falls man die reine Reibungszahl vorher kennt, oder auf irgendwelche andere Art vorher bestimmt.

Analog der Reibungszahl wird Tangens des Winkels τ des gesammten Gleitwiderstandes (der Reibung und des Luftwiderstandes) Gleitwiderstandszahl genannt. Diese Zahl, aus der Gl. 7) unmittelbar berechnet, drückt die Formel 15) aus. Ist nun $\cos\omega_0$ annähernd gleich der Einheit (was auch regelmässig der Fall ist) so geht die genauere Formel 15) in die Annäherungsformel 15 a) über.

Da auf diese Weise der Luftwiderstandseinfluss in der Gleitwiderstandszahl inbegriffen ist, so wird man die üblichen zur Berechnung oder Überprüfung der forstlichen Riesen dienenden Formeln auch im Falle der Luftwiderstandsberücksichtigung unmittelbar benützen können, indem man der Bezeichnung μ nicht den Wert der Reibungszahl, sondern den der Gleitwiderstandszahl zuschreibt. Genau richtig wäre solch ein Verfahren zwar nur im Falle der gleichmässigen Bewegung, da die Reibungszahl nur in diesem Falle konstant ist. Bei veränderlicher Geschwindigkeit ist nämlich die Gleitwiderstandszahl keine Konstante, sondern eine Funktion der Geschwindigkeit, von der Form der Gl. 16), die unmittelbar aus der Gl. 5) folgt, wenn man sie in der Form der Gl. 16 a) aufschreibt. Auf genügend kurz abgemessener Strecke ändert sich indessen auch die Geschwindigkeit wenig. Praktisch genügend genau wird man daher auch in solchem Falle die Gleitwiderstandszahl als Konstante in die Rechnung eintragen dürfen, wenn wir sie als Funktion einer mittleren Geschwindigkeit v_s solcher Strecke auffassen.

Die Gleitwiderstandszahl bestimmt also die nochmals übersichtlich aufgeschriebene Gl. 17 a) im Falle der Gleichmässigen Geschwindigkeit c ; die Gl. 18) im Falle veränderlicher Geschwindigkeit vom mittleren Werte v_s . Die Gl. 17 a) u 15 a) sind identisch. Der genaueren Gl. 15) entspricht aber die Gl. 17).

Die Anwendung dieser Gleichungen setzt die Kenntnis der reinen Reibungszahl sowie der Endgeschwindigkeit voraus. Eine mögliche experimentale Bestimmungsart der Endgeschwindigkeit ist schon erwähnt worden. Eine zweite, die auch die Ermittlung der reinen Reibungszahl ermöglicht, ist die folgende: Ein u. dasselbe Holzstück wird auf

zwei Strecken, verschiedener Neigung ($\alpha_2 > \alpha_1$), aber gleichmässiger horizontaler Projektionen ($d_2 = d_1 = d$), auf einer forstlichen Riese, von gleichmässiger Konstruktion und demselben fizikalischen Verhalten, im Gleiten betrachtet. Um möglichst genaue Resultate zu erlangen, denken wir uns die beiden Streckenneigungen ($\alpha_2 > \tau; \tau > \alpha_1$) in der Nähe der Neigung τ , bei welcher die Gleitwiderstandszahl konstant ist, ausgewählt. Auf diese Weise werden die mittleren Geschwindigkeiten gleichmässig $v_{s2} > c$, bzw. $v_{s1} < c$. Die reine Reibungszahl ist für denselben Körper unabhängig von der Neigung einer und derselben schiefen Ebene. Dann müssen aber die Gl. 19) u. 19 a) bestehen. Die übliche Reibungszahl berechnet sich aus der bekannten Gl. 20) (die auch Förster u. Petraschek benützen). Die Anwendung dieser Gl. auf ein in luftgefülltem Räume ausgeführtes Experiment ergibt aber nicht die reine Reibungszahl, sondern die Gleitwiderstandszahl, im unseren Sinne, für eine mittlere Geschwindigkeit, die während des Experimentes herrschte, und welche die Gl. 21) näher bestimmt. Aus diesem Grunde müssen auch Gl. 22) bestehen, die in Gemeinschaft mit der Gl. 21) bzw. 19 a) die Endgeschwindigkeit völlig bestimmen. Ist nun diese einmal ausgerechnet worden, so ergibt sich die reine Reibungszahl aus der Gl. 19).

Nun sind wir aber auch ohne Versuch, schon hier — auf Grund der zu aeronautischen Zwecken ermittelten Erfahrungsangaben — im Stande eine Aufklärung — allerdings in beschränkten Grenzen — über die Endgeschwindigkeit anzugeben.

Der Faktor k der Gl. 1) ist nämlich durch die Gl. 23) näher bestimmt. Die Zahl ξ (auch c oder $\xi = \frac{1}{2} \psi$) hängt von der Grösse und Form des fallenden Körpers ab und wird Widerstandsziffer genannt. F (m^2) ist die Projektion des Körpers in der Bewegungsrichtung. γ_z (kg/m^3) ist das Einheitsgewicht der Luft und g ist die Beschleunigung der Schwere. Die normale Luftdichte γ_z/g beträgt $\approx \frac{1}{8}$. Die Gl. 23) nimmt also die Form. der Gl. 23 a) an, und die Gl. 3) der Endgeschwindigkeit die Form. der Gl. 24). Die reduzierte Körperschwere ist durch die Gl. †) bestimmt, in der V das Volumen und γ (kg/m^3) das Einheitsgewicht des fallenden Körpers bedeutet. Die Gl. 24) geht somit in die Gl. 24 a) über. Das Volumen eines Zylinders, der den forstlichen Sortimenten am nächsten liegt, ist $V = Fl$, wenn F die Basis und l die Länge des Zylinders bedeutet. Deswegen geht die Gl. 24 a) weiter in die Gl. 24 b) über. Die Werte der Widerstandsziffer ξ . für den Zylinder der Abmessungen l/d ($d =$ Durchmesser) sind aus dem nächsten

Täfelchen ersichtlich. Das folgende Täfelchen enthält sodann die aus der Gl. 24c) berechneten Endgeschwindigkeitswerte für das Abmessungsverhältnis $l/d = 7$, welches den forstlichen Sortimenten am besten entspricht. Aus diesem Täfelchen ist ersichtlich: Die Endgeschwindigkeit überragt die maxim. Geschwindigkeit der forstl. Riesen ($\approx 40 \text{ m/sec}$) 4 bis 8 mal und nimmt mit der Grösse des Sortimentes zu. Die Differenz zwischen der Gleitwiderstandszahl und der reinen Reibungszahl bei demselben Sortimente ist um so grösser, je grösser die reine Reibungszahl und die Geschwindigkeit ist. Diese Differenz ist in der vorletzten Säule des Täfelchens ausgewiesen. In der letzten Säule aber ist das Anwachsen der reinen Reibungszahl auf die Grösse der Gleitwiderstandszahl infolge des Luftwiderstandes in Prozenten angegeben. In diesem Täfelchen 2) sind die μ Werte auf Grund der Näherungsformel 15a) bzw. 17a) und in dem nächsten (3) auf Grund der genaueren Formel 15) berechnet worden um zu zeigen, dass die Anwendung der erwähnten Näherungsformel an die forstlichen Riesen in allen Fällen vollkommen genügt.

Gewöhnlich wird eine Riese nach Formeln, die keine Rücksicht auf den Luftwiderstand nehmen, überprüft. Dabei werden die im luftgefüllten Raume ermittelten Reibungszahlen benützt. Die Neigung der Riese wird regelmässig so gewählt, dass das leichteste Holz eben noch die Auslaufstrecke erreicht. Die Geschwindigkeit solchen Holzes wird deswegen wahrscheinlich kleiner sein als die Geschwindigkeit, bei welcher die entsprechende Reibungszahl ermittelt worden ist. Deswegen erreicht das Holz die Auslaufstrecke wahrscheinlich auch mit einer von der berechneten grösseren Geschwindigkeit. Da aber die Bremsanlagen am Verleerplatze für viel grössere Geschwindigkeiten, mit denen die schweren Gehölzer anlangen, eingerichtet sind, so wird die Vernachlässigung des Luftwiderstandes in solchem Falle von keinem praktischen Einflusse sein. Das schwere Holz gleitet dagegen unter relativ kleinstem Werte der Reibungszahl. Die Differenz zwischen dem Reibungswinkel und der Neigung ist am grössten. Solches Holz gleitet wahrscheinlich mit grösserer Geschwindigkeit von der, bei welcher die Reibungszahl ermittelt worden ist. D. h. Die Widerstandszahl ist grösser als die Reibungszahl die als Grundlage der Berechnung dient. Schweres Holz wird daher wahrscheinlich mit kleinerer Geschwindigkeit von der berechneten in Auslaufstrecke gelangen. Dies kann aber nur einen höheren Sicherheitsgrad der Leistung der vorgesehen Bremsanlagen ergeben. Wird also eine Riese auf diese Art entworfen, so reicht die annähernde Berechnung ohne

Luftwiderstand nicht nur aus, sondern sie erhöht sogar die Warscheinlichkeit des Leistungsbefundes.

Im speciellen Falle kann das Rechnen mit dem Luftwiderstande von Nutzen sein. Um dies zu zeigen ist am Ende ein Beispiel ausgearbeitet, für eine $d = 800$ m lange, unter $tg\alpha = 0,2$ geneigte Riese, auf deren ein Holz 2,1/0,3 mit $v_a = 20$ m/sec beginnend, weiter gleitet. Die — auf derselben Riese, aber mit Neigung $\cos\alpha = 0,995$ — an der Luft, unter mittlerer Geschwindigkeit $v_s = 10,2$ m/sec, ermittelte Reibungszahl betrug 0,10. Der genauere Wert der Endgeschwindigkeit ergibt sich sodann mit 35,8 m/sec, und der annähernde (ohne Luftwiderstand) mit 44,4 m/sec. Es ist also der annähernde Wert mit 19,4% zu hoch geschätzt worden.

PROF. ING. STANKO FLÖGL:

LINIJA KLIZINE JEDNOLIČNE BRZINE

(DIE RIESLINIE DER GLEICHFÖRMIGEN BEWEGUNG).

I.

Poznato je, da teško tijelo klizi jednoličnom brzinom na klizini, trasiranoj u pravcu, konstantnog uzdužnog nagiba $\alpha = \tau$, ako $\mu = \text{tg} \tau$ (općenito označuje koeficijent ukupnog otpora klizine (ispoređi prvu raspravu u ovom broju Glasnika). Ovdje želimo pokazati, da takovo tijelo može kliziti jednoličnom brzinom i na klizini, trasiranoj također u pravcu, no promjeljivog uzdužnog nagiba α , uz izvjesne uvjete.

Na liniji, koja pokazuje pravac u situaciji, a konkavnu krivulju prema gore u uzdužnom profilu, akceleracija klizanja mjeri u povoljnoj tački:

$$a_t = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - \frac{\mu v^2}{s} \quad 1)$$

Osim spomenutih već oznaka, u ovoj poznatoj formuli označuje v brzinu a s polumjer krivosti u tački krivulje, kojoj pripada tangenta nagiba α prema horizontali; g je pak akceleracija teže.

Klizi li teško tijelo jednolično, akceleracija jednaka je ničiti u svakoj tački linije, a brzina tijela poprima konstantnu vrijednost $v = c$. U tom slučaju ($a_t = 0$) izlazi pak iz gornje jednadžbe:

$$s = \frac{c^2}{g} \cdot \frac{\mu}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha} = \frac{c^2}{g} \frac{\sin \tau}{\sin (\alpha - \tau)} \quad 2)$$

$$\text{ili, ako je kratkoće radi: } a = \frac{c^2}{g} \sin \tau \quad 3)$$

$$\text{ili, ako je kratkoće radi: } s = \frac{a}{\sin (\alpha - \tau)} \quad 4)$$

Na krivulji dakle, konkavnoj prema gore, polumjera krivosti s , koji zadovoljava posljednju jednadžbu, teško tijelo klizi jednoličnom brzinom:

$$\frac{c^2}{g} = \frac{a}{\sin \tau} \quad 5)$$

U svrhu određenja jednadžbe ove krivulje, stavljamo najprije:

$$\gamma = \alpha - \tau \quad 6)$$

pa odabiremo zatim pravokutan koordinatan sistem $\xi\eta$ tako, da kut γ označuje nagib tangente te krivulje prema osovini ξ .

Onda je:

$$ds = s d\gamma = a \frac{d\gamma}{\sin \gamma}$$

$$\begin{aligned} d\eta &= ds \cdot \sin \gamma = a d\gamma & d\xi &= ds \cdot \cos \gamma = a \operatorname{ctg} \gamma \cdot d\gamma \\ \int d\eta &= a \int d\gamma + C_\eta & \int d\xi &= a \int \operatorname{ctg} \gamma \cdot d\gamma = C_\xi \\ \eta &= a\gamma + C_\eta & \xi &= a \cdot \ln \sin \gamma + C_\xi \end{aligned} \quad 7)$$

Ishodište O odabiremo tako, da je za $\gamma = \gamma_a$ ujedno ξ i η jednako ničici. Onda je

$$C_\eta = -a\gamma_a \quad C_\xi = -a \ln \sin \gamma_a$$

a jednadžbe 7) poprimaju oblik:

$$\eta = a(\gamma - \gamma_a) \quad \xi = a \ln \left(\frac{\sin \gamma}{\sin \gamma_a} \right) \quad 8)$$

te određuju našu krivulju u koordinatnom sistemu $\xi\eta$ s pomoću parametra γ (Slika 1). Eliminira li se taj parametar, izlazi najprije iz prve jednadžbe:

$$\gamma = \gamma_a + \frac{\eta}{a}$$

ili

$$\sin \gamma = \sin \left(\gamma_a + \frac{\eta}{a} \right) \quad 9)$$

zatim iz druge:

$$\sin \gamma = e^{\xi/a} \cdot \sin \gamma_a \quad 10)$$

Objе posljednje jednadžbe zajedno daju pak jednadžbu naše krivulje, izraženu samo s pomoću koordinata ξ i η , oblika:

$$\sin \left(\gamma_a + \frac{\eta}{a} \right) = e^{\xi/a} \cdot \sin \gamma_a \quad 11)$$

U smjeru klizanja dužina luka krivulje računa se iz snošaja:

$$ds = -s d\gamma = -a \frac{d\gamma}{\sin\gamma}; \quad \int ds = -a \int \frac{d\gamma}{\sin\gamma} + C_s$$

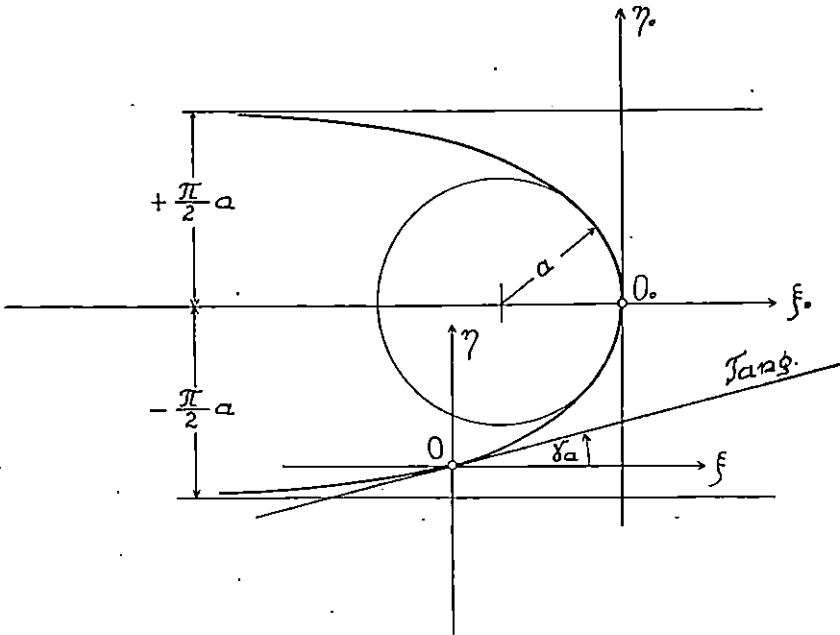
$$s = -a \ln \operatorname{tg} \gamma / 2 + C_s.$$

Za $\gamma = \gamma_a$ (početak krivulje) neka je $s = 0$. Onda je

$$C_s = a \ln \operatorname{tg} \gamma_a / 2,$$

a dužina krivulje mjeri:

$$s = a \ln \left(\frac{\operatorname{tg} \gamma_a / 2}{\operatorname{tg} \gamma / 2} \right). \quad (12)$$



Sl. 1

U specijalnom slučaju $\gamma_a = \frac{\pi}{2}$ prije izvedene jednačbe po-primaju najjednostavniji oblik:

$$\eta_0 = a \left(\gamma - \frac{\pi}{2} \right), \quad \xi_0 = a \ln \sin \gamma. \quad (8a)$$

$$\sin \gamma = \cos \frac{\eta_0}{a}. \quad (9a)$$

$$\sin \gamma = e^{\frac{\xi_0}{a}} \quad 10a)$$

$$\cos \frac{\eta_0}{a} = e^{\frac{\xi_0}{a}} \quad 11a)$$

$$s = -a \ln \operatorname{tg} \gamma / 2 \quad 12a)$$

Na slici 1) koordinatni sistem $\xi_0 \eta_0$ ima ishodište u tački O_0 .

Budući $e^{0/a}$ ne može biti negativno, granice u kojima se kreću obje strane jednadžbe 11 a) su:

$$0 \leq \cos \frac{\eta_0}{a} = e^{\frac{\xi_0}{a}} \leq 1 .$$

Prema tome koordinate naše krivulje (ili bolje našeg jata krivulja) mogu se kretati tek u granicama:

$$\pm \frac{\pi}{2} a \geq \eta_0 \geq 0; \quad -\infty \leq \xi_0 \leq 0. \quad 13)$$

Apscisa ξ_0 može biti tek negativna. Krivulja je simetrična obzirom na osovinu ξ_0 , jer svakoj negativnoj vrijednosti apscise pripadaju po dvije jednako velike vrijednosti ordinate η suprotnog predznaka (isp. sl. 1). Parametar γ kreće se prema

tome u granicama $0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{2}$. Krivulja ima dvije asimptote.

Jednadžba tih asimptota, obzirom na ishodište O_0 , glasi:

$$\eta_0 = \mp \frac{\pi}{2} a \quad 14)$$

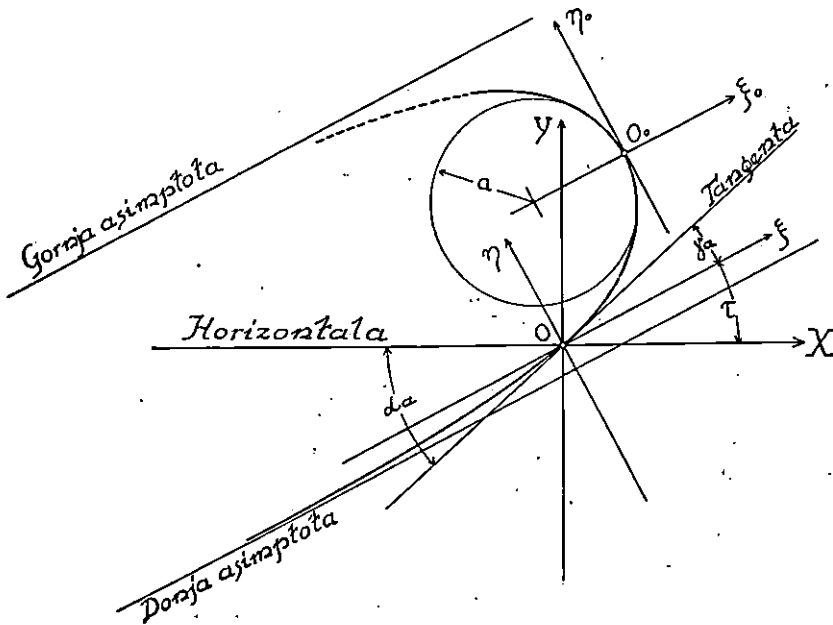
a obzirom na ishodište O , ako η_{0a} označuje ordinatu tog ishodišta prema ishodištu O_0 :

$$\eta = -\eta_{0a} \mp \frac{\pi}{2} a . \quad 15)$$

Osovina η_0 ujedno je i tangenta krivulje. U ishodištu O_0 polumjer krivosti mjeri $\rho = a$.

U svrhu praktičke primjene potrebno je, da promatramo našu krivulju u koordinatnom sistemu xy , koji zatvara kut τ sa prijašnjim sistemom $\xi\eta$ (sl. 2). U tom slučaju biće naime nagib povoljne tangente naše krivulje prema X osovini: $\alpha = \tau + \gamma$. Znači, osovina X biće horizontalna, jer smo pod kutem α pretpostavili nagib tangente prema horizontali. Koordinate x i y biće pak istovjetne sa horizontalnom, dotično vertikalnom uda-

Ijenošću pojedinih tačaka naše krivulje od njezinog početka O .



Sl. 2

Između koordinata jednog i drugog sistema postoje onda snošaji:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \xi \cos \tau - \eta \sin \tau \\ y &= \xi \sin \tau + \eta \cos \tau \end{aligned} \right\} 16)$$

Iz ovih jednadžbi, pa s upotrebom jednadžbi 8) izlaze onda parametričke jednadžbe naše krivulje u koordinatnom sustavu xy :

$$\left. \begin{aligned} x &= - \left[\ln \left(\frac{\sin \gamma_a}{\sin \gamma} \right) - \mu (\gamma_a - \gamma) \right] a \cos \tau \\ x &= - \left[(\gamma_a - \gamma) + \mu \ln \left(\frac{\sin \gamma_a}{\sin \gamma} \right) \right] a \cos \tau \end{aligned} \right\} 17)$$

Jednadžba pak donje asimptote u istom ovom sistemu glasi:

$$y = \mu \left(x - a \frac{\gamma_a}{\sin \tau} \right) \quad 18)$$

dok jednadžba gornje asimptote ima oblik:

$$y = \mu \left(x + a \frac{\pi - \gamma_a}{\sin \tau} \right) \quad (19)$$

Da krivulja, predočena jednadžbama 17), doista udovoljava uvodno postavljenim uvjetima, potvrđuje derivacija ovih jednadžbi. Najprije je:

$$dx = (ctg \gamma - \mu) a \cos \tau \cdot d\gamma$$

$$dy = (\mu ctg \gamma + 1) a \cos \tau \cdot d\gamma$$

a onda:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\mu + tg \gamma}{1 - \mu tg \gamma} = tg (\tau + \gamma) = tga.$$

T. j. nagib krivulje prema horizontali (osovini X) doista je kut α . Budući je pak pretpostavljeno, da je krivulja konkavna prema gore, izlazi ujedno iz tog izvoda, da praktično značenje ima samo grana te krivulje uz donju asimtotu. Konačno, da polumjer krivosti ove krivulje zadovoljava jednadžbu 4) izlazi iz činjenice, što su jednadžbe 17) izvedene iz tog uvjeta.

U praktične svrhe dolazi dakle u obzir samo donja grana krivulje (x i y negativno), a konstruira se najzgodnije ovako:

Najprije se odredi parametar a iz formule 3), već prema brzini c i koeficijentu trenja μ , koji dolazi u obzir. Za prosuđenje te vrijednosti može poslužiti tablica 1, a vrijednost para-

Tablica 1.

μ	$c = 10$	20	30	40 m/sec
	a (m) =			
0,1	1,01	4,06	9,13	16,23
0,2	2,00	8,00	17,99	31,99
0,3	2,93	11,72	26,36	46,87
0,4	3,79	15,14	34,07	60,57
0,5	4,56	18,24	41,03	72,94
0,6	5,25	20,98	47,20	83,91

metra a najbolje je uzeti u račun zaokruženo u metrima, u najbližem okolišu zadanih vrijednosti μ i c . Koordinate pojedinih tačaka računaju se najbrže iz jednadžaba 16), koje s obzirom na okolnost, da je

$$\left. \begin{aligned} \xi &= -\xi_{0a} + \xi_0 \\ \eta &= -\eta_{0a} + \eta_0 \end{aligned} \right\} \quad 20)$$

poprimaju oblik:

$$\left. \begin{aligned} x &= [(\xi_0 - \xi_{0a}) - \mu(\eta_0 - \eta_{0a})] \cos \tau \\ y &= [\mu(\eta_0 - \eta_{0a}) + \mu(\xi_0 - \xi_{0a})] \cos \tau \end{aligned} \right\} \quad 21)$$

U ovima je:

$$\xi_{0a} = a \ln \sin \gamma_a; \quad \eta_{0a} = a \left(\gamma_a - \frac{\pi}{2} \right) \quad 22)$$

i nadalje (isp. 4 i 6):

$$\sin \gamma_a = \frac{a}{\zeta_a} \quad 23)$$

Kut γ_a zavisi dakle o odabranom parametru a , pa o polumjeru krivosti ζ_a u ishodištu koordinatnog sustava O , na početku krivulje. Kod šumskih klizina taj polumjer ne može biti manji od 200 m i zbog toga stavlja se redovno $\zeta_a = 200$ m, jer je u toj tački krivulje najmanji.

Koordinate ξ_0 i η_0 općenito određuju jednadžbe 8a) kao funkcije parametra γ . Svrsi shodnije se ali postupa, da se te jednadžbe svedu na oblik:

$$\xi_0 = na; \quad \eta_0 = -a \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin e^n \right), \quad 24)$$

ako označuje:

$$n = \frac{\xi_0}{a}, \text{ dotično } \sin \gamma = e^n. \quad 25)$$

Na taj način izražene su koordinate ξ_0 i η_0 s pomoću parametra n , a njihovo izračunanje olakšava tablica 2. Apscisa ξ_0 stalno je negativna, zbog toga je i parametar n stalno negativan broj, a odabire se po volji.

Na pr. Zadano je $\mu = tgr = 0,50$, a odabrano je $a = 20$ m.

Onda je iz 5) :

$$\frac{c^2}{g} = \frac{a}{\sin \tau} = \frac{20}{0,44721} = 44,722; \quad c \sim 20,9 \text{ m/sec.}$$

iz 23)

$$\sin \gamma_a = \frac{a}{\zeta_a} = \frac{20}{200} = 0,1; \quad \gamma_a = 5^{\circ}44'21''.$$

iz 22) :

$$\xi_{0a} = a \ln \sin \gamma_a = 20 \ln 0,1 = -46,052 \text{ m}.$$

$$\eta_{0a} = a \left(\gamma_a - \frac{\pi}{2} \right) = 20 (0,10017 - 1,57080) = -29,413 \text{ m}.$$

Tablica 2.

$-n$	$e^n = \sin \gamma$	$\text{arc} \gamma$	$-\frac{\eta_0}{a}$	$-n$	$e^n = \sin \gamma$	$\text{arc} \gamma$	$-\frac{\eta_0}{a}$
0	1,0	1,57080	0	4,0	0,01832	0,01832	1,55248
0,2	0,81873	0,95920	0,61160	4,2	0,01500	0,01500	1,55580
0,4	0,67032	0,73464	0,83616	4,4	0,01228	0,01228	1,55852
0,6	0,54881	0,58094	0,98986	4,6	0,01005	0,01005	1,56075
0,8	0,44933	0,46601	1,10479	4,8	0,00823	0,00823	1,56257
1,0	0,36788	0,37673	1,19407	5,0	0,00674	0,00674	1,56406
1,2	0,30120	0,30595	1,26485	5,2	0,00552	0,00552	1,56528
1,4	0,24660	0,24917	1,32163	5,4	0,00452	0,00452	1,56628
1,6	0,20190	0,20331	1,36749	5,6	0,00370	0,00370	1,56710
1,8	0,16530	0,16606	1,40474	5,8	0,00303	0,00303	1,56777
2,0	0,13533	0,13575	1,43505	6,0	0,00248	0,00248	1,56832
2,2	0,11080	0,11103	1,45977	6,5	0,00150	0,00150	1,56930
2,4	0,09072	0,09084	1,47996	7,0	0,00091	0,00091	1,56989
2,6	0,07427	0,07434	1,49646	7,5	0,00055	0,00055	1,57025
2,8	0,06081	0,06085	1,50995	8,0	0,00034	0,00034	1,57046
3,0	0,04979	0,04981	1,52099	8,5	0,00020	0,00020	1,57060
3,2	0,04076	0,04077	1,53003	9,0	0,00012	0,00012	1,57068
3,4	0,03337	0,03338	1,53742	9,5	0,00008	0,00008	1,57072
3,6	0,02732	0,02733	1,54347	10,0	0,00005	0,00005	1,57075
3,8	0,02237	0,02237	1,54843				

Koordinate ostalih tačaka krivulje iskazane su pregledno u tablici 3. Koordinate ξ_0 i η_0 izračunate su u iz formula 24) s upotrebom tablice 2. Koordinate ξ i η izlaze iz jednadžbi 20) i konačno koordinate x i y iz formula 21). U istoj tablici također su izkazane istim apscisama pripadajuće ordinate donje asimtote krivulje. Te su ordinate računane po formuli 18), koja u ovom konkretnom slučaju poprima oblik $y = 0,5 (x - -4,48)$. U posljednjem stupcu Δy iskazane su diferencije ordina-

ta tačkaka asimptote i krivulje. Iz njih se vidi, da se krivulja razmjerno brzo približuje asimptoti. U udaljenosti od $x = 136,8$ m od početka, ordinata krivulje praktički se ne razlikuje više od ordinate asimptote.

Tablica 3.

— n	K r i v u l j a						Asimptota	
	— ξ_0	— ξ	— x	— η_0	— η	— y	— y	Δy
3	60	13,95	12,03	30,42	1,01	7,14	8,26	1,12
4	80	33,95	29,63	31,05	1,64	16,65	17,06	0,41
5	100	53,95	47,42	31,28	1,87	25,80	25,95	0,15
6	120	73,95	65,27	31,37	1,96	34,82	34,88	0,06
7	140	93,95	83,14	31,40	1,99	43,80	43,81	0,01
8	160	113,95	101,03	31,41	2,00	52,75	52,76	0,01
9	180	133,95	118,91	31,41	2,00	61,69	61,70	0,01
10	200	153,95	136,80	31,41	2,00	70,64	70,64	0,0

Uz malene vrijednosti koeficijenta otpora μ , jedva se razlikuje ordinata naše krivulje od ordinate donje asimptote već na svom početku, ako polumjer krivosti treba da mjeri 200 m u toj tački. Zbog toga biće od praktičkog značenja ovakova krivulja tek za klizine, koje rade uz prosječno veće ili velike vrijednosti koeficijenta otpora.

II.

Na našoj krivulji, rečeno je bilo, klizi teško tijelo jednoličnom brzinom samo u slučaju, ako je već na početku imalo brzinu c , koja zadovoljava jednadžbu 5).

Zbog toga želimo ispitati još kako se mijenja brzina sortimenta, koji je počeo kliziti na klizini takove linije sa povoljnom brzinom $v_a \leq c$?

Općenita jednadžba brzine teškog tijela, koje klizi na krivulji konkavnoj prema gore glasi *) :

*) Flög1: »Das Riesweg-Längenprofil« Tharandter forstliches Jahrbuch Bd 85, Heft 8.

$$v^2 \cdot e^{-2\mu\alpha} - v_a^2 \cdot e^{-2\mu\alpha_a} = \frac{2g}{\cos\tau} \int_{\alpha}^{\alpha_a} e^{-2\mu\alpha} \cdot \sin(\alpha - \tau) \cdot d\alpha. \quad (26)$$

Uvrste li se vrijednost g iz jednadžbe 2) u ovu, izlazi:

$$v^2 \cdot e^{-2\mu\alpha} - v_a^2 \cdot e^{-2\mu\alpha_a} = 2\mu c^2 \int_{\alpha}^{\alpha_a} e^{-2\mu\alpha} \cdot d\alpha,$$

ili nakon izvršene integracije, te sredenja:

$$v^2 = v_a^2 \cdot e^{-2\mu(\alpha_a - \alpha)} + c^2 \left(1 - e^{-2\mu(\alpha - \alpha_a)} \right). \quad (27)$$

Ako je tijelo počelo kliziti na početku krivulje sa početnom brzinom $v_a = 0$, sa dužinom puta brzina mu raste po jednadžbi:

$$v^2 = c^2 \left(1 - e^{-2\mu(\alpha_a - \alpha)} \right), \quad (28)$$

a najveću brzinu postizava za $\alpha = \tau$ u beskonačnosti:

$$v_{\max}^2 = c^2 \left(1 - e^{-2\mu(\alpha_a - \tau)} \right) = c_m^2. \quad (29)$$

Napiše li se jednadžba brzine 27) u obliku:

$$v^2 = c^2 + (v_a^2 - c^2) \cdot e^{-2\mu(\alpha_a - \alpha)}, \quad (30)$$

za $v_a = c$ izlazi iz nje $v = c$. T. j. tijelo se giba jednolično, ako je počelo kliziti sa brzinom $v_a = c$.

U slučaju $v_a > c$ brzina je na početku puta najveća, te mjeri $v_{\max} = v_a$. Jer za $\alpha = \alpha_a$ potencija $e^{-2\mu(\alpha_a - \alpha)}$ postigne najveću svoju vrijednost (=1). Najmanja brzina nastupa tek u beskonačnosti, jer ista ta potencija poprima najmanju vrijednost (< 1) za $\alpha = \tau$. Za $v_a > c$ brzina pada dakle sa dužinom puta u granicama:

$$v_a^2 \geq v^2 > c^2 + (v_a^2 - c^2) \cdot e^{-2\mu(\alpha_a - \alpha)} \quad (30a)$$

U slučaju $v_a < c$ brzina se mijenja po jednadžbi:

$$v^2 = c^2 - (c^2 - v_a^2) \cdot e^{-2\mu(\alpha_a - \alpha)} \quad (31)$$

Ona je najmanja na početku puta ($v = v_a$), a najveća u beskonačnosti ($\alpha = \tau$), raste dakle sa dužinom puta u granicama:

$$v_a^2 \leq v^2 < c^2 - (c^2 - v_a^2) \cdot e^{-2\mu(\alpha_a - \tau)} \quad 31)$$

S upotrebom jednadžbe 29), granice u kojima se kreću brzine teškog tijela, već prema njegovoj početnoj brzini, napisat ćemo još jednom i preglednije ovako:

$$\left. \begin{array}{l} \text{za } v_a > c; \quad v_a^2 \geq v^2 > c_m^2 + v_a^2 \cdot e^{-2\mu(\alpha_a - \tau)} \\ \text{„ } v_a = c; \quad v = c. \\ \text{„ } v_a < c; \quad v_a^2 \leq v^2 < c_m^2 + v_a^2 \cdot e^{-2\mu(\alpha_a - \tau)} \\ \text{„ } v_a = 0; \quad 0 \leq v^2 < c_m^2 = c^2 \left(1 - e^{-2\mu(\alpha_a - \tau)}\right). \\ \frac{c^2}{g} = \frac{a}{\sin \tau}. \end{array} \right\} 32)$$

Klizina izvedena u obliku naše krivulje može služiti i za određenje koeficijenta ukupnog otpora μ . Iznosi li parametar linije takove klizine na pr. $a = 20$ m, a pokusom je pronađeno, da neki sortiment klizi na njoj sa jednoličnom brzinom: $c^2/g = 44,722$ ili okruglo sa brzinom $c \approx 20,9$ m/sec iz jednadžbe 3) izlazi formula:

$$\sin \tau = a : \frac{c^2}{g} \quad 33)$$

koja određuje taj koeficijent sa:

$$\begin{array}{ll} \sin \tau = 20 : 44,722 = 0,44721; & \cos \tau = 0,89443; \\ \mu = \operatorname{tg} \tau = 0,50; & \operatorname{arc} \tau = 0,46365. \end{array}$$

Pa i u slučaju, u kojem sortiment ne klizi jednolično, može se odrediti koeficijent ukupnog otpora približno, no praktički dovoljnom tačno, ako je poznata brzina sortimenta v_a na početku i v_b na kraju takve klizine.

Stavimo li naime:

$$v_s^2 = \frac{1}{2} (v_a^2 + v_b^2), \quad 34)$$

izlazi iz formule 3), ako se namjesto brzine c uvrsti u nju osrednja brzina v_s , za taj slučaj:

$$\sin \tau = a : \frac{v_s^2}{g} \quad 35)$$

To se može učiniti svagda, kad se brzina tijela mijenja neprimjetljivo, kad se dakle akceleracija klizanja malo razlikuje od ničice ($a_i \approx 0$). Da se pak brzina uopće malo mijenja na klizini naše linijem pokazuje daljnji račun, prilagođen konkretnim prilikama, na pr. istoj klizini, koju smo malo prije promatrali.

Neka isti sortiment počne kliziti na njoj sada sa brzinom:

$$v_a = 30 \text{ m/sec} > c = 20,9 \text{ m/sec} .$$

Iz jednadžbe 32) slijedi onda, brzina klizanja v može se kretati tek u granicama:

$$v_a^2 \geq v^2 > c_m^2 + v_a^2 \cdot e^{-2\mu(\alpha_a - \tau)}$$

Uzima li se opet koeficijent ukupnog otpora sa iznosom od $\mu = 0,50$, račun u pojedinostima odvija se ovako:

Iz 4):

$$\sin(\alpha_a - \tau) = \frac{a}{\zeta_a} = \frac{20}{200} = 0,1 .$$

$$\alpha_a - \tau = 5^{\circ}44'21''$$

$$\text{arc}(\alpha_a - \tau) = 0,10017 .$$

$$2\mu(\alpha_a - \tau) = 2,0,5,0,10017 = 0,10017 .$$

$$e^{2\mu(\alpha_a - \tau)} = e^{0,10017} = 1,10536 .$$

$$e^{-2\mu(\alpha_a - \tau)} = 0,90468 .$$

Iz 29):

$$c_m^2 = 438,723(1 - 0,90468) = 41,819 .$$

$$c_m \sim 6,47 \text{ m/sec} .$$

Granice, u kojima se brzina kreće, su dakle ove:

$$\overline{30}^2 \geq v^2 > 41,819 + \overline{30}^2 \cdot 0,90468$$

$$30 \geq v > 29,3 \text{ m/sec} .$$

Na jednaki način s pomoću formula 32), izračunali smo granice, u kojima se brzina tog istog sortimenta kreće, ako je počelo kliziti sa raznim i drugim još brzinama $v_a \leq c = 20,9$ m/sec na istoj klizini. Rezultate računa iznijeli smo u tablici 4.

Tablica 4.

v_a m/sec	v m/sec
0	$0 \leq v < 6,5$
5	$5 \leq v < 8,0$
10	$10 \leq v < 11,5$
c	$v = c = 20,9$
30	$30 \leq v < 29,3$
40	$40 \leq v < 38,6$

Iz te tablice se vidi, da se brzina klizanja ne mijenja mnogo ni uz znatnije odmake od jednolične brzine $c = 20,9$ m/sec (na pr. uz $v_a = 10$ ili $v_a = 40$ m/sec; znači akceleracije klizanja ne nalaze se daleko od ništice ni u takvom slučaju. Svaka-ko, sa odmicanjem brzine v od iznosa jednolične brzine c , zbog otpora zraka-mijenja se i vrijednost koeficijenta ukupnog otpora μ . Tako na pr. za $v = 10$ m/sec biće nješto manja, a za $v = 30$ m/sec nješto veća od vrijednosti $\mu = 0,50$, koja pripada brzini $c = 20,9$ m/sec. Čim je diferencija $|c - v|$ manja, manji je i taj odmak. No i uz veću diferenciju $|c - v|$ promjena vrijednosti koefi-

cijenta otpora redovno je toliko malena, da nema praktičkog značenja, jer najveći dio te vrijednosti otpada na koeficijent čistog trenja, koji je za isti sortimenat na istoj klizini konstantan.

III

Naša krivulja potpuno je određena, ako je zadan parametar $a = a_1$ i koeficijent otpora $\mu = \mu_1$ (isp. jedn. 17.) Isto tako postoji samo jedna vrijednost brzine $c = c_1$ (isp. jedn. 5), sa kojom klizi teško tijelo jednolično na tako određenoj liniji uz isti taj koeficijent otpora (trenja) $\mu = \mu_1$. Kako se mijenja brzina teškog tijela, koje je ušlo u tu krivulju sa brzinom $v_{a1} \leq c_1$ pokazano je u drugom dijelu ove rasprave, ali opet tek za slučaj, ako je koeficijent otpora (trenja), uz koji tijelo klizi, jednak koeficijentu otpora (trenja), uz koji je određena krivulja. Preostaje nam još da raspravimo najopćenitiji slučaj, u kojem ulazi tijelo u našu krivulju ne samo sa povoljnom brzinom $v_a \leq c_1$, nego i dalje klizi na njoj uz povoljnu njeku vrijednost koeficijenta trenja, redovno $\mu < \mu_1$ ili $v < v_1$.

Uz ovako opisane prilike polumjer krivosti naše linije po-prima vrijednost (isp. 4):

$$\zeta = \frac{a_1}{\sin(\alpha - \tau_1)} \quad (37)$$

Općenito pak jednadžba brzine (26), ako se u nju stavi ta vrijednost za ζ , prelazi u:

$$v^2 \cdot e^{-2\mu\alpha} - v_a^2 \cdot e^{-2\mu\alpha} = \frac{2a_1 g}{\cos\tau} \int_a^{\alpha} e^{-2\mu\alpha} \frac{\sin(\alpha - \tau)}{\sin(\alpha - \tau_1)} \cdot d\alpha \quad (38)$$

Poradi lakšeg izračunavanja integrala na desnoj strani ove jednadžbe, stavljamo:

$$\varepsilon = \tau_1 - \tau; \quad \gamma = \alpha - \tau_1 \quad (39)$$

Onda je:

$$\begin{aligned} \int_a^{\alpha} e^{-2\mu\alpha} \frac{\sin(\alpha - \tau)}{\sin(\alpha - \tau_1)} \cdot d\alpha &= e^{-2\mu\tau_1} \int_{\gamma}^{\gamma_a} e^{-2\mu\gamma} \frac{\sin(\gamma + \varepsilon)}{\sin\gamma} \cdot d\gamma = \\ &= e^{-2\mu\tau_1} \left[\cos\varepsilon + \sin\varepsilon \cdot \frac{\int_{\gamma}^{\gamma_a} e^{-2\mu\gamma} \cdot \operatorname{ctg}\gamma \cdot d\gamma}{\int_{\gamma}^{\gamma_a} e^{-2\mu\gamma} \cdot d\gamma} \right] \cdot \int_{\gamma}^{\gamma_a} e^{-2\mu\gamma} \cdot d\gamma \quad (40) \end{aligned}$$

Po stavku srednje vrijednosti integralnog računa — ako γ_s označuje njeku osrednju vrijednost kuta, u intervalu od γ do γ_a — je:

$$\frac{\int_{\gamma}^{\gamma_a} e^{-2\mu\gamma} \cdot \operatorname{ctg}\gamma \cdot d\gamma}{\int_{\gamma}^{\gamma_a} e^{-2\mu\gamma} \cdot d\gamma} = \frac{e^{-2\mu\gamma_{s1}} \int_{\gamma}^{\gamma_a} \operatorname{ctg}\gamma \cdot d\gamma}{e^{-2\mu\gamma_{s2}} \int_{\gamma}^{\gamma_a} d\gamma} \sim \frac{1}{\gamma_a - \gamma} \cdot \ln\left(\frac{\sin\gamma_a}{\sin\gamma}\right) \quad (41)$$

Osrednje vrijednosti γ_{s1} i γ_{s2} općenito nijesu jednako velike. Pošto je ali u našem slučaju svagda $\gamma > 0$, a γ_a također malen kut, to se u uskom intervalu, od γ do γ_a , γ_{s1} ne može mnogo razlikovati od γ_{s2} . Zbog toga se slomak potencija, koje se razlikuju samo po eksponentima, a ovi opet tek samo po

tim osrednjim vrijednostima, ne razlikuje mnogo od jedinice. Ovom približnom, no dosta tačnom postupku ne samo u naše svrhe, bili smo prinuđeni uteći se, jer za integral na desnoj strani jednadžbe 38) nije dosad pronađeno rješenje u zatvorenoj formi.

Desna strana jednadžbe 40) poprima onda oblik:

$$\frac{1}{2\mu} \left[e^{-2\mu(\gamma + \tau_1)} - e^{-2\mu(\gamma_a + \tau_1)} \right] \cdot \left[\cos \varepsilon + \frac{\sin \varepsilon}{\gamma_a - \gamma} \cdot \ln \left(\frac{\sin \gamma_a}{\sin \gamma} \right) \right], \quad 42)$$

ili, ako se vratimo prijašnjim vrijednostima za ε i γ (isp. 39):

$$\frac{1}{2\mu} \left[e^{-2\mu\alpha} - e^{-2\mu\alpha_a} \right] \cdot \left[\cos(\tau - \tau_1) + \frac{\sin(\tau - \tau_1)}{\alpha_a - \alpha} \cdot \ln \left(\frac{\sin(\alpha_a - \tau_1)}{\sin(\alpha - \tau_1)} \right) \right]. \quad 43)$$

Jednadžba brzine 38) dobiva pak konačan oblik:

$$v^2 = v_a^2 \cdot e^{-2\mu(\alpha_a - \alpha)} + a_1 g \frac{\cos \tau_1}{\mu} \left[1 - e^{-2\mu(\alpha_a - \alpha)} \right] \cdot \left[1 + \mu\mu_1 + \frac{\mu - \mu_1}{\alpha_a - \alpha} \ln \left(\frac{\sin(\alpha_a - \tau_1)}{\sin(\alpha - \tau_1)} \right) \right]. \quad 44)$$

Za $\mu = \mu_1$ (ili $\tau = \tau_1$) izlazi iz nje prijašnja jednadžba 38).

Konačne vrijednosti za brzinu daje naravno ova jednadžba samo za vrijednosti $\alpha > \tau_1$; jer nagib $\alpha = \tau_1$ postiže naša krivulja tek u beskonačnosti.

Naša krivulja moći će se sada djelomično upotrijebiti za liniju šumske klizine i u slučaju, u kojem se ispituje sposobnost rada potonje uz dvije razne granične vrijednosti koeficijenta trenja.

Ako su na pr. zadane dvije takove vrijednosti $\mu_1 = tg\tau_1 = 0,50$ i $\mu = tg\tau = 0,35$, a želimo upotrijebiti našu krivulju, sa zadanim parametrom $a = 10\text{m}$ i minimalnim polumjerom krivosti na početku $s_a = 200\text{m}$, obično je svrši shodno, da sortiment prođe tu krivulju, klizeći na njoj uz gornju graničnu vrijednost koeficijenta trenja, sa jednoličnom brzinom, sa kojom je ušao u nju: $c_1 = v_{a1}$.

Ta brzina treba onda da mjeri (slijedi iz 5):

$$\frac{v_{a1}^2}{g} = \frac{c_1^2}{g} = \frac{a_1}{\sin \tau_1} = \frac{10}{0,44721} = 22,361; \quad c_1 \sim 14,8 \text{ m/sec}$$

Nagib na početku krivulje mjeri pak (iz 4):

$$\sin(\alpha_a - \tau_1) = \frac{a_1}{s_a} = \frac{10}{200} = 0,05 ; \quad \tau_1 = 26^{\circ}33'54'' ;$$

$$\alpha_a - \tau_1 = 2^{\circ}51'58'' ; \quad \alpha_a = 29^{\circ}25'52'' ; \quad \operatorname{tg}\alpha_a = 0,56419$$

Dužina d tangente nagiba α_a pred tom krivuljom, potrebne, da sortimenat postigne brzinu $c_1 = v_{a1}$ na početku krivulje, računa se iz poznate formule:

$$d = \frac{v_{a1}^2}{g} \cdot \frac{1}{2(\operatorname{tg}\alpha_a - \mu_1)} = \frac{22,361}{3(0,564 - 0,50)} = 174,7 \text{ m.}$$

Drugi sortimenat, klizeći uz donju graničnu vrijednost koeficijenta trenja, na istoj tangenti dužine d , postigao je na njezinom kraju, t. j. na početku naše krivulje brzinu (ako je počeo kliziti sa brzinom 0):

$$\frac{v_{a2}^2}{g} = 2d(\operatorname{tg}\alpha_a - \mu) = 2 \cdot 174,7 \cdot (0,564 - 0,350) = 74,772 .$$

$$v_{a2} \sim 27,1 \text{ m/sec.}$$

Naša krivulja neka je dio linije klizine od nagiba α_a do nagiba $\alpha = 26^{\circ}34'0''$

Onda je: $\alpha_a - \alpha = 2^{\circ}51'52''$.

$$\operatorname{arc}(\alpha_a - \alpha) = 0,04999 .$$

$$2\mu(\alpha_a - \alpha) = 2 \cdot 0,35 \cdot 0,04999 = 0,035 .$$

$$\frac{2(\alpha_a - \alpha)}{e} = \frac{0,035}{e} = 1,03563 .$$

$$\frac{-2\mu(\alpha_a - \alpha)}{e} = 0,9656 .$$

$$1 + \mu\mu_1 = 1 + 0,35 \cdot 0,5 = 1,175 .$$

$$\frac{\mu_1 - \mu}{\alpha_a - \alpha} = \frac{0,50 - 0,35}{0,04999} = 3,0004 . \quad \alpha - \tau_1 = 0^{\circ}0'06'' .$$

$$\frac{\sin(\alpha_a - \tau_1)}{\sin(\alpha - \tau_1)} = \frac{0,05}{0,000029} = 1724,14 .$$

$$\ln \left(\frac{\sin(\alpha_a - \tau_1)}{\sin(\alpha - \tau_1)} \right) = \frac{1}{M} \log 1724,14 = 7,45248 .$$

Na kraju naše krivulje brzina drugog sortimenta mjeri dakle (iz 44):

$$\frac{v^2}{g} = 74,772 \cdot 0,9656 + 10 \frac{0,89443}{0,35} \cdot 0,0344(1,175 + 3,0004 \cdot 7,45248)$$

$$\frac{v^2}{g} = 72,199 + 20,690 = 92,889$$

$$v \sim 30,2 \text{ m/sec.}$$

Horizontalna i vertikalna projekcija naše krivulje (od α_a do α) računa se iz formula 17), koje sada poprimaju oblik:

$$\left. \begin{aligned} x_a &= - \left[\ln \left(\frac{\sin(\alpha_a - \tau_1)}{\sin(\alpha - \tau_1)} \right) - \mu_1 (\alpha_a - \alpha) \right] a_1 \cos \tau_1 \\ y_a &= - \left[(\alpha_a - \alpha) + \mu_1 \ln \left(\frac{\sin(\alpha_a - \tau_1)}{\sin(\alpha - \tau_1)} \right) \right] a_1 \cos \tau_1 \end{aligned} \right\} 45)$$

Dakle je:

$$x_a = - (7,45248 - 0,5 \cdot 0,04999) \cdot 10 \cdot 0,89443 = - 66,433 \text{ m.}$$

$$y_a = - (0,04999 + 0,5 \cdot 7,45248) \cdot 10 \cdot 0,89443 = - 33,776 \text{ m.}$$

Dužina luka α_a do α računa se pak iz jedn. 12), koja sada ima oblik:

$$s = a_1 \ln \left[\frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\alpha_a - \tau_1)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\alpha - \tau_1)} \right]. \quad 46)$$

Dakle je:

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\alpha_a - \tau_1)}{\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\alpha - \tau_1)} = \frac{\operatorname{tg} 1^\circ 25' 59''}{\operatorname{tg} 0^\circ 0' 03''} = \frac{0,025017}{0,000015} = 1667,8$$

$$s = 10 \cdot \frac{\log 1667,8}{M} = 74,19 \text{ m.}$$

Namjesto tačnije formule 44) vrlo dobro može poslužiti približna formula:

$$\frac{v^2}{g} = \frac{v_a^2}{g} \cdot e^{-2\mu(\alpha_a - \alpha)} + 2(h - \mu d), \quad 47)$$

koju smo izveli za izračunanje brzine klizanja na kraju luka

kružnice, konkavnog prema gore*). U ovoj formuli označuje h vertikalnu, a d horizontalnu projekciju luka. Dakle je

$$h = |y_a|; \quad d = |x_a|. \quad 47a)$$

Razlikuje se ta formula (47) od prijašnje (44) samo po drugom, jednostavnijem članu na desnoj strani. Po ovoj formuli (47) izlazi:

$$\frac{v^2}{g} = 72,199 + 2 (33,776 - 0,35 \cdot 66.433)$$

$$\frac{v^2}{g} = 72,199 + 21,048 = 93,247$$

$$v \sim 30,2 \text{ m/sec.}$$

Ovaj se dakle rezultat praktički ne razlikuje od prvoga.

ZUSAMMENFASSUNG.

I.

Bekanntlich gleitet ein schwerer Körper gleichmässig auf einer unter dem Neigungswinkel $\alpha = \tau$ geneigten Gerade, wenn $\mu = \tau g$ die Reibungs-, oder allgemeiner die Gleitwiderstandszahl bedeutet (vergl. die vorige Abhandlung). In dieser Abhandlung wird gezeigt, dass unter gewissen Bedingungen eine gleichmässige Bewegung auf einer Gerade von veränderlicher Neigung auch möglich ist.

Auf einer Linie, die im Grundrisse eine Gerade und im Längenprofile die Form einer nach oben konkaven Kurve zeigt, ändert sich die Beschleunigung nach bekannter Gl. 1) in welcher v die Geschwindigkeit, ρ den Krümmungshalbmesser und α die Neigung der Tangente gegen die Horizontale in einem und demselben Kurvenpunkte bedeutet. Gleitet der Körper gleichmässig, so ist die Beschleunigung gleich 0. Aus dieser Tatsache folgen die Gl. 2), 3), 4) u. 5), die den Krümmungshalbmesser, die Konstante a der Kurvenschar gleichmässiger Bewegung, und die zwischen der gleichmässigen Geschwindigkeit c , der Konstante a und dem Reibungswinkel τ bestehende Beziehung bestimmen.

Im weiterem werden die Parametergleichungen 8) der Kurvenschar abgeleitet, u. z. in einem Achsensystem $\xi\eta$, welches so gewählt ist, dass der durch die Gl. 6) näher bestimmte Parameter γ die Neigung der Kurventangente gegen die Horizontale bedeutet. Die Gl. 11) stellt unsere Kurvenschar in laufenden Koordinaten unmittelbar dar, und die Gl. 12) bestimmt die Bogenlänge in der Gleitrichtung sowie in dem Intervalle von γ_a (Koordinatenanfangspunkt) bis zum beliebigen γ . Die einfachste Form 8. a) bzw. 11. a) nehmen die Kurvengleichungen im Falle $\gamma_a = \frac{\pi}{2}$ an. Aus der Analyse dieser Gleichungen ist zu entnehmen: Die Kurvenschar ist gegen die negative ξ_0 — Achse symmetrisch, durchläuft den Koordinatenanfangspunkt und besitzt zwei zur ξ_0 — Achse parallele Asymptoten, deren Gleichungen die Formeln 14) bzw. 15) sind. In dem Anfangspunkte O_0 ist der Krümmungshalbmesser gleich der Kurvenkonstante ($\zeta = a$; Abbdg. 1).

Um nun der anfänglichen Voraussetzung noch zu genügen, wird das Achsensystem $\xi\eta$ mit dem Drehungswinkel τ in die neue Lage xy gedreht (Abbdg 2). Die Kurventangenten werden auf diese Weise mit der Horizontale (X -Achse) nicht den Winkel γ , sondern den vorausgesetzten Winkel $\alpha = \tau + \gamma$ einschliessen. Zwischen den Koordinaten der beiden Systeme bestehen sodann die Beziehungen 16), aus welchen die unsere Kurvenschar in dem neuen xy — Systeme darstellenden Gl. 17) folgen. In demselben Systeme ist 18) die Gleichung der unteren — und 19) der oberen Asymptote. Von praktischer Bedeutung ist nur der untere Kurvenast und die untere Asymptote, da die Kurvenschar nur in diesem Teile nach oben konkav ist.

Im gegebenen Falle die notwendige, und zu der Konstruktion der Kurve einfachste Berechnung ist die folgende: Je nach der voraussichtlichen Geschwindigkeit c und der gegebenen Gleitwiderstandszahl μ , wird zunächst die Kurvenkonstante aus der Gl. 3) bestimmt, und der weiteren Verwendung gemäss abgerundet. Über die Grösse dieser Zahl gibt auch die Tafel 1) eine Auskunft. Die Koordinaten der einzelnen Kurvenpunkte werden aus den Gl. 21) berechnet, welche, nachdem die Gl. 20) auch bestehen, aus den Gl. 16) folgen. Weitere Gl. 22) u. 23) bestimmen die in der Gl. 21) verwendeten Bezeichnungen näher. Der Neigungswinkel γ_a (im O Punkte), welcher von der Konstante a und dem Krümmungshalbmesser s_a abhängt, wird auf Grund des Wertes $s_a = 200$ m bestimmt, da er in diesem Punkte einerseits seinen Kleinstwert besitzt, anderseits, weil er von diesem Werte bei forstlichen Riesen nicht kleiner sein darf. Die ξ_0 u. η_0 Koordinaten sind im allgemeinen durch die Gl. 8a) bestimmt. Um aber die Anwenden dieser Gleichungen zu erleich-

tern, sind dieselben auf die Form der Gl. 24) umgeformt. Aus den Gl. 25), welche die Bezeichnung der Gl. 24) näher erklären, ist ersichtlich, dass auf diese Weise die Koordinaten als Funktionen des Parameters n ausgedrückt und mit Hilfe der Tafel 2) leicht zu berechnen sind. Das folgende Zahlen-Beispiel der Koordinaten Berechnung einer solchen Kurve und ihrer unteren Asymptote für $a = 20m$, und $\mu = 0,50$, samt der Tafel 3), in welcher die Rechnungsergebnisse übersichtlich sind erklärt und ordnet den ganzen Rechnungsvorgang näher an. Von $x=136,8m$, und weiter, unterscheiden sich die Kurven- und Asymptotenordinaten praktisch nicht mehr.

Die Kurve weicht von der Asymptote um so mehr ab, je grösser die Gleitwiderstandszahl ist. Mit der Grösse dieser Zahl wächst daher auch die praktische Bedeutung dieser Kurve.

II.

Auf unserer Kurve gleitet ein Körper gleichmässig nur in dem Falle, wenn die Anfangsgeschwindigkeit v_a der durch die Gl. 5) bestimmten c Geschwindigkeit gleich ist. Nun wird auf die Frage beantwortet, wie sich die Geschwindigkeit im Falle $v_a \leq c$ ändert. Die Antwort ergibt die Gl. 27), welche aus der allgemeinen Formel 26) folgt, falls man dem Krümmungshalbmesser ς den Wert der Gl. 2) zusetzt. Im Falle $v_a = 0$ ist 28) die Gleichung der Gleitgeschwindigkeitsänderung, und 29) die Formel der maximalen oder Endgeschwindigkeit c_m , welche der Körper nie oder in der Unendlichkeit erreicht (praktisch natürlich schon in naher Endlichkeit). Auch in den übrigen Fällen $v_a \leq c$ hat die Gleitgeschwindigkeit eine untere und eine obere Grenze. Alle diese Fälle sind unter 32) übersichtlich zusammengestellt.

Im weiteren wird auf einem Zahlen-Beispiele gezeigt, wie solch eine Kurve auch zur Bestimmung der Gleitwiderstandszahl benützt werden kann.

III.

Unsere Kurve ist vollständig bestimmt, falls die Kurvenkonstante $a = a_1$, und die Gleitwiderstandszahl $\mu = \mu_1$, gegeben ist. Dann besteht nur eine Geschwindigkeit $c = c_1$, mit welcher der schwere Körper unter derselben Gleitwiderstandszahl $\mu = \mu_1$ gleichmässig auf ihr gleitet. Wie sich die Gleitgeschwindigkeit ändert, falls v_a verschieden von c_1 ist, dagegen die Gleitwiderstandszahl $\mu = \mu_1$ unverändert bleibt, ist unter II behandelt wor-

den. Nun wird noch der allgemeinste Fall behandelt, nämlich wie sich die Gleitgeschwindigkeit bei beliebiger Anfangsgeschwindigkeit und beliebiger Gleitwiderstandszahl (überwiegend $\mu < \mu_1$) ändert.

Setzt man den Wert ζ aus der Gl. 37) in die allgemeine Gl. 26) ein, so nimmt sie die Form der Gl. 38) an. Die Auflösung dieser Gleichung ist Gl. 44). Diese Gleichung bestimmt die Geschwindigkeitsänderung eines schweren Körpers, der mit beliebiger Anfangsgeschwindigkeit $v_a \begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix} c_1$, und beliebiger Gleitwiderstandszahl (überwiegend $\mu < \mu_1$) auf einer ($a = a_1, \mu = \mu_1$) unserer Kurven gleitet.

Eine andere fast gleichwertige aber annähernde Geschwindigkeitsformel ist die Gl. 47), welche praktisch mit der Formel gleiche Resultate liefert, wie es ein zahlenmässig durchgeführtes Beispiel beweist.

Dasselbe Beispiel zeigt weiterhin, dass diese Kurve im Falle, wenn eine Leistungsfähigkeit der Riese auch im grösseren Gleitwiderstandszahl — Intervalle erfordert wird, teilweise als Rieslinie verwendet werden kann.

PROF. Dr. MIHOVIL GRAČANIN:

PEDOLOŠKA STUDIJA OTOKA PAGA

(PEDOLOGISCHE STUDIE ÜBER DIE INSEL PAG)

SADRŽAJ (INHALT):

Uvod (Einleitung)

Principi i metodika istraživanja

(Prinzipien und Methodik der pedologischen Forschungen)

Geografske, geološke, vegetacijske i klimske prilike otoka Paga.

(Geographische, geologische, pflanzensoziologische und klimatische Verhältnisse der Insel Pag)

Dinjiško Polje

Velo Blato

Malo Blato

Kolansko Polje i Blato

Tla kamenjara (Skelettböden)

Dinamika, pedogeneza i sistematika paških tala; 1. Skeletna, smeđa solončasta tla, 2. Solončasta tla polja, 3. Mineralna solončasta tla, 4. Barska solončasta tla

(Dynamik, Pedogenesis und Systematik der Böden; 1. Skelettböden mit brauner solonetzartiger Feinerde, 2. Solonetzböden der Poljen, 3. Solončakartige Mineralböden, 4. Solončakartige Moorböden).

Smjernice za melioraciju paških tala

(Die Richtlinien für die Melioration der Böden)

Literatura (Literatur)

Zusammenfassung.

UVOD.

Otočje Hrvatskog Primorja i Dalmacije ostalo je sve do novijeg vremena u pedološkom pogledu potpuno neistraženo. U klimagenetskoj pedološkoj karti Gorijanovič-Krambergera od 1911. god., kao i u Stremmeovoj karti Evrope od 1927. godine, tla našeg otočja nisu uopće prikazana. Prvu klasifikaciju ovih tala nalazimo u pedološkoj karti A. Stebuta iz 1931. godine, u kojoj su skeletna tla sa crvenicom označena kao dominantna tla ovoga područja; samo na otocima Pagu i Viru dominiraju po Stebutu aluvijalna tla riječnih dolina nad crvenicama. Međutim ova karta ne bazira isključivo na naučnim pedološkim istraživanjima, već i na podacima državnog katastra, pa je već s toga razumljivo, da će se tek eg-

zaktnim pedološkim istraživanjima moći dobiti vjerna slika pedoloških prilika ovih krajeva. Već su prva istraživanja čije rezultate opširno donosimo u ovoj studiji — opravdala to mišljenje, jer su pokazala, da »aluviji riječnih dolina« kao ni crvenice, nisu ni dominantna ni tipična tla na otoku Pagu. (Gračanin 3).

Prvim istraživanjima otoka Paga pristupio sam 1930. godine, kada sam u vezi s poduzetim mjerama oko integralne asanacije toga otoka, zamoljen najprije od Doma Narodnog Zdravlja u Sušaku, a onda i od Poljoprivrednog odjelenja banske uprave u Zagrebu, da pristupim pedološkom izučavanju toga našeg najpasivnijeg napućenog otoka. S terenskim radom otpočeo sam ljeti 1930. god. potporom Poljoprivrednog odjelenja banske uprave u Zagrebu; po želji toga odjelenja imala su biti istražena samo paška polja i blata i to poimence Dinjiško Polje, te Kolansko, Velo i Malo Blato, dakle one površine, koje dolaze u obzir za poljoprivredne kulture. Interes pak šumarskog odsjeka banske uprave za šumske terene, te okolnost, da je pošumljenje otoka uslovom opće bonifikacije prilika na Pagu sklonuli su me, da istraživanje protegnem i na kamenjare, drugim riječima na cio otok.

Terenska istraživanja obavio sam lično 1930. i 1931. godine, dok su na analitičkom laboratorijskom poslu surađivali gđica Ing. J. Verlić asistentica zavoda, uz pomoć gđice M. Franičević, te gosp. Ing. M. Kranjčević, kemičar Higijenskog zavoda u Zagrebu. Benevolencijom uprave Higijenskog zavoda omogućeno je, da se jedan dio kemijskih analiza obavi u kemijskom laboratoriju toga zavoda; upravi Higijenskog zavoda, kao i mojim suradnicima, izražavam na pomoći srdačnu hvalu.

PRINCIPI I METODIKA ISTRAŽIVANJA.

Za istraživanja otoka Paga rukovodio sam se istim principima, kao i za mojih prijašnjih pedoloških studija (Gračanin 4. i 5.); nastojao sam naime u prvom redu da karakterišem paška tla sa gledišta pedološko-ekološkog, da odredim njihov mehanički i kemijski sastav, te fizikalna, kemijska, fiziološka i mikrobiološka svojstva; u drugom redu, da na osnovu studija morfoloških, kemijskih i fizikalno-kemijskih svojstava tala i klimskih faktora objasnim genezu i opredjelim njihovu sistematsku pripadnost. Napokon sam pokušao, da na osnovu poznavanja ekoloških svojstava tala donesem prijedlog za njihovu melioraciju, u cilju unapredjenja ratarske i šumske proizvodnje.

I metodika istraživanja bila je u glavnom ista kao i za mojih ranijih studija (4. i 5.). Kod paških tala obavljena je pored ostalih i analiza ekstrakta tla u vodi, pošto se pokazalo, da su tla bogata alkalijama; analiza vodenog ekstrakta vršena je po G e d r o i z u (7.). Sadržina klor-ijona određivana je elektrometrijskim putem; metodika ovog određivanja biti će detaljno opisana na drugom mjestu.

Da se dobije što detaljnija slika paških tala prikazao sam zasebno rezultate pedoloških istraživanja Dinjiškog Polja, Velog Blata, Malog Blata, te Kolanskog Polja i Blata, dok sam sva tla kamenjara opisao u istom poglavlju.

Zasebno sam prikazao dinamiku procesa u paškim tlima, genezu i njihovu sistematsku pripadnost, te konačno tendenciju daljeg razvitka. U zaglavku donio sam opće smjernice za njihovu melioraciju.

Kako je tlo funkcija čitavog niza genetskih faktora, a u prvom redu klimskih, geoloških i vegetacijskih prilika, donosim prije opisa rezultata pedoloških istraživanja, — uz kratku geografsku skicu i podatke o geološkim, vegetacijskim i klimskim prilikama otoka Paga.

GEOGRAFSKE, GEOLOŠKE, VEGETACIJSKE I KLIMSKE PRI- LIKE OTOKA PAGA.

Otok Pag pružio se južno od Raba u smjeru sjevero-zapad jugo-istok uzduž Velebita, sve do dalmatinskog kopna, u obliku duge i vrlo uske krševite izbrežine, između 44°18' i 44°43' sjev. širine, te 32°24' i 32°56' istočne duljine, zapremivši površinu od 294,68 km². Od velebitskog masiva dijeli ga uski i duboki Planinski kanal, a s juga plitki tjesnac Ljuba od sjevero-dalmatinskog kopna; sa sjevera i sjevero-zapada oplakuje ga Mali Kvarner i dijeli od Raba, Cresa i Lošinja, dok mu na zapadu leže otočići Skarda, Maun, Veliki i Mali Brušnjak i Vir. Vrlo je nepravilna oblika, neobično rasčlanjen i rastrgan, sa bezbroj draga i dražica, koje sad jače sad slabije zadiru u kopno. Staronovaljski zaljev sa sjevera, Veliki Paški zaljev u sredini otoka, pa Dinjiški s juga, toliko duboko ulaze u korito paškog kopna, da ga po duljini skoro prepolovljuju na dva duga dijela: kraći istočni, pretrgnut na polovici Paškim vratima i dulji zapadni. Istočna obala Paga ponajvećma je strma, gola i malo pristupna, za razliku od zapadne, koja je vrlo razvedena i pristupnija. Kao i kod dalmatinskih otoka konfiguracija terena i geomorfološke osebine upućuju, da je Pag bio nekoć vezan s kopnom, u koje je spuštanjem obala ušlo more.

Čitavo paško kopno spušta se od sjevero-zapada prema jugo-istoku; kamenite terase istočne polovine padaju najprije polagano prema istoku, da se onda uz samu obalu strmo sruše u more, dok se terase zapadne polovine otoka spuštaju ponajvećma polagano sve do mora. Zato je more uz zapadnu obalu plitko, uz istočnu duboko.

Paške terase puste su i gole kamenjare, kakve se u tolikoj površini i kompaktnosti ne mogu vidjeti niti na Rabu, niti na Krku. Skoro 90% od čitavog paškog terena otpada na kamenjare. Samo u depresijama tih kamenjara nalazimo deblje slojeve sitnog tla: paška polja i blata. Tako u koritu između istočne i zapadne polovine otoka od Salinskog zaljeva na sjeveru do Dinjiškog zaljeva na jugu nalazimo veliku i dosta debelu naplavinu sitnog tla — koja mjestimice dosiže i 10 m n. v. — zvanu Dinjiško Polje; na sjeveru istoga korita između zaljeva Časka i zaljeva Staronoyaljskog leži Novaljsko Polje. Na južnome dijelu zapadne polovice otoka nalazimo nekoliko depresija; najzapadnije, između Staro- i Novopovljanskog zaljeva leži Povljansko Polje; između Vlačićkog zaljeva na jugu u smjeru JI — SZ sve do zaljeva Baškog prostiru se tri depresije odijeljene omanjim uzvisinama i to: Vlačićko Polje, Velo Blato i Malo Blato. Na sjevernom dijelu zapadne polovine otoka ispod sela Kolane sve do Slatinskog zaljeva prostire se duga depresija Kolansko Polje i Kolansko Blato.

Najveću nadmorsku visinu dosiže oko sredine zapadne polovine otoka brdo Sv. Vid (348 m); samo se mjestimice paške kose uspinju do 200 m n. m. (Bosanić, Gradac, Trigraci, Kršina, Razanka, Malenica i dr.) dok najveći dio terena leži ispod 150 m n. v.

Geološke prilike. Po R. Schubertu (20) i L. Wagnu (21) Pag je preostatkom jedne vrlo protegnute zone tektonskih korita ispunjenih srednje eocenskim laporima, produktima njihova trošenja, te diluvijalnim pijeskom i kršem. Dugo istočno krilo glavne sinklinale na polovici je prekinuto; more je na tome mjestu (Paška vrata) prodrlo u korito, ispralo meki supstrat, te ispunilo čitavu veliku depresiju od mjesta Paga na jugu, sve do Časke na sjeveru (Paški zaljev). Južno od mjesta Paga, sediment korita polagano se uzdiže u Salinskom zaljevu, te prelazi u Dinjiško Polje, koje se najprije diže, a onda opet ubrzo spušta smjerom JI sve do u Dinjiški zaljev. Ova glavna paška sinklinala ispunjena je kamenjem gornjih numulitnih slojeva, koji su sad jače sad slabije zastrti naslagama kvartenim. Uz rubove korita povrh numulitnog vapnenca proteže se dugi uski pojas alveolinskog vapnenca. Antiklinalne gorske kose, što opasuju ovo najdulje paško korito izgrađene

su iz rudistnog vapnenca gornje krede. Samo na 3 mjesta uzima učešća na izgradnji ove kose kredni dolomit. Dok se istočna antiklinala ruši strmo u more, zapadna se antiklinala prema moru polagano spušta.

Depresija sjeverne polovine zapadne antiklinale zvana Kolarska dolina ispunjena je smeđjim i modrim glinastim i pješkovitim laporitim škriljevima, kao i plavo bijelim laporima sa uklopljenim slojevima lignita i tamno-smeđeg ugljena, na kojima počiva tanji ili deblji sloj sitnog sivkasto-žučkastog ili pak smeđeg tla.

Na južnom dijelu otoka između Košljunskog zaljeva i dalmatinskog kopna, protežu se dvije kraće sinklinale, koje po svojoj gradnji dosta slične dugoj glavnoj sinklinali otoka Paga. Korito što ide na jugu od Vlašićkog zaljeva prema sjeverozapadu do Velog Blata ispunjeno je eocenskim laporima i aluvijalnim naplavinama, a kratko korito između novo- i staropovljanskog zatona, ispunjeno je eocenskim laporima, koje prekrivaju diluvijalni pjesci, a uz samo more i aluvijalni nanosi.

Vegetacijske prilike. Po Horvatiću S. (11) daju se na otoku Pagu razlikovati ove glavne vegetacijske skupine:

1. vegetacija slatkih i brakičnih voda, te njihovih obala; 2. vegetacija morskih obala; 3. vegetacija livada košanica; 4. vegetacija kamenjara; 5. vegetacija vapnenačkih stijena i 6. vegetacija šuma i šikara.

Kad je ova studija bila već priređena za štampu izašla je opsežna studija St. Horvatića (12) pod naslovom »Flora i vegetacija otoka Paga«, u kojoj su detaljno prikazane vegetacijske jedinice spomenutih područja; odustao sam s toga od prvotno predviđenog opisivanja vegetacijskih prilika Paga, te upućujem čitaoca na temeljito djelo Horvatića.

Klimske i hidrološke prilike. O klimskim prilikama otoka Paga nemamo žalibože nikakvih podataka, jer na čitavom Pagu ne postoji niti jedna meteorološka stanica. Raspolažemo jedino s oskudnim podacima o klimatskim prilikama mjesta Raba, koje leži Pagu na sjever i iscrpnim podacima za otok Lošinj, što se pružio podalje sjeverozapadno od Paga, te konačno podacima o oborinama Karlobaga, što leži istočno pred Pagom na primorskoj obali. Susretljivošću meteorološke centrale u Splitu ustupljeni su nam podaci o oborinama i toplinama meteorološke stanice I. reda kr. mornarice Rab i to za razdoblje 1926—1932. god.; podaci o klimi Malog Lošinja oslanjaju na opažanja tamošnje meteorološke postaje u razdoblju

od 1880—1904. god. (H a r a č i ć). Za ocjenu tendencije razvitka tala odnosno za njihovu klimagenetsku klasifikaciju od najvećeg je značenja poznavanje prosječnih mjesečnih i godišnjih oborina i toplina. U tabelama 1. i 2. prikazali smo prosječne godišnje i mjesečne oborine, topline i kišne faktore za mjesto Rab. U tabelama 3. i 4. sakupili smo na jednak način podatke za Mali Lošinj.

Rab

Tabela 1.

Oznaka	1926	1927	1928	1929	1930	1931	1932	7-god. prosjek
Prosječne god. oborine u mm	1034,7	1212,9	1148,7	881,2	1511,5	881,1	1259	1132,7
Prosječne god. topline u °C	15,8	16,1	15,8	15,2	15,8	13,4	13,7	15,1
Kišni faktor (Kf)	65,5	75,3	72,7	58,0	98,2	65,7	91,9	75,0

Rab

Tabela 2.

7-god. prosjek za	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Mjesečne oborine u mm	71,5	48,6	134,5	93,9	100,1	65,9	57,0	45,3	152,9	118,4	128,3	97,3
Mjesečne topline u °C	7,8	6,2	9,1	12,7	16,9	21,9	24,1	24,0	21,0	16,2	13,1	8,3
Mjesečni kišni faktor (Kf)	9,1	7,8	14,8	6,6	5,9	3,0	2,4	1,9	7,3	7,3	9,8	11,7

Godišnje oborine u Karlobagu*) iznosile su u 13 godišnjem intervalu 1256 mm, dakle tek nešto više nego na Rabu i Lošinj.

Iz podataka ovdje prikazanih proizlazi da su prosječne godišnje oborine i topline podjednake u Rabu i Malom Lošinj.

Oscilacija prosječnih godišnjih oborina i na jednom i drugom otoku vrlo je osjetljiva.

Godišnji kišni faktori dosta se podudaraju; najviši je kišni faktor za Rab 98,2 najniži 58,0 za Mali Lošinj najveći 84,6 najniži 47,0

U smislu Langove klasifikacije spadaju oba mjesta u područje humidne klime; tačnije bi mogli označiti klimu

*) Prema publiciranom izvještaju Geofizičkog zavoda u Zagrebu, motrenja od god. 1893—1910.

Tabela 3.

Godina	Prosječne godišnje oborine u mm	Prosječne godišnje topline u ° C	Kišni faktor godišnji (Kf)
1881	1144	15,1	75,8
1882	1342	15,6	86,0
1883	691	14,7	47,0
1884	1017	14,8	68,7
1885	1216	15,4	79,0
1886	1070	18,3	69,9
1887	1195	14,9	80,2
1888	967	14,7	65,8
1889	1168	15,0	77,9
1890	823	15,1	54,5
1891	703	14,8	47,5
1892	1030	15,5	66,5
1893	891	14,9	59,8
1894	750	15,4	48,7
1895	1260	14,9	84,6
1896	1220	14,8	82,4
1897	1306	15,5	84,3
1898	—	16,2	—
1899	922	15,0	61,5
1900	1319	15,6	84,6
1901	969	14,9	65,0
1902	719	15,0	47,9
1903	726	15,3	47,5
1904	884	15,4	57,4
Prosjek	1008	15,2	66,3

se m i h u m i d n o m. U humidnoj klimi razvijaju se po Langu u područjima sa kišnim faktorom od 40—60. žuta tla, crljenica i lateriti, u područjima s kišnim faktorom od 60—100 smedja tla, a u području s k. f. 100—160 crnice.

Tabela 4.

24 godišnji prosjeak za Mali Lošinj	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Mjesečne obo- rine u mm	80	58	90	78	60	71	35	67	102	148	117	102
Mjesečne toplinae u ° C	7,3	7,6	9,7	13,0	17,4	21,3	24,4	23,7	20,6	16,3	11,8	8,9
Mjesečni ki- šni faktor (Kf)	10,9	7,6	9,3	6,0	3,5	3,3	1,4	2,8	4,9	9	9,9	11,5

Ako uzmemo u obzir prosječne k. f. od više godina onda vidimo da bi se po Langu imala razvijati u Rabu i Malom Lošinj s m e d j a t l a. Ako pak svrnemo pažnju na kišne faktore pojedinih godina onda vidimo, da u nekim godinama klima pogoduje razvoju crljenica.

Još bolju sliku o tendenciji razvitka tala dobivamo, ako obratimo pažnju mjesečnim kišnim faktorima, kako sam to predložio na drugom mjestu (Gračanin 6). Uzmemo li da godišnjem kišnom faktoru (Kf) 40 odgovara mjesečni Kf 3,3, da K. f. 60 odgovara K. f. 5,0, da K. f. 100 — mjesečni K. f. 8,3, a K. f. 160 — mj. kf. 13,3, onda proizlazi na osnovu podataka u skrižaljci 2 i 4, da na Rabu imaju 3 mjeseca aridnu klimu, pet semihumidnu, a četiri humidnu, dok u Malom Lošinj imaju 3 mjeseca aridnu, 2 semiaridnu, 2 semihumidnu, a 5 humidnu klimu.

Podaci o klimskim prilikama Raba i Malog Lošinja ne mogu se jednostavno protegnuti i na Pag, no oni nam omogućuju makar i grubu predodžbu o klimskim prilikama Paga. U pogledu je oborina vjerojatno, da na Pagu padne podjednako kao i na Rabu, jer i u Karlobagu, koji leži na primorskoj obali pred Pagom, iznose prosječne godišnje oborine tek nešto više nego na Rabu (1256 mm.).

Kako je Pag prema istoku i sjeveroistoku potpuno nezaštićen za razliku od Raba, kojega od primorskog kopna dijele otoci Prvić, Sv. Grgur i Goli, to je razumljivo, da je Pag znatno jače izvrgnut buri, što se spušta od velebitskih vrhova, te da je uslijed toga prosječna toplina Paga vjerojatno nešto niža, a sušenje tla jače. No u svakom slučaju Pag će ležati u području semihumidne klime tako, da bi i na njemu, u smislu klasifikacije Langove, mogli očekivati razvitak smedjih tala.

Za klimske prilike Paga naročito su karakteristični s l a n i v j e t r o v i, što sa sobom donose raspršenu morsku vodu i za-

slanjaju njome čitav otok. Uglavnom sjeveroistočni vjetrovi (bura) donose sol; čim je intenzitet vjetra veći a trajanje dulje, tim je i salinizacija jača.

U prosjeku Pag je kao i ostali naš mediteranski Krš siromašan vodom. Ipak na Pagu ima izvor vode i to nad samim mjestom Pagom (na brdu sv. Juraj), pa onda u južnom dijelu Salinskog zaljeva gdje iz gornjih numulitskih naslaga mjestimice proniču izvori. Pag nema vodenih tokova trajnijeg karaktera. Prilikom jačih jesenskih, zimskih i proljetnih kiša stvara se velik broj periodičnih vododerina i manjih tokova, koji se s obronaka golih kamenjara slijevaju u depresije, rujući i brazdeći tlo smjerom prema zaljevima ili prema blatima.

DINJIŠKO POLJE.

U smjeru otoka Paga, od zaljeva Salinskog do Dinjiškog, pruža se u duljini od oko 5 km i širinu od 1—1½ km Dinjiško Polje; od jednog do drugog zaljeva polagano se diže prema sredini (do 10 m v. n. m.). Bokovi polja uspinju se dosta naglo; na istočnom boku nadovezuje na obronačno kršje, iz kojega se mjestimice izdiže numulitni vapnenac, — uski pojas alveolinskog vapnenca, koji prelazi u plato gole kamenjare iz rudistnog vapnenca, što se pruža sve do Planinskog kanala. Sa zapadne strane opasuje Polje uski pojas numulitnog vapnenca; dižući se obronačno, prelazi u jednako uzak pojas alveolinskog vapnenca, koji nadovezuje na голу kamenjaru rudistnog vapnenca, što se zapadno spušta prema moru, a jugo-zapadno i južno prema Malom i Velikom Blatu.

Dinjiško Polje, koje danas u svom sjevernom dijelu služi poglavito kao polje, a u južnom kao pašnjak, pretstavlja u glavnom diluvialno-deluvialni nanos, koji se još uvijek mijenja pod utjecajem periodičnih bujica, a uz samu obalu i pod utjecajem mora. Debljina je toga nanosa najveća u centralnom dijelu polja. Sva tla Dinjiškog Polja mogli bi podijeliti u dvije skupine: skupinu vlažnih diluvijalno-deluvijalnih maritimnih tala, koja zauzima poglavito južni, a od česti i sjeverni dio Polja uz Salinski zaljev, te skupinu suvih diluvijalno-deluvijalnih tala, koja zaprema sav ostali teren.

I jedna se i druga tla još uvijek mijenjaju pod utjecajem periodičnih bujica, specijalno jesenskih i zimskih voda; te bujce ruju teren, odnose tlo sa obronaka dispergirajući, raznoseći i sedimentirajući čestice po čitavoj površini polja, različito prema snazi bujičine vode i konfiguraciji terena. Razumljivo je stoga, da se na osnovu morfoloških odnosno kemijskih svoj-

stava profila ne može uvijek lako odrediti i tendencija razvitka ovih tala.

Da dobijemo sliku tala Dinjiškog Polja opisaćemo najprije morfološka i fiziognomska svojstva od nekoliko tipičnih profila, donijecemo sliku njihova mehaničkog sastava i fiziološko-kemijskih svojstava, te napokon prikazaćemo grubo i njihovu mikrobiološku aktivnost.

Stratigrafija tipičnih profila.

Profil 1. Na prelazu između diluvijalno-maritimnih i suhih diluvijalno-deluvijalnih tala, oko 900 m od najjužnije tačke Dinjiškog Polja, na nešto manje vlažnom terenu, ispod pokrova halofitske vegetacije, tlo pokazuje ovakovu fiziognomiju i morfologiju:

Površinski horizont slabog humozne tamno-žućkaste do sivkasto-smeđe ilovače, sitno grudičaste strukture, prorašćen dosta nagusto korijenjem, prelazi u dubljini od oko 25 cm u horizont nešto zbijenije ilovače; od 100 cm počinje horizont žućkasto-zelenkaste ljepive glinaste ilovače, a od 130 cm slijedi žućkasto-siva teška glina. Reakcija na CaCO_3 u čitavom je profilu pozitivna.

Profil 2. Oko 500 m od najjužnije tačke Dinjiškog Polja prema sjevero-zapadu otvoren je profil do dubljine od 150 cm. Teren, na kojemu je jama kopana, naplavljuje more samo za jače plime. U pokrovu halofitske vegetacije, što obrašćuje ova tla, dominira *Salicornia fruticosa* i *Plantago maritima*, a ispod ovoga pokrova priljubljuje uz samu površinu tla bogato razvijeni pokrov alga (*Cijanoficeja*).

Žućkasto-zelenkasti površinski sloj muljaste gline, masnog sjaja, debeo tek 1 do 1½ cm, prelazi u sloj glineno-ilovastog vlažnog tla, proraslog korijenjem. U dubljini od 40 cm tlo postaje teže i poprima boju sivkasto-žućkastu; pojavljuju se rdjasto-zelenkaste pjege, koje se razgranjuju u smjeru descendentnom. Od 60 cm dubine tlo je vlažno, boje sivkasto-tamne (boja suhog tla je pepeljasto-siva), bogato kućicama pužića. Kod 110 cm prodire voda.

Profil 3. U udaljenosti od 100 m od najjužnije tačke Dinjiškog polja otvoren je profil 3, koji pokazuje fiziognomiju sličnu profilu 2.

Profil 4. Otvoren na Dinjiškom Polju između Šiše i Stare Vasi na pašnjaku. Tamno-žućkasti površinski horizont gli-

nenog tla, grudičaste strukture, prorastao poglavito korijenjem zadruga vrsta *Agropyrum litorale* i *Monerma cylindricum* (Horvatić 11), prelazi u dubljini od 35 cm u sloj pepeljasto-sivog glinenog tla s pijeskom, koje se kida u oveće orašaste ljepive agregate. U dubljini od oko 1 m pojavljuju se u žučkasto-zelenkastom tlu bijele mrlje kalcijuskog karbonata, a od 140 cm počimlje tamniji sediment sličan horizontu 35—100. Ovaj profil pripada skupini manje vlažnih tala diluvijalno-deluvijalnih.

Profil 5. Nešto sjevernije od Stare Vasi u sredini Polja ispod krovova livadne vegetacije tlo pokazuje ovu sliku:

Površinski horizont žučkasto-sive slabo pjeskovite ilovače, dosta zbijene, bogate šljunkom, sadrži mjestimice i ulomke brekčija, prelazi u dubljini od 100 cm u glinasti pijesak, boje tamno-oker. Od vegetacije dolaze naročito *Hordeum secalinum*, *Bromus racemosus*, *Molinia coerulea*, te mjestimice *Juncus maritimus* i *Plantago maritima*.

Profil 6. Na Dinjiškom Polju po prilici na pola zračne linije Stara Vas-Vrčići, nalazi se prirodni profil zvan »Rupe«, koje je otvorila bujičina voda do dubljine od 6 m. Teren obrastao vegetacijom, sličnom onoj profila 5. Površinski horizont slabo-pjeskovite ilovače, tamno-žučkaste boje, sitno mrvičaste strukture, bogat sitnim šljunkom, prelazi u dubljini od 25 cm u horizonat svjetlo-žučkastog tla, nešto zbijenog i bogatijeg šljunkom; od 50 cm počinje žuto-zelenkasta pjeskovita ilovača s mnogo šljunka i ulomaka kamena. U dubljini od 5 m pojavljuje se teška glina, boje blijedo-žučkaste.

Profil 7. Otvoren nešto sjevernije od profila 6; ovome je vrlo sličan, jedino je od površine tlo prof. 7 nešto teže.

Profil 8. Na rubu Polja ispod Vrčića, pod xerofilnom vegetacijom leži sivkasto-žučkasta pjeskovita ilovača, vrlo bogata šljunkom i manjim ulomcima kamena; u dubljini od 40 cm zamjenjuje ovu sloj pjeskovito-ilovastog šljunka, koji od 50 cm dubljine prelazi u horizonat tla sličnog površinskomu, ali zbijenijeg i otvorenijeg boje.

Profil 9. U sredini Polja ispod Vrčića na livadnom terenu otvoreni profil pokazuje ovakovu fiziognomiju:

Sivo-smedji ilovasti pijesak, do 30 cm nešto otvoreniji, a od 30—60 cm zatvorenije boje, prelazi u dubljini od 60 cm u žučkasto-smedju pjeskovitu ilovaču, uprskanu s mnogo bijelih konkrecija vapnenca i nešto crnih pjega. Zbijenost tla s dubljinom raste.

Profil 10. Oko 200 m južno od Gorice u sredini Dinjiškog Polja, u vinogradu, otvoren je profil 10. Do dubljine od 20 cm tlo je rahli žućkasto-smedji ilovasti pijesak, dosta bogat šljunkom. Od 20—40 cm boje je nešto otvorenije, prelazi u zbijeno pjeskovito-glineno-ilovasto tlo, smedje-zelenkaste boje, u vlažnom stanju vrlo ljepivo, bogato kućicama od pužica. U dubljini od 140 cm pojavljuje se opet sloj žućkasto-smedjeg tla, još uvijek bogat kućicama pužica.

Profil 11. Oko 150 m ispod najsjevernije tačke Dinjiškog Polja, a u blizini solane, pašnjački teren pokriven je obilno sa *Juncus maritimus*.

Površinski sloj dosta zbijene sivkasto-zelenkaste glinaste ilovače, neznatno natrušene šljunkom, prorasle korijenjem pašnjačke vegetacije, prelazi od 60 cm dubljine u horizont zbijenijeg glineno-ilovastog tla, boje zelenkasto-žućkaste. Šljunka u ovom horizontu nema.

Na osnovu popisa ovih 11 profila otvorenih na različitim mjestima možemo zaključiti, da tla Dinjiškog Polja ne samo nemaju jedinstvenu fiziognomiju i morfološka svojstva, već da se ista na relativno malim udaljenostima dosta osjetljivo mijenjaju. Karakteristična je ipak za tla ovog polja žućkasta nijansa, koja obično prati sad sivkastu, sad smedju, sad opet zelenkastu boju. Crvenu boju odnosno nijansu, koja je tipična za poljska tla izrazitog mediteranskog područja, ovdje uopće ne nalazimo.

Tekstura i struktura tala.

Kao što se iz prednjeg opisa morfologije i fiziognomije tala Dinjiškog Polja dade razabrati, postoji tolika raznolikost u njihovom mehaničkom sastavu, da je teško povući granicu između pojedinih vrsta. U tabeli 5. prikazao sam rezultate mehaničke analize svih popisanih profila. Iz tih se podataka vidi, da na Dinjiškom Polju dolaze najrazličitije vrste tala, počam od teških glinenih, pa sve do lakih ilovastih pijesaka. Najteža tla nalazimo u depresijama, poglavito na terenima koncentriranim oko Dinjiškog i Salinskog zaljeva, dok najlakša tla zauzimaju centralni, izdignuti dio Polja i duljinske rubove.

S obzirom na samu genezu ovih tala sasvim je razumljivo, da ni tekstura pojedinih horizonta profila ne pokazuje pravilan, već vrlo variabilan slijed.

K podacima u tabeli 5. treba primjetiti, da vrijednosti dobivene za čestice manje od 0,002-mm kod tala deluvijalno-ma-

Mehanički sastav tala

Tabela 5.

Br. profila	Tlo iz dubine od	Procentna sadržina čestica u sitnom tlu					Teksturna oznaka
		< 0,01 mm	0,01-0,05 mm	0,05-0,1 mm	0,1-2,0 mm	< 0,002 mm	
1	5—25	42,74	30,64	16,30	10,32	4,90	llovača
	100—125	48,90	30,86	9,38	10,86	3,79	glinasta llovača
	130—140	68,36	18,98	4,30	8,36	1,97	glina
2	5—20	57,44	26,38	6,46	9,72	6,63	glinasta llovača
	45—55	69,56	19,72	3,84	6,88	4,80	glineno tlo s pijeskom
	100—120	72,04	20,70	2,78	4,48	7,36	glineno tlo
3	5—30	67,32	15,64	5,08	11,96	3,26	glineno tlo
	100—120	47,48	18,06	6,56	27,90	2,97	glineno-llovasto-pjeskovito
4	5—25	61,46	21,86	6,28	10,40	3,22	glineno tlo
	45—70	53,98	10,38	4,72	30,92	2,24	" " s pijeskom
	100—120	50,70	19,28	5,24	24,78	2,24	glin. tlo s pijeskom
5	10—35	28,86	21,00	10,76	39,38	3,21	slabo pjeskovita llovača
	100—120	22,18	4,02	4,98	68,82	2,68	glinasti pijesak
6	5—20	23,20	31,74	20,06	25,00	2,91	slabo pjeskov. llovača
	60—80	35,06	29,40	11,45	24,00	2,35	pjeskovita llovača
	500—550	61,18	29,40	5,50	3,92	2,99	glineno tlo
7	5—25	51,17	17,84	9,18	21,30	2,66	glineno tlo
	100—130	48,06	19,44	5,90	26,60	2,54	glineno-pjeskovito
	500—550	60,34	30,16	7,30	2,20	3,25	glineno tlo
8	5—30	39,22	34,70	11,24	14,84	23,53	llovača
	80—100	33,74	26,92	12,06	27,28	3,39	slabo pjeskov. llovača
9	10—30	17,58	23,86	9,66	48,90	13,20	llovasti pijesak
	70—90	36,86	30,54	6,32	26,28	3,41	pjeskovita llovača
10	5—25	10,16	10,46	17,20	62,18	2,57	llovasti pijesak
	60—80	28,32	11,86	11,02	48,80	2,82	pjeskovita glina
11	5—30	46,48	44,62	5,38	3,52	3,75	glinasta llovača
	90—120	54,12	32,04	8,32	5,52	6,00	glineno llovasto tlo

ritimnih ne odgovaraju stvarnoj sadržini tih čestica u tlu, već su znatno manje s razloga, što se uobičajenom metodom pripreme tla za mehaničku analizu (maceriranjem u čistoj destiliranoj vodi), koju smo primjenili kod ovih istraživanja, rečene čestice ne dadu savršeno dispergirati. I nakon dugočasne dekantacije zaostaju te čestice u obliku malih pahuljica, nalik na macerirani filtracioni papir. Da se to ima pripisati naročitom koloidno-kemijskom stanju te frakcije, uvjetovanom prisustvom alkalija, objasniće kemijska analiza.

Tla Dinjiškog Polja u pravilu su vrlo duboka; sloj sitnog tla na najvećem dijelu terena seže do dubljine veće od 1,5 metra.

Ni u pogledu strukture, tla Dinjiškog Polja nisu jednolična. Teška su muljevita tla, poblize zaljeva, bezstrukturna, dok su lakša tla ostalog dijela polja mrvičaste, grudičaste, do orašaste strukture.

Stabilnost strukturnih agregata u vodi, kod suvljivih tala Dinjiškog Polja nije velika. Srazmjerno najveću stabilnost pokazuju površinski horizonti; s porastom dubljine stabilnost se strukturnih agregata najprije samo neznatno, a kod dubljine od 120 cm znatno smanjuje. Suhi agregati tla površinskih horizontata, nakon kraćeg ili duljeg vremena u vodi se raspadaju na manje strukturne agregate, dok se odlomci suvog tla dubokih, izrazito mineralnih horizontata, dispergiraju dosta velikom brzinom u sitne praškaste čestice i fine disperzije. Činjenica, da tla Dinjiškog Polja do dosta velike dubljine (do 120 cm) pokazuju podjednaku stabilnost strukturnih agregata, značajna je obzirom na činjenicu, da inače tipična tla humidnih područja već u dubljini od 40—50 cm pokazuju obično malu stabilnost strukture.

Opažanja o stabilnosti strukture ovih tala pružaju dokaz, da nastabilnost strukturnih agregata ne utječe toliko kalcijski karbonat, kao što se to često pretpostavlja (u čitavom su profilu ova tla bogata na kalcijском karbonatu), već da u prvom redu odlučuje organska materija i zasićenost apsorpcijskog kompleksa.

Fizikalna svojstva tala Dinjiškog Polja najpovoljnija su u centralnom dijelu Polja; tla diluvijalno-maritimna pokazuju obično nepovoljna fizikalna svojstva već u površinskom horizontu.

Fizikalna svojstva tala

Tabela 6.

Profil br.	Tlo iz dubine od cm	Specif. težina		Volumen pora u %	Apsolutni kapacitet za		Stabilnost većih agregata u vodi
		vo-lumna	fak-tična		vodu	uzduh	
1	12 - 17	1,30	2,66	51,12	38,90	12,42	Raspadaju se u sitne agregate; dispregriraju se u mehan. elementa
	122-130	1,52	2,68	43,28	35,62	7,56	
3	20- 27	1,44	2,70	46,66	36,62	10,04	raspadaju se u sitne agregate;
10	13- 20	1,28	2,54	49,60	32,80	16,80	raspadaju sa u sitne agregate; " " brzo
	60- 67	1,48	2,65	44,11	33,86	10,25	
11	63 - 70	1,50	2,66	43,60	34,60	9,00	" " "

Kemijska svojstva i sastav tala Dinjiškog Polja.

Da se dobije slika o kemijskom sastavu i svojstvima tala, specijalno njihovog kemijski i fiziološki aktivnijeg dijela, određena je sadržina silicija, aluminijska, željeza, fosfora, kalija, natrija, kalcija, magnezija i sumpora, rastvorivih u 10% HCl, dalje sadržina ukupnog dušika i humusa, te reakcija ekstrakta tla u vodi i norm. rastvoru kalijevog klorida. Ekstrakcija u 10% HCl obavljena je od nekoliko tipičnih profila, dok je reakcija određena kod svih tala. Kemijski sastav i svojstva tipičnih profila prikazuju skrižaljke 7—14; brojčane vrijednosti u skrižaljka, izražene u uteznim postocima, odnose se na tlo osušeno kod 105° C.

Već su prve analize ekstrakta tala u 10% solnoj kiselini pokazale, da se radi o slanim tlima; zato je preduzeta još i analiza vodenog ekstrakta tla od nekoliko profila; određena je sušina, procentna sadržina mineralnih tvari, te posebno sadržina Ca, K, Na, te Cl i SO₃, dalje sadržina humusnih tvori i ukupni alkalitet rastvora.

Profil 1, kao pretstavnik prelaznih tala od skupine diluvijalno-deluvijalno-maritimnih k skupini suhih tala diluvijalno-deluvijalnih, odlikuje se velikim bogatstvom na alkalijima, naročito natriju, te na zemnoalkalnim kovinama spec. u vapnu.

Sadržina seskviokida odgovara osrednjoj sadržini naših humidnih kontinentalnih tala. Horizonat od 130—140 cm seskvioksidima je znatno bogatiji od površinskog horizonta, no ta

se činjenica ne smije pripisati procesima ispiranja željeza i aluminija iz viših horizonata u niže, već različitom sastavu ovih sedimenata od vremena njihova nanosa na sadanje mjesto: da se ne radi o premještanju seoskvioksida, vidi se i po tome, što je površinski horizonat bogatiji karbonatima od dubljih slojeva.

Silicija SiO_2 rastvorivog u 10% HCl ima u čitavom profilu dosta velika količina; slično kao i željeza ima ga znatno više u dubljim horizontima.

Fosforom je cio profil vrlo siromašan. Sumpora ima znatno više; nalazi se u tlu poglavito kao kalcijski, manje kao magnezijski i kalijski sulfat, a od česti i organski vezan.

Profil 1.

Tabela 7.

Rastvorivo u 10% HCl 3h 100 C	Uzorak tla iz dubljine od	
	5—25 cm	130—140 cm
	s a d r ž i u %	
SiO_2	0,74	1,01
$\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{Al}_2\text{O}_3 + \text{P}_2\text{O}_5$	6,30	9,74
Al_2O_3	2,81	5,08
Fe_2O_3	3,43	4,60
CaO	14,36	10,05
MgO	1,34	1,30
K_2O	0,44	0,82
Na_2O	1,76	2,00
P_2O_5	0,06	0,06
SO_3	0,24	0,22
N — Ukupni u %	0,24	0,06
Humus u %	3,29	0,91
pH u H_2O	7,35	7,35
pH u n — K Cl	7,10	7,05

Humusa ima u površinskom horizontu nešto preko 3%, dakle po prilici toliko, koliko ga sadrže naša tla iz okolice Zagreba. No dok sadržina humusa s porastom dubljine kod tala zagrebačkih naglo opada, održaje se u profilu 1. na dosta velikoj visini; tako primjerice u dubljini od 130—140 cm nalazimo još 0,91% humusa.

Dušikom (N) bogat je naročito površinski horizonat.

Reakcija tla u čitavom je profilu slabo bazična.

Već se obzirom na činjenicu, da solnokiseli izvadak tla površinskog horizonta sadrži 2,20%, a horizonta od 130—140 cm 2,82% $\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O}$ može zaključiti, da profil 1. pripada tipu slanih tala. Kako su Na-ijoni ne samo vezani na površini absorpcijskog kompleksa tla, već se nalaze i slobodni u tekućoj fazi tla, spada ovo tlo u grupu solončaka i to alkalijsko-kalcijskih solončaka ili još tačnije natrijsko-kalcijskih solončaka.

Profil 2., kao zastupnik diluvijalno-maritimnih tala, dosta je sličan svojim kemijskim sastavom i svojstvima profilu 1.

U površinskom horizontu sadrži 2,23%, u horizontu od 45 do 55 cm 2,55%, a u horizontu 100—120 cm, 2,16% $\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O}$ dakle u čitavom profilu preko 2%. U pogledu sadržine alkalija profila 1. i 2., prema tome se osjetljivije ne razlikuju. I po siromaštvu na fosforu i bogatstvu na sumporu oba su si profila vrlo slična. (Tabela br. 8). Profil 2. znatno je bogatiji vapnom, dok je sadržina magnezija u oba profila podjednaka.

Značajno je veliko bogatstvo na siciliju i to kako SiO_2 rastvorivom u 10% HCl, tako još naročito u 5% KOH. Aluminijska rastvorivog u 10% HCl ima naprotiv znatno više, nego Al_2O_3 rastvorivog u 5% KOH.

Površinski sloj znatno je siromašniji humusom od istog sloja profila 1, ali je s druge strane organska tvar u ovome tlu podjednako raspodjeljena u čitavom profilu; tako horizonat iz dubljine od 100—120 cm sadrži skoro isto toliko organske tvari kao i površinski sloj. Analogno raspodjeli humusa ima i dušika u čitavom profilu podjednako.

Reakcija tla slabo je bazična.

Kod ovoga profila obavljena je i analiza ekstrakta u vodi; rezultate analize prikazuje tabela br. 9.

Kao što se iz tabele vidi, sadržina je suhe tvari u vodenom ekstraktu tla, veoma visoka. U površinskom sloju iznosi preko 1%, a već u dubljini od 40 cm ima je dva i po puta više. U suhoj tvari najvećim postotkom participiraju tvari mineralne, speci-

jalno natrijski klorid, u manjoj mjeri CaCl_2 , K_2SO_4 i sulfati zemnoalkalnih kovina.

Naročito je značajno, da sadržina u vodi rastvorivih organskih tvari raste sa dubljinom vrlo osjetljivo.

Ukupni alkalitet, izražen u HCO_3^- , najveći je u površinskom horizontu.

Ovo tlo spada u skupinu vlažnih natrijsko-kalcij-skih solončaka.

Profil 2.

Tabela 8.

Rastvoreno u 10% HCl	Tlo iz dubljine od		
	5–20 cm	45–55 cm	100–120 cm
	sadrži u %		
SiO_2	1,32	1,64	1,56
$\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{P}_2\text{O}_5$	7,36	9,11	7,82
Al_2O_3	2,38	4,45	3,94
Fe_2O_3	4,91	4,57	3,80
CaO	18,34	18,81	27,57
MgO	1,49	1,51	1,46
K_2O	0,52	0,83	0,64
Na_2O	1,71	1,62	1,52
P_2O_5	0,07	0,09	0,08
SO_3	0,25	0,44	—
SiO_2 } u 5% KOH	6,54	8,60	6,10
Al_2O_3 }	0,92	1,92	0,34
N ukupni u %	0,14	0,11	0,12
Humus u %	1,55	0,89	1,42
pH u H_2O	7,25	7,30	7,20

Profil 5 i 9., što predstavljaju suva diluvijalno-deluvijalna tla Dinjiškog Polja, razlikuju se od diluvijalno-maritimnih poglavito znatno nižom sadržinom alkalija. Tako ima u profilu 5. oko 0,90%, a u profilu 9. oko 1,25% $\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O}$, dakle dva puta manje nego u maritimnim tlima. (Tabele br. 10 i 11).

Sastav ekstrakta tla u vodi profila 2:

Tabela 9.

	Tlo iz dubljine od cm		
	5—12 cm	45—55 cm	100—120 cm
	s a d r ž i u %		
Sušine	1,0550	2,3250	2,3920
Mineralne tvari	0,9850	2,1025	2,2220
Cl	0,4561	1,1619	1,1190
SO ₃	0,1042	0,2065	0,2062
CaO	0,0375	0,0946	0,0706
K ₂ O	0,0187	0,0418	0,0240
Na ₂ O	0,4830	0,9680	0,9962
Humus	0,0435	0,0898	0,1436
Ukupni alkalitet (HCO ₃)	0,0802	0,0537	0,0586

Profil 5.

Tabela 10.

Rastvoreno u 10 % HCl	Tlo iz dubljine od	
	10—35 cm	100—120 cm
	s a d r ž i u %	
SiO ₂	0,58	0,54
Al ₂ O ₃ + Fe ₂ O ₃ + P ₂ O ₅	4,08	4,54
Al ₂ O ₃	0,95	0,54
Fe ₂ O ₃	3,07	3,95
CaO	20,48	32,56
MgO	1,58	1,50
K ₂ O	0,26	0,11
Na ₂ O	0,64	0,81
P ₂ O ₅	0,06	0,05
SO ₃	0,07	0,08
SiO ₂ } u 5 % KOH	2,18	1,81
Al ₂ O ₃ }	0,22	0,52
N — Ukupno u %	0,13	0,06
Humus u %	1,46	1,31
pH u H ₂ O	7,35	7,30
pH u n-KCl	7,10	7,00

Profil 9.

Tabela 11.

Rastvoreno u 10 % HCl	Tlo iz dubljine od	
	10–30 cm	70–90 cm
	s a d r ž i u %	
SiO ₂	0,54	0,62
Al ₂ O ₃ + Fe ₂ O ₃ + P ₂ O ₅	5,12	10,42
Al ₂ O ₃	0,04	5,64
Fe ₂ O ₃	5,02	4,71
CaO	0,58	2,21
MgO	0,46	1,39
K ₂ O	0,29	0,44
Na ₂ O	0,96	0,83
P ₂ O ₅	0,06	0,07
SO ₃	0,07	0,07
SiO ₂ } Al ₂ O ₃ } u 5 % KOH	4,44	1,04
	0,88	0,03
N — Ukupni u %	0,16	0,08
Humus u %	1,58	0,88
pH u H ₂ O	6,95	7,20
pH u n-KCl	6,75	7,10

Profil 9.

Tabela 12.

Ekstrakt tla u vodi	Tlo iz dubljine od cm	
	10–30	70–90
	s a d r ž i u %	
Sušina	0,1920	0,3250
Mineralne tvari	0,1040	0,2530
Cl	0,0052	0,0115
SO ₃	0,0224	0,0510
CaO	0,0100	0,0175
K ₂ O	0,0136	0,0159
Na ₂ O	0,0554	0,0904
Humus	0,0936	0,0302
Ukupni alkalitet HCO ₃ '	—	0,0839

Tla ove skupine razlikuju se od maritimnih još i znatno nižom sadržinom sumpora i silicija i to kako SiO₂ rastvorivog u 5% KOH, tako i rastvorivog u 10% HCl.

U pogledu zemnoalkalnih kovina profili 5. i 9. pokazuju vrlo osjetljive razlike. Profil 5. mnogo je bogatiji zemnoalkalnim kovinama naročito vapnom. Kalcij profila 5. vezan je skoro isključivo u CaCO_3 .

Napadno je niska sadržina Al_2O_3 i to kako u ekstraktu 5% KOH, tako i 10% HCl.

Oba su ova profila siromašna humusom kao i profil 2., a slična im je i raspodjela humusa po pojedinih horizontima.

Dužika ima najviše u površinskim slojevima.

Reakcija ekstrakta tla u vodi u čitavom profilu 5. slabo je bazična, dok je kod profila 9. u površinskom sloju skoro neutralna.

Rezultati analize ekstrakta tla u vodi prikazani u skrižaljci 12. pokazuju, da se profil 9. znatno razlikuje od diluvijalno-maritimnih tala (profil 1. i 2.), jednako u pogledu sadržine mineralnih, kao i organskih tvari. Tako je sadržina suhe tvari u površinskom sloju profila 9. preko pet puta manja, a u nižim horizontima oko 8 puta manja, nego u odgovarajućim horizontima profila 2. U pogledu mineralnih tvari razlike su još veće: u profilu 9. ima u vodi rastvorivih mineralnih tvari oko 9 puta manje nego u profilu 2. Taj se manjak elektrolita manifestira naročito u sadržini natrija i klora, manje sumpora i vapna, a najmanje kalija.

Vodeni ekstrakt profila 9. odlikuje se naročito bogatstvom na organskoj tvari. Karakteristično je, da površinski sloj sadrži dosta veliku količinu humusa, a znatno više od istog horizonta profila 2, te da se sadržina u vodi rastvorivih organskih tvari sa dubljinom smanjuje, za razliku od profila 2, kod kojega procentna sadržina tih tvari sa dubljinom raste.

Na osnovu analize profila 9. daje se zaključiti, da suva diluvijalna-deluvijalna tla Dinjiškog Polja pripadaju tipu soloneca.

Sam profil 9. možemo označiti kao natrijski solonec.

Profil 10 čini prelaz od suvih diluvijalno-deluvijalnih k nešto manje suvim tlima sjevernog dijela Dinjiškog Polja. Sadrži do $1\frac{1}{2}\%$ $\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O}$, dakle više nego suva tla centralnog dijela Polja, a manje od maritimnih tala. U pogledu zemnoalkalnih kovina ovaj profil pokazuje najveće bogatstvo, dok je seskvioksidima od svih tala najsiromašniji.

Fosforom i sumporom vrlo je siromašan. (Tabela 13.). SiO_2 rastvorivog u 10% HCl ima znatno manje nego u ostalim profilima, dok SiO_2 rastvorivog u 5% KOH sadrži prilično mnogo. Aluminijska ima vrlo malo, kako u solno-kiselom izvratku površinskog korizona, tako i u ekstraktu tla u 5% kalijevom hidroksidu.

Profil 10.

Tabela 13.

Rastvoreno u 10% HCl	Tlo iz dubljine od	
	5 - 25 cm	60 - 80 cm
	sadrži u ‰	
SiO_2	0,35	0,46
$\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{P}_2\text{O}_5$	1,50	4,67
Al_2O_3	0,53	2,43
Fe_2O_3	0,91	2,17
CaO	34,08	23,03
MgO	2,14	2,40
K_2O	0,10	0,30
Na_2O	1,10	1,25
P_2O_5	0,06	0,07
SO_3	0,04	0,06
$\left. \begin{array}{l} \text{SiO}_2 \\ \text{Al}_2\text{O}_3 \end{array} \right\} \text{ u } 5\% \text{ KOH}$	8,32	3,88
	0,11	0,04
N — ukupni u ‰	0,15	0,07
Humus u ‰	2,81	1,81
pH u H_2O	7,25	7,20
pH u n — KCl	7,15	7,00

Sadržina i raspodjela humusa podjednaka je kao i kod profila I.

Reakcija ekstrakta tla u vodi u čitavom je profilu slabo bazična.

Profil 11 dosta je sličan profilu 10, no kako se nalazi поближе Salinskog zaljeva, sadrži nešto više alkalija.

Seskvioxida sadrži također više, naročito u površinskom sloju; kao i maritimna tla odlikuje se znatno većim

bogatstvom na sumporu od tala centralnog dijela Polja. Aluminija rastvorivog u 5% KOH ima veoma malo.

Profil 11.

Tabela 14.

Rastvoreno u 10% HCl	Tlo iz dubljine od cm	
	5—30	90—120
	sadrži u %	
SiO ₂	0,45	0,47
Al ₂ O ₃ + Fe ₂ O ₃ + P ₂ O ₅	4,96	5,03
Al ₂ O ₃	2,02	2,29
Fe ₂ O ₃	2,85	2,62
CaO	21,19	22,33
MgO	1,59	1,63
K ₂ O	0,21	0,28
Na ₂ O	1,29	1,60
P ₂ O ₅	0,09	0,12
SO ₂	0,18	0,21
SiO ₂ } Al ₂ O ₃ } u 5% KOH	4,12	4,80
	0,05	0,11
N — ukupni u %	0,06	0,14
Humus u %	0,65	1,41
pH u H ₂ O	7,20	7,30
pH u n — KCl	6,90	6,95

Površinski horizonat ovog profila vrlo je siromašan humusom (0,64%), te je čak siromašniji od horizonata nižih; dosljedno tome sadrže niži horizonti i više dušika; horizonat od 90—120 cm ima skoro 2½ puta toliko dušika kao površinski sloj.

Reakcija tla u čitavom je profilu slabo alkalična, kao i kod ostalih tala Dinjiškog Polja, što je razumljivo, obzirom na veliko bogatstvo na karbonatima, specijalno na CaCO₃.

Profil 10. stoji na prelazu između solonaca suvog centralnog dijela i solončaka sjevernog dijela Polja.

Pored reakcije, sadržine humusa i dušika, koje smo određivali i u drugim profilima, a koje ne bi imalo svrhe ovdje is-

crpnije donositi, jer potvrđuju već istaknute činjenice, određivali smo kod svih profila sposobnost tla da cijepa superoksid vodika ili t. zv. katalitičku sposobnost tla. U tabeli 15. sakupili smo rezultate tih istraživanja.

Katalitička sposobnost tala

Tabela 15.

Profil broj	Tlo iz dubljine od cm	2 gr tla odcjepilo O ₂ iz 15 cm ³ 3 ⁰ / ₀ H ₂ O ₂ nakon minuta						
		1	2	3	4	5	10	15
1	5-25	4,8	8,8	12,0	15,2	17,8	30,8	41,1
	100-125	8,2	12,6	16,4	19,4	23,2	35,4	46,8
	130-140	5,0	9,6	13,0	16,6	20,0	34,6	47,4
2	5-20	9,0	13,4	18,0	22,2	25,6	41,4	53,2
	45-55	6,4	10,2	13,4	16,2	18,8	29,6	37,6
	100-120	8,0	11,0	14,0	16,4	18,0	26,8	33,6
3	5-30	8,6	10,8	13,6	15,2	17,4	25,2	31,4
	100-120	8,0	11,0	14,6	17,8	20,4	31,2	42,8
4	45-70	3,4	4,0	5,4	6,0	7,0	9,2	12,8
	100-120	9,0	11,6	14,6	17,0	19,6	29,2	36,8
5	10-35	7,4	10,2	12,8	14,8	16,8	25,2	32,6
	100-120	23,4	41,2	56,4	69,0	81,0	>100	
6	5-20	6,2	9,2	11,8	13,2	16,6	27,4	37,0
	60-80	7,6	11,2	14,8	18,4	21,2	34,6	46,4
	500-550	7,2	12,2	16,2	21,2	26,2	48,2	66,4
8	5-30	5,6	9,2	11,4	14,2	16,4	27,8	37,6
	80-100	10,2	16,2	21,4	26,2	30,8	51,6	71,2
9	10-30	6,2	6,2	7,0	7,8	7,8	9,2	10,6
	70-90	12,2	19,2	26,2	32,8	38,8	64,6	86,0
10	5-25	6,8	8,8	10,8	12,2	13,4	18,6	22,4
	60-80	5,4	8,0	10,8	12,0	14,2	22,0	27,8
11	5-30	5,6	6,8	8,2	9,0	10,2	16,6	24,2
	90-120	5,0	8,4	12,0	14,0	16,8	26,8	34,8

Iz ovih podataka proizlazi:

1.) da je katalitička sposobnost tala Dinjiškog Polja u prosjeku oniska, poprilično onako, kao kod naših slabo podzoliranih tala;

2.) kod tala diluvijalno-deluvijalnih ta je sposobnost najniža u površinskom sloju, a znatno veća u nižim horizontima, naročito u dubljini od oko 70 cm;

3.) kod izrazito maritimnih tala najveću katalitičku sposobnost pokazuju površinski horizonti, dok prelazna tla od maritimnih prema suvljim imaju podjednaku katalitičku sposobnost u svim horizontima ili tek nešto manju u površinskom sloju.

Fiziološko-kemijska analiza tala Dinjiškog Polja obavljena po metodi Neubauer-Schneiderovoj pokazala je, da su sva tla dovoljno opskrbljena fiziološki aktivnim kalijem, a bez izuzetka siromašna fiziološki aktivnim fosforom. (tabela br. 16).

Fiziološko-kemijska analiza

Tabela 16

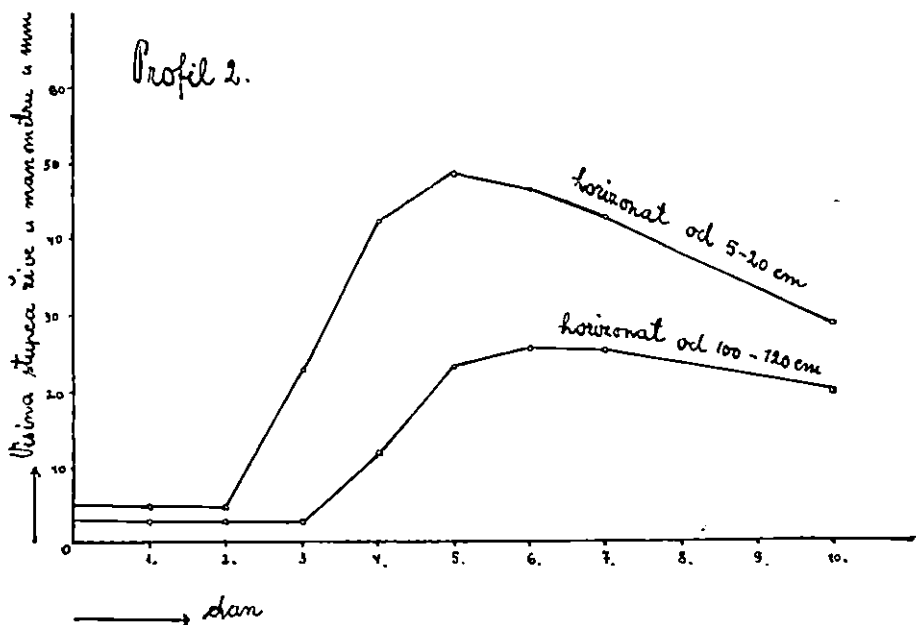
Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	Vrijednosti hraniva, rezorbiranih iz 100 gr. tla, po odbitku vrijednosti slijepog pokusa u mg.	
		P ₂ O ₅	K ₂ O
5	10 – 35	0,319	24,478
	100 – 120	1,059	12,446
9	10 – 30	2,233	28,426
	70 90	1,721	24,570
10	5 – 25	3,125	15,166
	60 – 80	0,000	20,606
11	5 – 30	1,085	20,062

Poredimo li u tabeli 16 sakupljene vrijednosti sa vrijednostima, koje odgovaraju sadržini fosfora i kalija u solno-kiselom ekstraktu, tla, onda vidimo, da između jednih i drugih nema pravilnog odnošaja. Tako primjerice sva tla sadrže podjednako fosfora u solnokiselom izvatku tla, ali je fiziološka aktivnost toga fosfora u pojedinim profilima i horizontima dosta raznolika.

Slične razlike postoje i u pogledu kalija.

Mikrobiološka aktivnost tala Dinjiškog Polja.

Mikrobiološka aktivnost tla određena je mjerenjem količine ugljičnog dioksida, koju 5 gr tla razvije, kad mu se doda sterilan hranivi supstrat, sastavljen iz podesnog respiracionog materijala (sladora) i mineralnih tvari. Rezultat ovih mjerenja na tri profila (2., 9. i 11.) prikazani su dijagramima 1, 2 i 3.



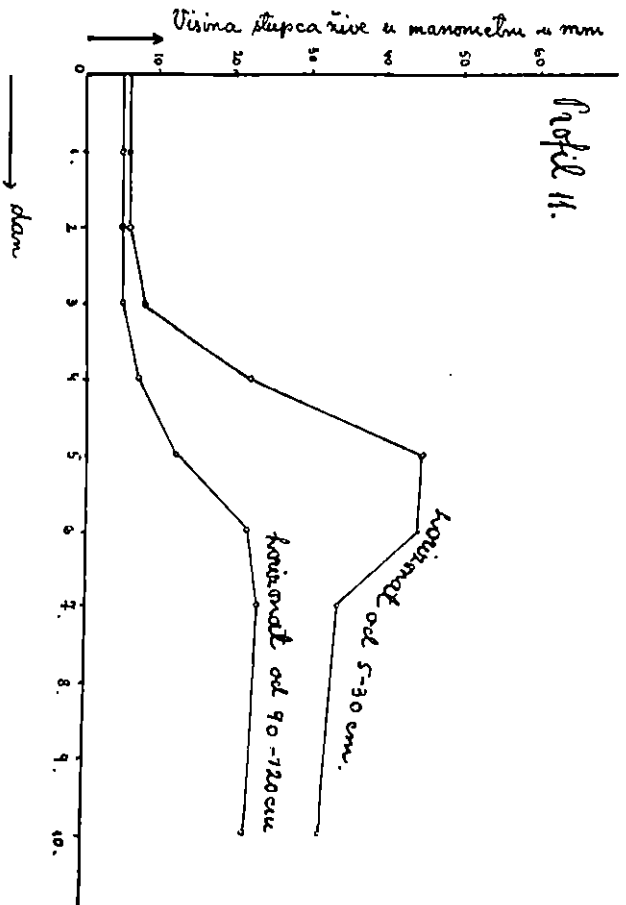
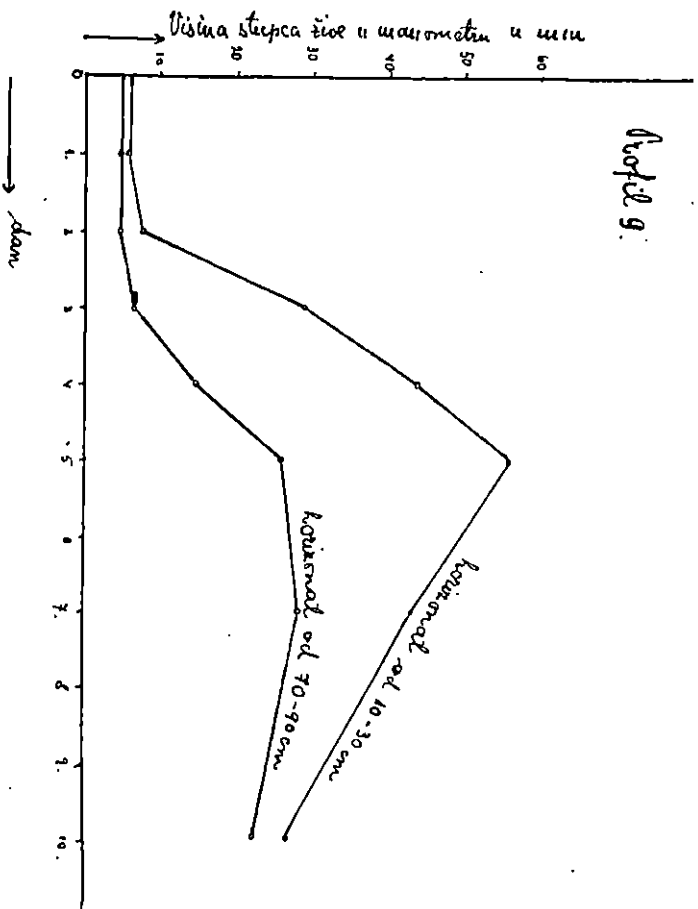
Na osnovu dobivenih vrijednosti prikazanih u dijagramima dade se zaključiti:

1.) da su tla Dinjiškog Polja mikrobiološki aktivna u čitavom istraživanom profilu;

2.) da površinski horizont pokazuje uvijek znatno veću aktivnost od horizonata nižih;

3.) da je maksimum proizvodnje ugljičnog dioksida tala nižih horizonata u pravilu zakašnjavao za maksimum CO_2 proizvedenog od strane tala površinskih horizonata.

Specijalna mikrobiološka istraživanja nisu vršena.



VELO BLATO.

Na južnom dijelu zapadne polovice otoka, sjeverozapadno od Vlačićkog Polja, ispunjena je dosta velika depresija, između oniskih kamenitih obronaka, deluvijalnim naplavinama i vodom Velog Blata. To se blato pruža u duljinu od oko 2 km i širinu od oko 1,5 km, sužujući se smjerom prema SZ.

Svoj opstanak i veličinu zahvaljuje Velo Blato donjoj i oborinskoj vodi. Unaokrug Blata uski je pojas kamenitog terena pokriven tankim slojem nepoplavljenog barskog tla. Veličina nepoplavljene površine blatnog aluvija ovisna je o odnošaju intenziteta priliva vode u blato i isparivanja. Zimi i s proljeća sav skoro teren leži pod vodom; ljeti se opet veća ili manja površina blata toliko osuši, da postaje pristupna, te može da posluži i za kulturu.

Sa kamenjara, što se spuštaju do u Velo Blato, sapiru jače kiše, a naročito jače bujice sitno tlo i sanose u bazen blata. Ovo tlo služi kao dobar supstrat i stanište biljnoj submerznoj zajednici iz sveze *Potamioneurosibiricum*. (Horvatić 11), koja mjestimice veoma na gusto obrašćuje najmočvarniji dio Velog Blata. Obamrle biljke padaju u vodu na mineralnu podlogu, a kako su uvjeti za mineralizaciju organske tvari pod vodom dosta nepovoljni, dolazi do kumuliranja organske tvari i do razvitka prilično debelog sloja organskog tla.

Slično učestvuje na tvorbi tla zadruga *Scirpeto-Phragmitetum* (Horvatić 12), koja sukcedira na predjašnju zadrugu smjerom k rubovima blata. No kako se površine, koje obrašćuje ova zadruga, uslijed sniženja nivoa vode ljeti djelomično osuše, barem u svome najgornjem horizontu, to je proces humifikacije kod tala pod ovom zadrugom nešto izrazitiji. Pod terofitskom zadrugom *Juncetum ranarii* (Horvatić 12) podliježe organska tvar tla najjače humifikaciji i mineralizaciji; zato organski horizonat postaje smjerom k rubovima Blata sve tanji.

Površina Velog Blata, koja bi se mogla iskoristiti u poljoprivredne svrhe, toliko je malena, da bi se uz postojeće komunikacijske prilike i cijene poljoprivrednih proizvoda, jedva isplatila kakova veća investicija u cilju podizanja proizvodne snage ovih tala. Tla Velog Blata od većeg su interesa s gledišta sistematsko pedološkog.

U daljem opisaću najprije morfologiju i fizionomiju od nekoliko tipičnih profila onog dijela Blata, koji se ljeti toliko osuši, da postaje pristupačan, a nakon toga prikazaću njihovu teksturu, strukturu, te fizikalno-kemijska i biološka svojstva.

Stratigrafija profila.

Tla Velog Blata pokazuju dosta jednoličnu morfologiju i fiziognomiju. Na čitavom terenu nalazimo crnicu; smjerom k centralnom dijelu Blata pokazuje ova crnica sve izrazitije: sačuvane makromehaničke elemente, dok je smjerom k rubovima sve bogatija finim organskim disperzijama. Na samim rubovima Blata crnica naglo prelazi u tlo kamenjare.

Profil 25. Oko 100 m zapadno od najsjevernije točke Velog Blata, na ternu obraslom poglavito sa *Phragmites communis*, kopana je jama do dubljine 80 cm. Vlažna crnica tamne boje, u suvom stanju dosta kompaktna, bogata organskim tvari, ide do dubljine od 60 cm, našto se pojavljuju oveći agregati kamena, između kojih leže male količine žučkastog mineralnog tla, siromašnog organskom materijom. Voda prodire već u dubljini od 35 cm.

Reakcija na CaCO_3 u čitavom je profilu pozitivna.

Profil 26. Oko 100 m istočno od najsjevernije točke Blata tlo pokazuje istu fiziognomiju.

Profil 27. Na istočnom rubu Velog Blata nedaleko »staja« tamno-sivo mrvičasto tlo, narijetko obraslo vegetacijom, prelazi od 30 cm u horizonat nešto zbijenije sivkasto-tamne crnice, koja u dubljini od 45 cm leži na slabo istrošenom vapnencu. Nivo donje vode nalazi se u dubljini od 50 cm.

Profil 28. Na najjužnijem rubu Velog Blata tlo ima istu fiziognomiju kao profil 27., jedino je boja tla već od površine nešto zatvorenija. Nivo donje vode leži i ovdje u dubljini od 50 cm.

Profil 29. Oko 80 m istočno od profila 27, na neznatno uzdignutom terenu kamenjare, koji ne stoji pod utjecajem vode Velog Blata, nema kompaktnog sloja tla; između ulomaka vapnenca, ispod busenova vegetacije, nalazimo smedje tlo.

Tekstura i struktura tla.

Kao što se već iz prednjeg popisa vidi, tla su Velog Blata, u koliko bi došla u obzir za kulturu, vrlo plitka. S obzirom na mehanički sastav pripadaju vrsti ilovača (po klasif. shemi prof. Kopeckog), bogatih organskom materijom i glinastim česticama. Tabela 17. prikazuje mehanički sastav ovih tala.

Mehanički sastav tala

Tabela 17

Broj profila	Horizont od cm	Sadržina čestica u %					Teksturna oznaka
		< 0,01 mm	0,01-0,05 mm	0,05-0,1 mm	0,1-2,0 mm	< 0,002 mm	
25	5-30	43,66	34,36	11,44	10,54	9,96	jako humozna ilovača
26	5-30	40,88	32,36	15,00	11,76	11,54	" " "
27	5-25	48,70	27,70	12,64	10,96	1,02	" " glinasta ilovača
	40-55	38,34	50,96	4,60	6,10	27,72	humozna ilovača
28	35-50	42,58	30,52	14,00	12,90	15,65	" "
29	5-30	34,70	23,18	16,08	26,04	12,48	jako humozna pjesk. ilovača

Koherencija između čestica tla, poglavito nižih horizontata, u suvom je stanju neobično velika; osušeni agregati ne dadu se u ruci ni drobiti ni kidati, vrlo teško u vodi bubre i vrlo se teško i polagano dispergiraju.

Stabilnost strukture prema tome je veoma velika.

Na fizikalna svojstva ovih tala od naročitog je utjecaja koloidno stanje organske tvari. Humusne koloide, koji kao što je poznato imaju negativan električni naboj, peptiziraju OH-ijoni tekuće faze tla vrlo energično. Uslijed peptizacije znatno se povećava dodirna površina čestica, a time i koherencija čestica u suvom stanju.

Humusni koloidi najjače vežu mineralne čestice i najbolje čuvaju stabilnost strukture. No u ovom slučaju humusni koloidi toliko povećavaju koherenciju čestica u suvom stanju, da tla postaju nepodesna za mehaničku obradu.

Upravo takova fizikalna svojstva čine tla Velog Blata malo podesnim za kulturu, ma da su inače dosta bogata hranivima, kao što ćemo vidjeti kasnije. S gledišta teoretsko-pedološkog ova tla pružaju interesantan materijal za studij organskog koloidnog kompleksa.

Kemijski sastav i svojstva.

U tabeli 18. prikazani su kemijski sastav i svojstva horizonta 5-30 profila 25, i horizonta 35-50 profila 28.

Crnice Velog Blata vrlo su bogate — kao što se iz tabele vidi — svim biogenim elementima izuzev fosforom, kojega od

Tabela 18

Rastvoreno u 10 ⁰ ‰ HCl	Profil 25 (5–30)	Profil 28 (35–50)
	sadržji u ‰	
SiO ₂	0,85	0,77
Al ₂ O ₃ + Fe ₂ O ₃ + P ₂ O ₅	5,91	5,65
Al ₂ O ₃	3,29	3,16
Fe ₂ O ₃	2,51	2,38
CaO	20,92	20,97
MgO	0,78	0,95
K ₂ O	0,57	0,46
Na ₂ O	1,04	0,99
P ₂ O ₅	0,11	0,11
SO ₃	0,47	0,38
N — ukupni u ‰	0,86	0,73
Humus u ‰	11,01	8,98
pH — u H ₂ O	7,45	7,40
pH — u n- KCl	7,25	7,15

svih određivanih elemenata sadrže najmanje. Naročito udara u oči velika sadržina kalcija i alkalija, specijalno natrija. Iako je voda Velog Blata »slatka«, ipak tla sadrže srazmjerno dosta veliku količinu alkalija, što se bez sumnje ima pripisati općoj pojavi zaslanjivanja tala otoka Paga pod utjecajem slanih vjetrova (posolice).

H u m u s, kojega ova močvarna tla sadrže u velikoj količini, (preko 11%), u čitavom je profilu bazama zasićen, što svjedoči jednako alkalična reakcija ovih tala, kao i veliko prisustvo kalcijskog karbonata.

Srazmjerno velikom bogatstvu tla na humusu odgovara i visoka sadržina dušika. Možemo reći, da tla Velog Blata sadrže prosječno oko 5–7 puta više humusa od površinskih horizonata suvih tala Dinjiškog Polja i poprilično toliko više dušika.

Reakcija je ekstrakta tla u vodi alkalična, a ekstrakta tla u norm. KCl slabo alkalična.

Da dobijemo predodžbu o sadržini u vodi rastvorivih soli i o alkalitetu, obavili smo analizu ekstrakta ovih tala u vodi. Rezultati istraživanja profila 28. prikazani su u tabeli 19.

Analiza ekstrakta tla profila 28 u vodi

Tabela 19

Horizont nat od cm	Suha tvar	Mine- ralne tvari	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	Cl	·SO ₃	Humus	Ukupni alkalitet (HCO ₃)
5-35	1,039	0,7228	0,0147	0,3550	0,0064	0,1361	0,0305	0,1351	0,2175
35-50	0,4793	—	0,0500	0,1855	0,0038	0,0326	0,0459	0,0729	0,1449

Iz ovih se podataka vidi:

1. da je vodeni ekstrakt tala profila 28. Velog Blata dosta bogat na sušini i mineralnim tvarima; znatno je bogatiji od profila 9, a siromašniji od profila 2. Dinjiškog Polja;

2. da se sadržina elektrolita u vodenom ekstraktu tala profila 28. s povećanjem dubljine osjetljivo smanjuje; najviše ima NaCl, a znatno manje sulfata, alkalija i zemnoalkalnih kovina, dalje CaCl₂, Na₂CO₃ i Ca (HCO₃)₂;

3. ukupni alkalitet vodenog ekstrakta znatno je veći nego kod tala Dinjiškog Polja; s porastom dubljine alkalitet se smanjuje;

4. komparirano li vrijednosti u vodi rastvorivih alkalija sa vrijednostima alkalija rastvorivih u 10% HCl, dolazimo do zaključka, da je velik dio alkalija nerastvoriv u vodi, te da je vezan na površini absorb. kompleksa tla;

5. površinski je horizont osjetljivo bogatiji u vodi rastvorivim humusnim tvarima od horizonta drugog;

6. alkalije su od česti vezane i na organski dio absorb. kompleksa.

Katalitička sposobnost tala Velog Blata nije veća od tala Dinjiškog Polja, što je značajno ako se uzme u obzir, da su znatno bogatija organskom materijom. I kod ovih se tala jednako kao i kod vlažnih tala Dinjiškog Polja, katalitička sposobnost sa porastom dubljine smanjuje.

Podaci u tabeli 20 prikazuju količine odcjepljenog O₂ što su ga oslobodila 2 gr tla iz 15 cm 3% H₂O₂, u različitim intervalima vremena.

Tabela 20

Profil broj	Tlo iz dubljine od cm	Razvijeno O ₂ u cm nakon minuta						
		1	2	3	4	5	10	15
25	5-30	8,6	11,8	13,6	16,0	17,5	25,0	31,0
26	5-30	12,2	17,2	21,2	23,4	26,4	36,8	44,8
27	5-25	8,0	11,8	15,0	17,2	18,8	26,4	31,2
	40-55	7,0	9,6	10,4	11,8	13,8	19,2	25,2
28	5-25	14,6	21,2	26,4	30,2	34,4	50,6	63,4
	35-56	7,4	11,0	13,2	15,2	17,4	25,6	32,2
29	5-30	21,2	34,0	44,0	52,6	60,2	85,0	100

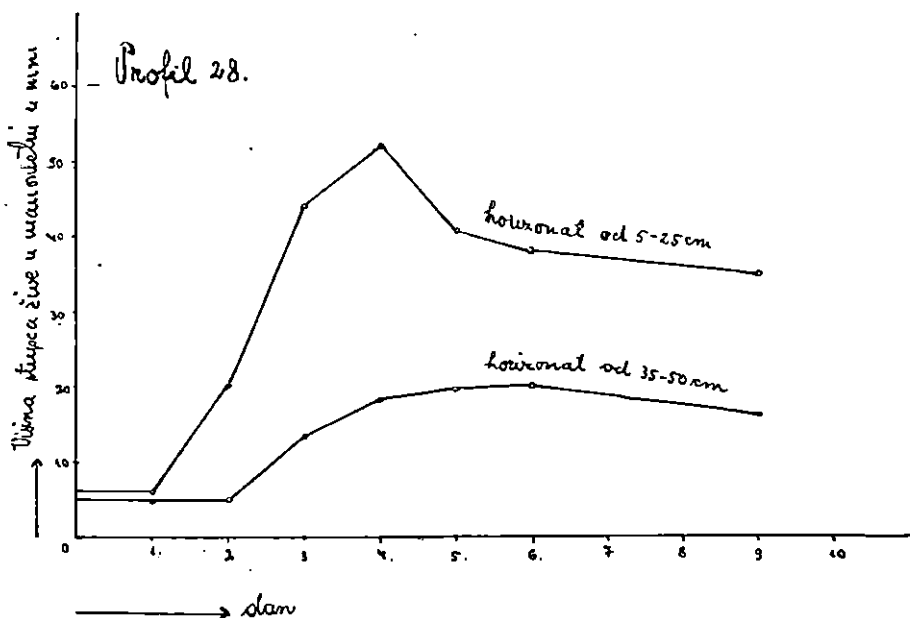
Svojstvo tla da cijepa H₂O₂ pokazalo se i kod ovih istraživanja kao dobro diagnostičko sredstvo za diferenciranje tala. Vidimo primjerice, da tlo br. 29, koje već prelazi u tla kamenjara, pokazuje znatno veću katalitičku sposobnost od crnica, ma da se nalazi u neposrednoj blizini Blata.

Mikrobiološka aktivnost manifestira se skoro jednakim intenzitetom kao i kod tala Dinjiškog Polja, s tom razlikom, što se za laboratorijskih istraživanja aktivnost ispoljava već nakon dva dana u dosta velikoj mjeri; horizonti, koji stoje pod stalnim utjecajem vode pokazuju znatno slabiju aktivnost. Dijagram br. 4 prikazuje mikrobiološku aktivnost od dva horizonta profila br. 28.

Hranidbeno - fiziološka svojstva (istraživana po metodi Neubauerovoj) vrlo su povoljna u pogledu kalija, a znatno manje u pogledu fosforne kiseline. U 100 gr. tla nadjeno je 45,69 mg K₂O biljkama lako pristupnog i 7,77 mg P₂O₅.

Svojevremeno je vlasnik Velikog Blata vadio crnicu s nakanom, da je s obzirom na bogatstvo hranivima prodaje kao gnojivo. Međutim analiza crnice jasno pokazuje, da je procentna sadržina hraniva u njoj premalena, a da bi mogla postati tržno kurentnim gnojivom i na samome otoku Pagu.

Ta bi crnica bila doduše odličnim gnojivom za žive pijeske, ijer bi vrlo uspješno vezala pokretljive čestice pijeska svojim humusnim koloidima. No preveliki troškovi transporta, kao i činjenica, da te crnice ima u Velom Blatu srazmjerno malo, glavni su prigovori protiv pokušaja učiniti je tržnim gnojivom.



MALO BLATO.

Velo Blato dijeli na sjeverozapadu omanja uzvisina kame-njare od depresije, što se u istome smjeru spušta sve do mora pod imenom Malo Blato. Depresija Malog Blata podjednaka je onoj Velikog Blata, ali su poplavljena površina, kao i dubljina bazena znatno manje; otuda i ime Malo Blato.

Ispunjeno je plitkim slojem mineralno-organskog tla, a od centralnog svog dijela sve do mora i vodom, koja pokriva sad veće sad manje površine. Malo Blato ima karakter brakične vode, jer svoj postanak zahvaljuje osim gornjoj i donjoj još i morskoj vodi. Teren Malog Blata dosiže jedva 1 m nadmorske visine; sa sjeverozapadne strane ulazi u more, a s morem ga veže i jedan umjetni kanal, koji se pruža do preko sredine Blata. Kontinuirani sloj vode prekriva velik dio površine Blata samo zimi i s proljeća; ljeti je ograničen obično na centralni dio Blata ili ga pak potpuno nestaje u vegetacijskom pokrovu. Za Malo Blato od naročitog je značenja asocijacija vrsta *Juncus maritimus* — *Scorzonera Candollei*, koja vrlo jednoliko obrašćuje manje močvarni dio blata; ona prema tome i najizrazitije utječe na razvoj organskog dijela ovih tala. Na najvlažnijim mjestima obrašćuju ovo Blato fragmenti za-druge *Scirpetum maritimo-litoralis* (Horvatić 12).

Slično kao i u Velom Blatu razvija se na čitavom području Malog Blata sloj močvarne crnice, čija debljina raste smjerom prema sredini Blata. U prosjeku ovaj je sloj kod Malog Blata znatno tanji. Smjerom k rubovima Blata sve jače proviruje kamenita baza ispod vegetacijskog pokriva.

Stratigrafija profila.

Profil 12. Oko 150 m istočno od morske obale i 80 m sjeverno od kanala, na slabo kamenitom terenu ispod gustog pokriva biljaka *Juncus maritimus* i *Scorzonera Candollei*, otvoreni profil pokazivao je ovakovu fiziognomiju: Površinski horizont tamno-smedje, jako humozne, slabo pjeskovite ilovače, maksimalno nasićen vlagom, leži na ovčim agregatima vapnenca, što se pojavljuju već u dubljini od 30 cm. Nivo vode leži u dubini od 25 cm.

Profil 13. Oko 350 m jugoistočno od profila 12, profil 13 pokazuje istu fiziognomiju. Kameniti supstrat počinje od 35 cm; voda prodire već kod 20 cm.

Profil 14, 15, 16, 17, 18, 19 i 20, koji su otvoreni na različitim mjestima polja ne pokazuju skoro nikakove razlike u morfološkim svojstvima.

Najdublji je profil 18, kod kojega sloj sitnog humoznog tla siže do dubljine od 60 cm. Inače se kod ostalih profila pojavljuje vapnenčeva baza u dubljini od 25—45 cm. Vrijedi pravilo, da su tla prema sredini Blata nešto dublja, dok su prema rubovima plitka i prelaze dosta naglo u tla kamenjara. Nivo vode nalazio se za vrijeme naših istraživanja u septembru 1930 god. oko 20—30 cm ispod površine tla, a u samom centralnom dijelu Blata oko 10 cm iznad površine tla.

Karakteristično je za Malo Blato, da još nema diferenciranog, vidljivo razvijenog pravog mineralnog sloja. Boja zrakovog tla obično je tamnosmeda, vlažnog smeđe-crna. Jedino donji horizonat profila 18 pokazuje i u suvom stanju nešto tamniju niansu nego ostala tla.

Tekstura i struktura tala.

Tla Malog Blata možemo ubrojiti među jako humozne, slabo pjeskovite ilovače, dosta bogate česticama manjim od 0,002 mm (tabela broj 21).

Tabela 21

Broj profila	Horizont od cm	Sadržina čestica u %					Teksturna oznaka
		<0,01	0,01 - 0,05	0,05 - 0,1	0,1-2,0	<0,002	
12	5-20	21,72	42,14	21,44	14,70	7,37	slabo pjeskovita ilovača
13	5-30	39,12	22,26	13,40	25,22	18,58	pjeskovita ilovača
15	5-30	38,44	26,58	13,92	21,06	19,64	„
16	5-25	33,66	28,42	15,70	22,22	1,43	„
17	5-30	35,80	26,60	14,80	22,80	15,20	„
18	5-30	42,80	21,94	17,10	18,16	19,49	slabo pjeskovita ilovača
	46-60	35,74	22,62	15,14	26,50	15,76	pjeskovita ilovača
19	5-25	32,94	30,26	15,86	20,94	8,60	„

Odlikuju se dosta velikom koherencijom u suvom stanju; suvi agregati zadržavaju u vodi vrlo dugo svoj prvobitni oblik, ne raspadaju se i imaju stabilnu strukturu.

Usljed velikog bogatstva ovih tala na organskoj tvari, odlikuju se visokim kapacitetom za vodu i vazduh.

Kemijski sastav i svojstva.

Tla Malog Blata imaju kemijska svojstva slična svojstvima tala Velog Blata; to naročito vrijedi za tla istočne polovice, što se nalaze više pod utjecajem gornje i donje, nego morske vode.

U tabeli br. 22 prikazao sam kemijski sastav jednog tla, na čiji razvoj ima dosta velik utjecaj morska voda (profil 13.) i jednog tla centralnog dijela Blata (prof. 18.), na koje nešto manje utječe more, a znatno više gornja i donja voda.

Profil 13 sadrži podjednaku količinu humusa kao i profil 25 Velog Blata, ali se razlikuje od ovoga: dvostruko većom sadržinom seskvioksida ($\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3$), skoro četiri puta manjom sadržinom kalcija, i dvostruko većom sadržinom alkalija. Natrija ima skoro dva i po puta više, a kalija oko jedan i po puta više nego u tla profila 25. Fosfora ima u oba tla podjednako malo, magnezija nešto više, a silicija i sumpora nešto manje nego u tla Velog Blata.

Reakcija tla profila 13. vrlo je slabo bazična, dok je reakcija tala Velog Blata dosta bazična.

Tabela 22

Rastvoreno u 10% HCl	Profil 13 (5-30)	Profil 18 (5-30)
	sadrži u % od suvog tla	
SiO_2	0,71	0,49
$\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{P}_2\text{O}_5$	11,27	7,65
Al_2O_3	6,65	4,24
Fe_2O_3	4,50	3,22
CaO	5,48	13,37
MgO	0,68	0,09
K_2O	0,76	0,46
Na_2O	2,45	1,06
P_2O_5	0,12	0,19
SO_3	0,33	0,81
SiO_2 } u 5% KOH	8,73	4,35
Al_2O_3 }	0,37	0,18
N — ukupni u %	0,69	1,57
Humus u %	10,36	24,51
pH u H_2O	7,10	6,10 (Horizontat 45-60 cm pH 7,50)
pH u n — KCl	6,80	5,80

Profil 18. (najdublji profil na Malom Blatu), odlikuje se više nego dvostruko većom sadržinom humusa (24,51%), a dosljedno tome i znatno većim bogatstvom na dušiku nego profil 13.

Kalcija ima oko dva i pô puta više, a magnezija deveti i pô puta manje nego u profilu 13. Sadržina je saskvioksida znatno manja, jednako kao i SiO_2 , te alkalijska, dok fosfora a naročito sumpora imade znatno više. Bogatstvo na fosforu i sumporu stoji očito u izravnoj vezi s visokom sadržinom organske tvari, u kojoj su oni vezani, kao biogeni elementi.

Zanimivo je, da je reakcija površinskog horizonta profila 18. slabo kisela, ma da je tlo dosta bogato vapnom; dublji horizonat (45—60 cm) imade opet izrazito bazičnu reakciju. Ta se pojava daje protumačiti činjenicom, da je Ca u površinskom sloju dobrim dijelom vezan u onoj masi, što izgradjuje kućice puževa, kojih ovdje ima u obilju — a čije rastvaranje teče i previše polagano, a da bi se mogle brzo neutralizovati sve fulvokiseline, što se iz organskog kompleksa ovoga tla tvore.

Inače crnice Malog Blata imaju ponajvećma bazičnu reakciju. (pH — 7,10 — 7,70) (Vidi tabelu br. 23.)

Tabela 23

Broj profila	Dubljina tla od cm	pH u		Reakcija na CaCO_3	Sadržina humusa u %
		H_2O	KCl		
12	5—20	7,60	7,25	++	8,26
15	5—30	7,60	7,30	++	5,22
16	5—25	7,70	—	+++	—
17	5—30	7,65	7,30	++	11,38
19	5—25	7,55	7,25	++	14,10

Analiza ekstrakta tla u vodi. (Profil 13)

Tabela 24

Horizonat od cm	Sušina u %	Miner. tvari u %	CaO %	Na_2O %	K_2O %	Cl u %	SO_3 %	Humus %	Ukupni alkalit. HCO_3
5—30	0,9466	0,6166	0,0520	0,2443	0,0226	0,1710	0,0706	0,2962	0,1305

Ekstrakt tla u vodi (horizonta od 5—30 cm, profila 13.) odlikuje se dosta visokom postotnom sadržinom suve tvari. Razlikuje se od vodenog ekstrakta diluvijalno-maritimnih tala Dinjiškog Polja, znatno većom sadržinom organskih, a manjom mineralnih tvari. Od svih istraživanih tala otoka Paga profil 13. sadrži najveću količinu u vodi rastvorivih organskih tvari. Ukupni alkalitet ovih tala osjetljivo je veći nego od tala Dinjiškog Polja.

S obzirom na dosta veliko bogatstvo na natrium i-kalcium-ijonima, možemo tla Malog Blata uvrstiti među barske-natrijsko-kalcijske solončake.

U pogledu katalitičke sposobnosti tla su Malog Blata vrlo slična tlima Velikog Blata; ta je aktivnost i ovdje srazmjerno dosta niska uza sve bogatstvo na organskoj tvari. Najnižu sposobnost cijepanja superoksid-vodika pokazuje donji horizontat profila 18. U tabeli br. 25 prikazane su količine O_2 , što ga je otcjepilo 2 gr tla iz 15 cm 3% H_2O_2 , tokom 15 minuta.

Tabela 25

Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	Razvijeno O_2 u ccm nakon minuta						
		1	2	3	4	5	10	15
12	5—20	6,2	8,4	9,8	10,8	11,6	15,8	19,0
13	5—30	12,2	16,6	19,4	22,2	25,0	34,6	42,4
15	5—30	13,6	20,0	25,6	30,4	34,4	52,0	65,8
16	5—25	9,0	14,6	19,6	24,6	28,8	46,0	59,4
17	5—30	7,0	10,2	12,6	14,4	16,6	25,2	33,2
18	5—30 45—60	12,0 5,8	19,0 7,2	23,8 8,0	28,8 9,4	33,6 9,4	53,0 10,0	69,0
19	5—25	8,6	12,4	13,6	16,2	19,4	33,2	43,4

Krivulja mirkobiološke aktivnosti ima skoro isti tok kao i kod tala Velog Blata, što se vidi iz vrijednosti sakupljenih u tabeli br. 26.

Tabela 26

Profil broj	Tlo iz dubljine od cm	Porast visine stupca žive u manometru u mm nakon dana						
		1	2	3	4	5	6	10
13	5—30	0	14,2	36,6	45,0	35,8	33,5	27,0
18	5—30	0	6,9	29,2	35,4	33,0	30,6	24,2
	45—60	0	0	10,3	16,0	17,8	18,8	13,9

Fiziološko-kemijskom analizom tala Malog Blata po Neubaueru dokazano je, da su siromašna na fiziološki aktivnom fosforu, a vrlo bogata na aktivnom kaliju. Tako su utvrđene vrijednosti za profil 13 (5—30): 0,829 mg P_2O_5 i 61,06 mg K_2O . Ova vrijednost za kalij podjedno je maksimalna vrijednost koju sam za istraživanja tala otoka Paga konstatovao.

KOLANSKO BLATO I KOLANSKO POLJE.

Od zapadnog podnožja najvišeg paškog brda sv. Vid smjerom k sjeverozapadu pruža se duga Kolanska dolina; provlači se najprije uskim klancem, koji se ispočetka slabo, a kasnije, ispod sela Kolane, naglo proširuje, spuštajući se kao Kolansko Polje, a onda preko Slatine kao Kolansko Blato, sve do mora.

Bokovi kolanske doline izgradjeni su iz rudistnih vapnena gornje krede, dok je dno doline ispunjeno ispod sela Kolane obronačnim kršjem i brekčijama, a dalje k sjevero-zapadu neogenim tvorevinama, kao što su pješčani žučkasti, sivkasti i smeđji glineni laporni škriljevi, sa tanjim slojem ilovastog tla; u sjevernoj polovici doline, zvanj Kolansko Blato, ispunjuju dno deluvijalni nanosi, koji su se pod utjecajem oborinske i morske vode, te vegetacije, razvili u tipična slatinska tla.

Brakična voda ispunjava sjeverni dio Kolanskog Blata. Kao i kod ostalih paških blata nivo vode oscilira tokom godine; obično je najniži ljeti.

Kolansko Blato obraslo je na svojoj periferiji sastojcima asocijacije *Scirpetum-maritimo-litoralis*, koja je razvijena u različitim faciesima. Na ovu nadovezuje na samoj obali jezera uski pojas vegetacije, koji pripada asocijaciji *Juncetum-maritimo-acuti* (Horvatić 12).

Ispod močvarne zadruge *Scirpetum-maritimolitoralis* razvija se dosta debeo sloj tamno-smedjeg organskog tla, u kojem su dobro usčuvani mehanički elementi obamrlih biljaka, što je znak, da rastvaranje organske tvari u ovim tlima teče vrlo polagano. Sa smanjenjem vlažnosti terena zamjenjuje ovu zadrugu zadruga *Junctum-maritimocuti*, a paralelno s time umanjuje se i debljina humoznog sloja i procentna sadržina organske tvari u površinskom sloju; na prelazu između Kolanskog Blata i Polja, tla gube tamnu boju, a poprimaju žućkastu, sličnu boji tala Dinjiškog Polja. Razumljivo je da ova prelazna tla sadrže manje organske tvari, jer su tokom ljeta primjereno vlažna, pa se mikrobiološki procesi humifikacije i mineralizacije organske tvari mogu odigravati srazmjerno dugo vremena, dosta velikim intenzitetom.

Stratigrafija profila.

Profil 21. Na terenu »Knežija« ispod pokrova *Juncus acutus*, *Juncus maritimus*, *Carex extensa* i dr. članica vegetacijskog pokrova otvoreni profil pokazuje ovu fiziognomiju: korijenje prorašćuje površinski sloj žućkasto-oraste glinenaste ilovače, koja se pod rukom drobi u agregate orašaste strukture. Ovaj horizont ide do dubljine od 55 cm, na što počinje horizont zbijenog glinenog tla, zatvorenije zelenkasto-žućkaste boje, koja seže do dubljine od 100 cm. U dubljini od 1 m prodire donja voda (23. IX. 1930.). Ovo je tlo bušeno američkim tanjurastim svrdlom do 150 cm, ali se nije našlo na kamenitu podlogu.

Profil 22. Na livadi zvanj »Blatnica«, nešto поближе najmočvarnijeg dijela Blata, otvoreni profil 22. pokazuje ovu fiziognomiju: dosta teška žućkasta glina, prorasla korijenjem, dosta zbijena, prelazi u dubljini od 70 cm u vrlo tešku glinu, boje zelenkasto-žute, u vlažnom stanju vrlo ljepljive, bogate kućicama puževa; već od 70 cm prodire voda.

Profil 23. Na livadi »Deli«, još bliže pravog močvarnog terena, tlo pokazuje skoro ista morfološka svojstva kao profil 22. Donja voda prodire već u dubljini od 25 cm.

Profil 24. »Pod Slatinama«, dosta vlažan teren, obrastao nagusto vrstama *Phragmites communis*, *Thypa angustifolia* i *T. latifolia*; tlo je od površine žuto smedje, glineno-ilovasto, dosta bogato organskom tvari; od 20 cm slijedi horizont žućkastog do žućkasto-sivkastog tla, koje već od 25 cm maksimalno navlažava donja voda.

Profil 31. Poblize centralnog dijela područja obraslog vrlo nagusto zadrugom *Scirpetum maritimo-litoralis*, nalazimo organogeno tlo, razvijeno mjestimice i do dubljine od 70 cm (obično nešto pliće), na glineno-ilovastom odnosno na glinenom, žućkasto do žućkasto-zelenkastom mineralnom sedimentu. Korijenje *Phragmites* a i ostalih članica zadruga vrlo nagusto prorašćuje humozni horizonat. Profil 31 karakterističan je za dio Kolanskog Blata, koji postaje samo ljeti i to na vrlo kratko vrijeme pristupan.

Mehanički sastav i fizikalna svojstva tla.

U području Kolanskog Blata prevladavaju poglavito teška glinena do glineno-ilovasta tla; prva tla nalazimo više u močvarnom dijelu, dok glinasto-ilovasta tla prevladavaju na rubovima blata, ali i ovdje ponajvećma u površinskom horizontu. Prema tome na Kolanskom Blatu nalazimo najteža tla otoka Paga. Tla Kolanskog Polja nešto su lakša. Kao što se vidi iz podataka sakupljenih u tabeli br. 27, odlikuju se tla Blata dosta visokom sadržinom čestica manjih od 0,002 mm, dakle čestica koloidnih i onih, koje se svojom veličinom približuju dimenzijama koloida.

Mehanički sastav tla

Tabela 27

Broj profila	Horizonat od cm	Sadržina čestica u % sitnog tla					Teksturna oznaka
		<0,01 mm	0,01—0,05 mm	0,05—0,1 mm	0,1—2,0 mm	<0,002 mm	
21	5—25	47,82	42,56	4,46	5,16	1,40	glinasta ilovača
	70—90	62,62	31,44	3,78	2,16	8,69	„ „
22	5—25	69,06	20,62	5,40	4,92	14,56	glineno tlo
	70—90	77,10	20,22	1,82	0,86	4,58	
23	5—25	60,24	31,08	4,90	3,78	6,44	glineno tlo
34	5—20	55,30	28,10	10,30	6,30	14,70	„ ilovasto
31	2—20	49,94	22,96	12,96	14,14	20,76	glin. ilovača

Sasma je razumljivo, da se veliko prisustvo glinenih čestica manifestira i u fizikalnim svojstvima ovih tala; na vazduhu

osušena odlikuju se bez razlike vrlo velikom koherencijom, dok se u vlažnom stanju osjetljivo razlikuju: humozna tla imaju dosta postojanu strukturu t. j. pod utjecajem vode strukturni se agregati ne raspadaju, već dugo čuvaju oblik i veličinu, naprotiv mineralna tla, na prelazu iz Blata u Polje, kao i izrazito mineralni horizonti močvarnih terena, imaju malo stabilnu strukturu.

Poroznost je ovih tala, naročito močvarnih dosta velika; abs. kapacitet za vodu je dosta visok; dok je abs. kapacitet za vazduh često nizak.

Tla sadrže premalo vazduha, odnosno slobodnog kisika ne samo zato što je kapacitet za vazduh nizak, već i zato što voda istiskuje skoro sav vazduh, zauzimajući njegovo mjesto u kapilarnim i nekapilarnim šupljikama.

U suvljem su dijelu Blata abs. kapacitet za vodu i vazduh, primjereni.

Fizikalna svojstva tala

Tabela 28

Profil broj	Tlo iz dubljine od cm	Spec. težina		Volumen pora u %	Apsolutni kapacitet za		Stabilnost većih agregata u dest. vodi
		fakt.	vo-lumna		vodu	vazduh	
21	10—17	2,54	1,38	45,66	34,46	11,20	raspadaju se u sitne agregate „ „ dosta brzo
	80—87	2,61	1,43	45,21	35,54	9,67	
24	8—15	2,52	0,89	64,28	55,96	8,32	ne raspadaju se ni nakon dulj. vremena

Kemijski sastav i svojstva tala.

Tla Kolanskog Blata i Polja pokazuju u pogledu kemijskog sastava i svojstava sličnost sa tlima ostalih paških polja i blata u toliko, što sadrže veliku količinu alkalija, spec. Na, i zemno-alkalnih kovina, spec. Ca, siromašna su na fosforu, te imaju alkaličnu reakciju.

U tabelama 29. i 30. prikazao sam sastav solno-kiselog izvataka, dalje procentnu sadržinu humusa i dušika, te reakciju tala nekih tipičnih profila Kolanskog Blata (Profili 21, 23 i 24). Profil 21. pretstavnik je manje vlažnog tipa tla, profil 24. reprezentira skupinu vlažnih tala, što čine prelaz k izrazito or-

ganogenom barskom tipu, dok profil 23. stoji izmedju profila 21. i 24.

Profil 21. obiluje saskvioksidima; sa dubljinom tla njihova procentna sadržina raste. Kalcija ima u površinskom sloju više nego u nižem horizontu, magnezija opet preko 3 puta manje. Alkalijama, fosforom i sumporom površinski je horizont znatno siromašniji.

Humusa ima u površinskom horizontu nešto više, nego u dubljini od 70—90 cm, jednako i dušika. Karakteristična je za ovo tlo dosta visoka sadržina humusa u nižim horizontima. Silicija rastvorivog u 10% HCl ima neznatno više, a SiO_2 rastvorivog u 5% KOH znatno manje u donjem horizontu.

Profil 21

Tabela 29

Rastvoreno u 10% HCl	Tlo iz dubljine	
	5—25 cm	70—90 cm
	sadrži u % suvog tla	
SiO_2	0,51	0,65
$\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{P}_2\text{O}_5$	7,82	9,60
Fe_2O_3	3,91	5,43
Al_2O_3	3,83	4,01
CaO	25,40	17,13
Mgo	0,44	1,41
K_2O	0,31	0,56
Na_2O	0,63	1,28
P_2O_5	0,08	0,16
SO_3	0,22	0,54
$\left. \begin{array}{l} \text{SiO}_2 \\ \text{Al}_2\text{O}_3 \end{array} \right\} \text{ u } 5\% \text{ KOH}$	5,60	8,02
	0,14	0,11
N ukupni u %	0,29	0,21
Humus u %	3,03	2,11
pH u H_2O	7,40	7,30
pH u n-KCl	7,15	7,10

Profil 23, ima skoro isti sastav kao donji, vlažni horizont profila 21. Sadrži naime podjednaku količinu seskvioksida, kalcija, natrija, kalija, humusa, dušika i silicija; osjetljive razlike postoje samo u sadržini fosfora i sumpora, kojih ima kod profila 23. dva puta manje.

Tabela 30

Rastvoreno u 10% HCl	Profil 23 (2–25 cm)	Profil 24 (5–20 cm)
	sadrži u % suvog tla	
SiO ₂	0,56	0,54
Al ₂ O ₃ + Fe ₂ O ₃ + P ₂ O ₅	11,05	11,54
Al ₂ O ₃	5,10	6,92
Fe ₂ O ₃	4,86	5,50
CaO	17,33	1,62
MgO	0,25	0,71
K ₂ O	0,44	0,51
Na ₂ O	1,29	1,31
P ₂ O ₅	0,09	0,12
SO ₃	0,24	0,16
SiO ₂ } u 5% KOH	8,04	7,18
Al ₂ O ₃ }	0,14	0,07
N ukupni u %	0,21	0,53
Humus u %	2,59	7,05
pH u H ₂ O	7,45	7,80
pH u n-KCl	7,20	7,40

Profil 24., kao prelazno tlo centralnom močvarnom tipu, odlikuje se preko 1½ puta većom sadržinom humusa i dušika (u površinskom horizontu) nego profil 23., oko jedanaest puta manjom sadržinom kalcija, dok je u pogledu alkalija i fosfora tek neznatno bogatiji. U sadržini SiO₂ ne postoji osjetljiva razlika između oba ova profila.

Za tla Kolanskog Blata, kao i za ostala tla otoka Paga karakteristična je visoka sadržina SiO_2 , a niska Al_2O_3 rastvorivih u 5% KOH. Fiksacija SiO_2 ima se pripisati stabilizacijom djelovanju Na-ijona, kojima su paška tla vrlo bogata.

Reakciju nekih tala Kolanskog Blata, te-reakciju na CaCO_3 i sadržinu humusa, prikazuje tabela 31.

Tabela 31

Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	pH u		Reakcija na CaCO_3	Sadržina humusa u %
		H_2O	n-KCl		
22	5—25	7,20	7,05	†	3,18
	70—90	7,30	7,10	††	2,20
31	2—20	5,20	4,90	—	35,11

Reakcija tala Kolanskog Blata ponajvećma je alkalična; samo mjestimice, naročito na vrlo vlažnim mjestima blata reakcija je tla kisela, jer se tvore velike količine huminskih kiselina, tipa fulvo-kiselina. Međutim, zemnoalkalni karbonati kojih u ovim tlima ima mnogo, dobrim dijelom neutraliziraju ove kiseline, tvoreći s njima lako rastvorive humate.

Profil 31, predstavnik centralnog močvarnog tipa, prvim je tresetnim tлом. Do dubljine od 35 sadrži 35,11% humusa.

Analiza ekstrakta u vodi tala profila 21, i 24, pruža uvid u sastav tekuće faze ovih tala. (Tabela 32).

Sastav ekstrakta tla u vodi:

Tabela 32

Profil broj	Horizont od cm	Suva tvar %	Mineralne tvari %	CaO %	Na_2O %	K_2O %	Cl %	SO_3 %	Humus %	Ukupni alkalitet (HCO_3^-)
21	5—25	0,2720	0,1619	0,0300	0,0981	0,0034	0,0148	0,0212	0,0369	0,0960
	70—90	0,3650	0,2750	0,0325	0,1108	0,0048	0,0229	0,0952	0,0242	0,0884
24	5—20	2,2062	1,8726	0,0525	0,9000	0,0274	1,0417	0,0938	0,1339	0,1415

Prije svega proizlazi, da je profil 24. već u površinskom sloju 10 puta bogatiji u vodi rastvorivim mineralnim tvarima nego profil 21, drugim riječima, da je koncentracija tekuće faze profila 24. skoro devet puta veća od koncentracije tekuće faze profila 21. Ta je činjenica s gledišta ekološkog od naročite važnosti, jer o koncentraciji tekuće faze ovisi ne samo intenzitet razvoja, već i samo pojavljivanje biljaka.

Na osnovu analiza solnokiselog izvataka od ova dva tla ne može se niti naslutiti, da postoje ovako velike razlike u sastavu njihova vodenog ekstrakta. Na sastavu mineralnog dijela vodenog ekstrakta tla participiraju najvećim procentom NaCl, manje $MgSO_4$, $CaSO_4$, K_2SO_4 , KCl i $CaCl_2$.

Poredimo li sastav vodenog ekstrakta tla profila 21. i suvljivih tala diluvijalno-deluvijalnih Dinjiških Polja (profil 9.) vidimo, da je profil 21. vrlo sličan ovim tlima. Postotna sadržina suve tvari, kao i tvari mineralnih skoro je podjednaka. Sadržina mineralnih tvari sa dubljinom raste, što je dokaz, da i ovdje oborinska voda ispire lako rastvorive soli iz viših horizonta u niže. Postoje ipak neke razlike: sadržina Cl, a naročito sumpora u površinskom horizontu profila 21, znatno je veća, a sadržina humusa osjetljivo manja, nego u profilu 9. Dinjiškog Polja.

Ukupni alkalitet veći je doduše u horizontu od 5 do 25 cm profila 21, ali je u horizontu od 70—90 cm jednak alkalitetu horizonta 70—90 cm profila 9.

Prema tome vidimo, da je profil 21. kao prelazni tip od suvih tala polja k izrazito vlažnim mineralnim tlima blata, veoma sličan suvim diluvijalno-deluvijalnim tlima Dinjiškog Polja. Kako nije osobito bogat na mineralnim tvarima rastvorivim u vodi, ubrajaćemo tla Kolanskog Polja medju alkalijsko-kalcijske solonce.

Profil 24. sličan je opet veoma vlažnim diluvijalno-maritimnim tlima Dinjiškog Polja, sadrži vrlo veliku količinu u vodi rastvorivih mineralnih i organskih tvari i tvori prelaz od mineralnih natrijsko-kalcijskih solončaka k izrazito barskim solončacima. Ukupni alkalitet ovog profila veći je nego kod tala Dinjiškog Polja.

Katalitička sposobnost nije malena kod tala manje vlažnih, dok je u vlažnim horizontima i izrazito barskim tipovima dosta slaba.

Najmanju sposobnost cijepanja H_2O_2 pokazuje tresetno tlo (profil 31). Upravo ova istraživanja jasno pokazuju, da katalitička sposobnost tla neraste porastom bogatstva na humusu. Površinski horizontat

Katalitička sposobnost tla

Tabela 33

Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	2 gr tla razvilo O ₂ iz 15 ccm 3% H ₂ O ₂ u ccm nakon minuta						
		1	2	3	4	5	10	15
21	5-25 70-90	12,4	18,4	23,6	27,8	32,0	50,2	62,6
22	5-25 70-90	17,6 7,4	31,0 10,4	40,8 13,2	50,2 15,4	57,2 16,8	84,8 24,0	— —
23	5-25	12,8	20,4	27,8	34,4	41,2	69,4	97
24	5-20	10,6	16,4	21,0	24,6	28,0	41,4	50,4
31	5-35	5,0	5,4	5,4	6,0	6,0	7,4	8,4

profila 31. sadrži 16 puta više humusa od površinskog horizonta profila 23, pa je ipak katalitička sposobnost ovog posljednjeg tla 10 puta veća.

Fiziološko-kemijska analiza utvrdila je, da su tla Kolanskog Blata ponajvećma vrlo bogata fiziološki aktivnim kalijem, a slabo opskrbljena biljkama pristupnim fosforom. (Tabela br. 34.)

Tabela 34

Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	Rezorbirano, iz 100 gr tla u mg	
		P ₂ O ₅	K ₂ O
21	5-25	1,914	31,146
	70-90	1,595	32,782
24	5-20	1,376	11,222

Mikrobiološka aktivnost profila 21., izražena količinom CO₂ što ga tlo izdiše nakon izvjesnih intervala vremena, prikazana je u tabeli broj 35.

Mikrobiološka aktivnost tla

Tabela 35

Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	Porast visine stupca žive u manometru nakon dana u mm						
		1	2	3	4	5	6	10
21	5-25	—	20,0	45,2	61,0	48,5	38,8	—
	70-90	—	14,0	36,0	52,4	33,0	20,6	1
24	5-20	—	0	8,6	15,0	22,5	27,1	26,3

TLA KAMENJARA.

Najveću površinu zauzimalju na Pagu kamenjare, pod kojima razumjevamo kamenite terene, obično ravni, a u manjoj mjeri strmine, kojih je najveći dio površine dosta jednolično pokriven vezanim ili nevezanim kamenom. Mjestimice prekriva kamen do 98% od ukupne površine kamenjare. Između slabo rastrošenog kršja viri tu i tamo ponešto sitnog tla.

Ove kamenjare dižu se o obe strane centralnog paškog korita: na istočnoj polovini otoka prostiru se ponajvećma kao ravnije, puste i gole terase, koje se strmo ruše u more. Planinskog Kanala; kamenjare zapadnog dijela otoka, isprekidane na nekoliko mjesta blatinama i poljima, spuštaju se ponajvećma polagano prema moru.

Paške kamenjare nose ime pašnjaka, jer najveći dio terena služi za pašu; samo je neznatna površina obrasla zimzelenim šikarama (makijom) i šumom.

Kserofilna vegetacija zadruga *Brometo-Chrysopogonetum asphodeletosum* i *Drypetum Jacquinianae* (Horvatić 12), koja dominira paškim kamenjarama, ima tako malu pokrovnost, da ni malo ne ublažuje bijednu sliku gole paške pustoši. Vegetacijski pokrov ne samo da je rijedak, već mnoge biljne vrste pokazuju tipične znakove nanizma, uvjetovanog oskudnim životnim uvjetima. Sav život na kamenjari o da je prilagodjivanje dominantnim prirodnim faktorima života: buri, posolici, i suši.

Kamenit supstrat, iz kojega se razvijaju tla paških kamenjara, izgrađen je ponajvećma iz rudišnog vapnenca gornje

krede, a samo se na rubovima rudistnog vapnenca, smjerom prema koritima, proteže obično uzak pojas alveolinskog vapnenca, na koji dalje smjerom ka koritu nadovezuje pojas namulitnog vapnenca. Na tri mjesta zauzima male površine kredni dolomit i to na sjev. dijelu istočne i južnom dijelu zapadne polovice Paga.

Iz kamenitog substrata kamenjara razvija se sitno tlo poglavito kemijskim i mehaničkim radom oborinske vode.

Medjutim najveći dio tla, što se fizikalnim radom bujične vode razvije, za kamenjaru je izgubljen, jer ga ista voda odnosi u depresije: polja i blata.

Trošenje kamena biološkim putem ovdje je vrlo slabo, radi oskudnog razvoja vegetacijskog pokrova. Ipak se ne da poreći, da sitno tlo zahvaljuje ovoj vegetaciji ne samo jedan dio sastavnih materija, već i svoj opstanak na kamenjari.

Kemijski učinak vode na tvorbu sitnog tla stoji poglavito u rastvaranju vapnenca. Prema jednom našem istraživanju rudistni vapnenac otoka Paga vrlo je čist, sadrži naime 99,68% karbonata, a to će reći da nakon rastvorbe 100 kg toga vapnenca zaostaje samo 0,32 kg nerastvorivog ostatka. Oborinska voda otoka Paga obično je siromašna na CO_2 ; pored CO_2 sadrži često i manju količinu alkalija. U čistoj oborinskoj vodi vapnenac se tek neznatno rastvara (0,003 gr u 100 gr vode). Ako uzmemo da na Pagu padne kao i na Rabu oko 1132 mm oborina, padne u godini na 1 ha oko 11,320,000 l, u kojima bi se teoretski uzeto moglo rastvoriti 339,60 kg vapnenca; zaostalo bi 1,19 kg nerastvorivog ostatka — sitnog tla. Ako uzmemo, da je volumna specifična težina tla kamenjara 1,52, onda znači, da je 1 ha tla do dubljine 10 cm težak 1,320.000 kg. Za tvorbu 10 cm sitnog tla trebalo bi prema tome 1 milijun godina.

Stvarno mi na kamenjarama nigdje ne nailazimo kontinuirani sloj tla debeo 10 cm, već je sitno tlo rastrušeno u pukotinama i mikrodepresijama kamenite baze, prekrivo i zaštićeno ulomcima i busenima vegetacije.

Fiziognomija i morfologija tala.

32. Košljun. Ispod borove šume, nalazimo nešto dublje kamenito tlo. Sitno tlo boje je žučkasto smeđe, sitno mrvičaste strukture. U dubljini od 25—30 cm počimlju vezane vapnenčeve stijene.

33. Novalja — Lun. Kamenjara s obje strane puta Novalja-Lun, iz koje samo mjestimice strše veći žbunovi Junii

perus oxycedrus i *Euphorbia Wufenii*, pokrivena je većim i manjim ulomcima vapnenca, između kojih samo sporadično viri smedje, sitno, mrvičasto tlo. Uzorak tla od 1 kg nije mogao biti uzet na jednom mjestu, nego je sakupljen sa površine od 20 m².

36. Povljana — Malo Blato. Kamenjara, što se od Povljane mirno spušta prema Malom Blatu i moru, razlikuje se od predašnje neznatno većom površinom ogoljenog sitnog tla; boje je smeđe sa neznatno crvenkastom nijansom. Oko 95% od ukupne površine pokriva vezani kamen. Na uzvisini od oko 60 m n. v. sa exp. sjeverne, uzet je uzorak tla za analizu. Reakcija je sitnog tla na CaCO₃ negativna.

Sa duge kamenite terase, što se stere od nasjevernije do najjužnije tačke istočne polovine Paga, uzeto je nekoliko uzoraka tla za analizu i to:

50. Kod Šarića. Na uzvisini, povrh najjužnije tačke Dinjiškog Polja, na podlozi od alveolinskog vapnenca (ispod oskudnog pokrova busena *Helichrysum italicum*, *Carlina corimbosa*, *Teucrium polium*, *Dactylis hispanica*, *Koeleria gracilis* i dr.) razvija se smeđe tlo, sitno mrvičaste strukture; oko 98% površine pokriva kamen. Sa površine od 1 m² jedva je moguće nakupiti ¼ kg sitnog tla.

51. Iznad Stare Vasi. U maloj reljefskoj depresiji kamenjare iznad Stare Vasi razvio se 20—35 cm debeo sloj sivkasto-smedjeg tla, na rudistnom vapnencu. Iz tla vrlo nagusto strše glavice vapnenca.

Ovdje, kao i svugdje u zatvorenim depresijama kamenjara, nalazimo nešto više sitnog tla.

52. Iznad Vrčića. Sjeveroistočno od Vrčića, na kamenjari iz rudistnog vapnenca, tlo pokazuje istu fiziognomiju i morfologiju kao i tlo iznad Šarića.

53. Pečane. Kamenjara od rudistnog vapnenca iznad Gorice; 99% terena pokriveno kamenom. Sitno tlo ne može se skoro nigdje zapaziti na površini, a u koliko ga uopće ima leži pod kamenom; praškasto je, boje je tamno-smeđe, a samo mjestimice, gdje tla ima nešto više, boje je žućkasto-smeđe. Reakcija je na CaCO₃ negativna.

54. Nad Goricom. Na prelazu između pojasa alveolinskog vapnenca prema numulitnom vapnencu razvio se dosta debeo sloj sivo-žućkastog glinenog tla, bogatog šljunkom i kamenom (60—70%).

Reakcija na CaCO_3 izrazito pozitivna.

55. P a g. Na uzvišini iznad mjesta Paga, na strmom terenu pošumljenom borom, između većih blokova kamena i kršja razvija se sitno tlo. Ispod 2—3 cm debelog sloja iglica bora pojavljuje se tamno-smeđe grudičasto tlo, izmješano sa ulomcima kamena; već u dubljini od 20 cm počinje matični kameniti supstrat, koji je samo mjestimice rastrošen i u pukotinama ispunjen žiljem bora. Sa terena ekspozicije Z i inkl. od 10° uzet je uzorak tla za analizu.

56. Ispod borove plantaže. Povrh Paga na obronačnom kršju i brekčijama, razvijen je nešto deblji sloj žućkastog tla, izmješanog s mnoštvom šljunka i kamena.

Boja tla paških kamenjara u velikom je prosjeku smeđa i samo rijetko poprima nijansu žućkastu, crvenkastu ili tamnu. Crvenice se na ovim terenima nigdje ne razvijaju.

Tekstura i struktura.

Kao što se iz podataka u tabeli 36 vidi, sitno tlo kamenjara tvore cio niz prelaza od slabo pjeskovitih do glinastih ilovača.

Sitno tlo kamenjara razvijeno iz rudistnog vapnenca odlikuje se obično dosta visokom sadržinom čestica manjih od 0,002 mm, dok je tlo obronačnog kršja i brekčija koloidnim česticama znatno siromašnije.

Tabela 36

Broj tla	Tlo iz dubljine od cm	Procentna sadržina čestica u sitnom tlu u % veličine u mm					Teksturna oznaka
		< 0,01	0,01—0,05	0,05—0,1	0,1—2,0	< 0,002	
33	8—30	48,04	29,36	10,20	12,40	10,87	glinasta ilovača
36	5—20	44,72	25,34	10,32	19,62	19,83	ilovača
50	2—18	52,22	21,62	8,50	17,66	18,36	glineno ilovasto
51	4—25	44,34	31,26	11,34	13,06	11,62	ilovača
52	2—18	42,68	20,04	7,30	29,98	14,10	pjeskovita ilovača
53	2—15	35,62	19,12	10,86	34,40	9,67	pjeskovito-glinasto-ilovasto
54	5—30	72,26	16,76	4,14	6,84	2,12	glina
55	3—25	37,34	27,44	10,02	25,20	26,32	slabo pjeskovita ilovača
56	5—20	29,48	14,36	8,96	47,20	4,73	pjeskovito-glinasto-ilovasto

Struktura tla sitno je mrvičasta i dosta stabilna.

Tla paških kamenjara u pravilu su vrlo plitka, nerazvijena, izrazito skeletna.

Kemijski sastav i svojstva.

Rezultati kemijske analize ovih tala, prikazani su u tabe-
lama 37. i 38.

Sva se tla odlikuju dosta velikom sadržinom seskvioksida, naročito tla br. 33., 53. i 55. Odnosaj $Al_2O_3 : Fe_2O_3$ ne pokazuje nikakovu pravilnost.

Ma da se tla razvijaju iz vapnenca, sadržina je kalcija dosta malena kod svih tala, što se razvijaju iz rudistnog i alveolinskog vapnenca, a na ravnijim terenima. Jedino tla obronačnog kršja i brekčija, te tla na numulitnom vapnencu, kao i šumsko tlo na Košljunu, pokazuju veliko bogatstvo na vapnu (profil 32., 54. i 56.). Magnezija sadrže tla dosta velike količine. Od naročitog je interesa činjenica, da i ova skeletna tla, koja svaka malo jača kiša temeljito ispere, obiluju alkalijima; u pravilu sadrže preko 1% alkalija rastvorivih u 10% HCl, a neka tla i preko 2%. Udaru još napose u oči, da je odnosaj $Na_2O : K_2O$ kod tla profila 33, 50, 51 i 53 manji od 1, a samo kod tri tla (52, 54 i 55) osjetljivo veći od 1.

U ova kao i u ostala paška tla, dospijevaju alkali je slanim vjetrovima. Kako rasprašena morska voda, koja zaslanjuje cio Pag sadrži više Na nego K, dalo bi se očekivati, da će i tla sadržati znatno više natrija nego kalija. Što to nije slučaj, treba pripisati jačoj sorpciji kalijum ijona u tlu s jedne strane, te jačem ispiranju Na s druge strane.

Fosfora i sumpora ima u tlima kamenjara više nego u suvljim tlima Dinjiškog Polja, što se bez sumnje ima pripisati činjenici, da je tlo kamenjara bogatije organskom tvari; fosfor i sumpor vezani su dobrim dijelom u organskom kompleksu tla.

Kao što se iz podataka tabela 37. i 38. vidi, varira sadržina humusa u ovim tlima između 4,58—7,70%, a samo lakše pokretljiva tla obronačnog kršja i brekčija sadrže ga nešto manje. Tla kamenjara bogata su i dušikom ali dušikom organski vezanim. Jednako humusom, kao i dušikom bogatija su od tala paških polja.

Tla kamenjara istočne polovine otoka Paga

Tabela 37

Rastvoreno u 10% HCl	Broj profila i oznaka horizonta						
	50 2-18 cm	51 4-25 cm	52 2-18 cm	53 2-15 cm	54 5-10 cm	55 3-25 cm	56 5-20 cm
SiO ₂	0,87	0,89	0,79	0,96	1,09	0,92	0,62
Fe ₂ O ₃ + Al ₂ O ₃ + P ₂ O ₅	9,60	8,00	11,96	14,09	6,74	14,74	7,68
Fe ₂ O ₃	4,35	3,77	5,69	5,98	3,21	7,74	3,78
Al ₂ O ₃	3,11	4,09	6,10	8,07	3,45	6,88	3,82
CaO	0,73	0,70	0,69	0,76	26,85	0,63	7,57
MgO	0,69	0,12	0,66	0,44	1,22	0,36	0,59
K ₂ O	0,57	0,50	0,74	0,60	0,37	0,71	0,30
Na ₂ O	0,52	0,39	1,03	0,31	1,44	1,30	0,48
P ₂ O ₅	0,14	0,14	0,17	0,04	0,08	0,12	0,08
SO ₃	0,18	0,19	0,28	0,29	0,18	0,21	0,18
SiO ₂ } Al ₂ O ₃ } u 5% KOH	5,42 0,65	5,39 0,49	— —	5,87 0,29	5,95 0,24	4,92 0,33	5,75 0,25
Humus u %	4,90	4,80	—	4,58	2,23	6,49	3,50
N u %	0,33	0,56	—	0,52	0,20	0,50	0,40
pH u H ₂ O	6,55	7,05	6,65	6,60	7,80	6,90	7,20
pH u n-KCl	6,30	6,60	6,20	6,20	7,05	6,75	7,00

Kao i ostala tala otoka Paga, odlikuju se i tla kamenjara srazmjerno dosta visokim procentom SiO₂, a malom sadržinom Al₂O₃ rastvorivog u 5% KOH.

U pogledu reakcije, tla se paških kamenjara znatno razlikuju od ostalih tala na otoku Pagu. Reakcija ekstrakta sitnog tla u vodi, razvijenog »in situ«, slabo je kisela do neutralna, dok je reakcija tala obronačnog kršja i brečkija nastalih mehaničkim usitnjavanjem, radom kretajuće se vode, slično kao i tla depresija, — slabo bazična.

Tabela 38

Rastvoreno u 10% HCl	Broj profila i oznaka horizonta	
	32 5-30 cm	33 2-15 cm
SiO ₂	0,29	1,43
Al ₂ O ₃ + Fe ₂ O ₃ + P ₂ O ₅	7,67	16,46
Fe ₂ O ₃	3,40	12,75
Al ₂ O ₃	4,14	3,63
CaO	25,38	0,80
MgO	0,47	0,54
P ₂ O ₅	0,13	0,08
K ₂ O	0,50	0,82
Na ₂ O	1,00	0,69
SO ₃	0,16	0,24
SiO ₂ u 5% KOH	4,61	6,69
Al ₂ O ₃	0,36	0,24
Humus u %	2,98	7,60
N u %	0,29	0,67
pH u H ₂ O	7,40	7,00
pH u n-KCl	7,20	6,60

Tabela 39

Broj profila	Horizont od cm	Suva tvar %	CaO %	Na ₂ O %	K ₂ O %	Cl %	SO ₃ %	Humus %
50	2-18	0,1693	0,0255	0,0840	0,0128	0,0016	0,0226	0,0312
52	2-18	0,1095	0,0255	0,0510	0,0119	0,0012	0,0166	0,0407
53	2-15	0,1360	—	0,0620	0,0024	0,0013	0,0317	0,0622

Ova je konstatacija od osobite važnosti, jer nam pokazuje tendenciju razvika tala uz klimske i vegetacijske prilike, koje na otoku Pagu vladaju.

Da dobijemo predodžbu o fiziološki najaktivnijem dijelu paških tala, obavili smo i analizu ekstrakta tla u vodi od nekoliko profila.

Analiza vodenog ekstrakta tala kamenjara pokazala je, da se ova tla po sadržini uvodi rastvorivih mineralnih i organskih tvari potpuno razlikuju od tala Dinjiškog Polja. (Tabela 29.).

Mineralnih tvari rastvorivih u vodi ima manje nego u ije-dnom drugom paškom tlu; tako ih ima 17 puta manje nego u natrijsko-kalcijskom solončaku (profil 24.) Kolanskog Blata. Naprotiv, u vodi rastvorivim organskim tvarima ova su tla relativno dosta bogata, jer ih ima podjednako, kao i u suvljim tlima Dinjiškog i Kolanskog Polja. Ali ako usporedimo sadržinu ukupne i u vodi rastvorive organske tvari u obe ove skupine tala, onda dolazimo do zaključka, da se kod tala paških polja znatno veći postotak organske materije rastvara u vodi, nego kod tala kamenjara. Sadržina klorida vrlo je niska; sulfata ima više od klorida, slično kao i u profilu 21. Kolanskog Blata, samo što je profil 21. znatno bogatiji i jednim i drugim.

Poredimo li sadržinu alkalija u solno kiselom i vodenom izvlatku tla vidimo, da je najveći dio Na i K sorbiran, a da samo manji dio prelazi u rastvor. Zaključujemo iz toga, da ijoni alkalija pored Ca ijona zasićuju apsorpcijski kompleks mineralnog i organskog dijela tla.

Kako su ova tla bogata alkalijama, a njihov vodeni ekstrakt relativno siromašan, možemo ih ubrojiti među nerazvijena skeletno-solončasta tla.

Katalitička sposobnost. Tla kamenjara odlikuju se vrlo velikom sposobnošću, da cijepaju vodikov superoksid, za razliku od tala paških polja i blata, čija je katalitička aktivnost znatno slabija (Tabela br. 40).

Fiziološko-kemijska analiza. Analizom je ovih tala po metodi Neubaurovoj utvrđeno, da su vrlo bogata fiziološki aktivnim kalijem, dok je sadržina fiziološki aktivnog fosfora znatno manja, no ipak u prosjeku veća, nego u ostalim tlima otoka Paga. (Tabela 41).

Fiziološka analiza jasno pokazuje, da je dio kalija, što je vezan na površini apsorbc. kompleksa — pristupačan biljkama.

Tabela 40

Profil broj	Horizontan u cm	2 gr tla otcjepilo O ₂ iz 15 ccm 3% H ₂ O ₂ nakon minuta						
		1	2	3	4	5	10	15
36	5--20	42,0	65,8	83,4	95,6	>100,0		
50	2--18	40,2	63,4	79,6	92,0	>100,0		
51	4--25	30,0	42,6	51,6	58,8	64,4	85,6	100,2
52	2--18	37,4	65,0	82,8	100,0			
53	2--15	38,4	56,0	69,8	79,4	88,2	100	
54	5--30	23,6	24,8	27,6	30,0	32,6	40,0	46,0
55	3--25	36,6	54,0	67,0	76,8	85,2	100,0	
56	5--20	27,0	37,0	44,6	51,2	57,4	77	91,4

Tabela 41

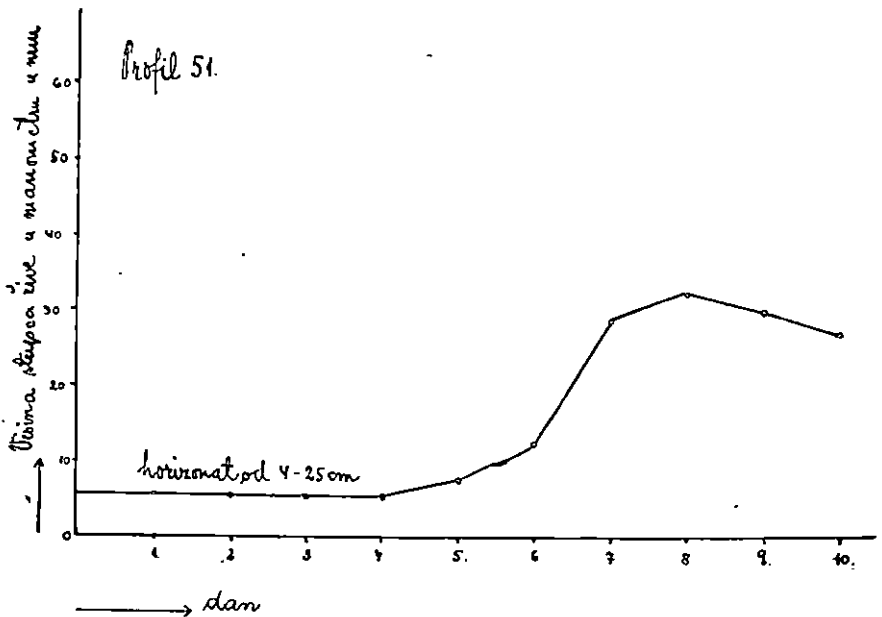
Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	Resorbirano iz 100 mg tla u mg	
		P ₂ O ₅	K ₂ O
36	5--20	4,56	35,91
51	4--25	4,15	48,62
54	5--30	7,14	14,00

Mikrobiološka analiza. Krivulja mikrobiološke aktivnosti utvrđena je na osnovu laboratorijskih istraživanja intenziteta disanja tla; razlikuje se od krivulja vlažnijih paških tala time, što njen uspon počinje tek 4. ili 5. dan istraživanja (dijagram 5), te dosljedno tome postizava i svoj optimum nekoliko dana kasnije.

Dijagram 5. pokazuje krivulju mikrobiološke aktivnosti profila 51.

DINAMIKA, PEDOGENEZA I SISTEMATIKA PAŠKIH TALA.

U pređašnjim poglavljima upoznali smo se sa morfološkim, fizikalnim, kemijskim i biološkim osebinama paških polja, blata i kamenjara; ostalo je još, da objasnimo život tih tala, dakle dinamiku njihovih glavnih životnih procesa, njihovu genezu i konačno da im odredimo sistematsku pripadnost.



Najvažniji faktor života i razvoja paških tala bez sumnje je klima; njezin utjecaj na procese tvorbe i razvitka tla dominantan je na paškim poljima i kamenjarama, dok je na blatima zastrt od česti specijalnim hidrološkim i vegetacijskim prilikama, koje tamo vladaju. Dakako, da na dinamiku paških tala imaju utjecaj i njihova sadanja fizikalna i kemijska svojstva, orografske prilike, svojstva matičnog supstrata itd.

Vidjeli smo već iz uvodnog prikaza klimskih prilika, da otok Pag, u smislu klasifikacije Langove, spada u područje tople, humidne klime.

Pored humidnosti i topline ima još jedan važan klimski faktor, koji procesima razvitka tala na otoku Pagu daje specifičnu tendenciju: to su slani vjetrovi. Ovi slani vjetrovi uvjetuju trajno zaslanjivanje čitavog otoka.

Postoje dakle dva osnovna procesa u razvoju paških zonalnih tala:

1. proces ispiranja i
2. proces zaslanjivanja (salinizacije) tala.

Oba ova procesa dolaze u punoj mjeri do izražaja samo na paškim poljima i kamenjarama; na barskim tlima proces ispiranja znatno je oslabljen, dok se proces zaslanjivanja vrši u

još većoj mjeri. Kod vlažnih tala paških polja, uz morske obale, kao i kod nekih barskih tala (Kolansko i Malo Blato) proces zaslanjivanja tala pojačan je još i salinizacijom od strane morske vode.

U barskim tlima pridružuje se procesu zaslanjivanja još i proces zabarivanja.

S obzirom na genezu mogli bi sva tla otoka Paga podijeliti na 4 karakteristične skupine:

1. tla kamenjara (smeđe solončasta tla kamenjara),
2. suva tla polja, (solončasta tla),
3. vlažna tla polja (mineralna solončasta tla) i
4. tla blata (barska solončasta tla).

U daljem prikazaćemo glavne dinamske procese od ove 4 skupine tala, njihovu genezu i konačno tendenciju daljega razvitka.

Tla kamenjara (Skeletna, smeđa solončasta tla).

Ova skupina tala zahvaljuje svoj postanak i razvoj u prvome redu utjecaju klimskih, a u drugome redu bioloških agenasa tvorbe tla na kameniti supstrat. Najjači je kemijski agens tvorbe tla voda, koja fizikalno i kemijski djeluje na raspadanje i trošenje kamenitog supstrata. Oborinska voda rastvara ustajno iako sporo CaCO_3 vapnenčevih stijena i odnosi ga sa kamenjare kroz pukotine u podzemne tokove, ili po površini u nepropusne relijefske depresije. Na kamenjari zaostaje samo nerastvorivi dio vapnenca, koji se sastoji od seskvioksida ($\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3$), SiO_2 , te od česti od CaO , MgO , K_2O , N_2O i dr. Količina toga residijuma neznatna je u relaciji s količinom rastvorenog vapnenca, što je razumljivo, kad uočimo, da je vapnenac vrlo čist, da sadrži oko 99—99,7% CaCO_3 .

Proces dekalifikacije vapnenca teče i zato veoma sporo, jer je rastvorivost kalcijuskog karbonata u čistoj oborinskoj vodi jako malena. Upravo toj činjenici ima se pripisati, da se ni na ravnijim paškim kamenjarama nije razvio makar i tanji, ali kompaktan sloj sitnog tla, ni nakon mnogo hiljada godina. Klimski agensi utječu doduše i fizikalno na trošenje vapnenca, ali s druge strane upravo mehaničkim radom tih agenasa kamenjare trajno osiromašuju na sitnom tlu. Jače kiše premještaju sitno tlo noseći ga iz mikro i makrorelijefskih uzvisina u mikro i makro relijefske depresije. — Pod utjecajem oborinske vode vrši se trajno dekalifikacija i kamenitog supstrata i sa-

mog tla. Interesantno je, da u sitnom tlu CaCO_3 skoro uopće nema, a u koliko ga ima, nalazi se u obliku vrlo grubih disperzija. Reakcija vodenog ekstrakta sitnog tla u većini je slučajeva slabo kisela do neutralna, što je opet dokazom tendencije osiromašivanja tla na bazama. U koliko je reakcija mjestimice slabo bazična, ima se to pripisati prisustvu grubljih disperzija vapnenca, koje se prilikom ekstrakcije djelomično rastvaraju.

Proces salinizacije tala kamenjara vrši se dosta velikim intenzitetom pod utjecajem posolice.

Sadržina slobodnih alkalija vrlo se mijenja tokom godine; najmanja je obično za vrijeme zimskih kiša, a najveća s proljeća iza posolice, ako nastupi suho vrijeme.

Apsorbcijski kompleks tla dobrim je dijelom zasićen ionicima Na i K. Proces zasićivanja apsorbcijanskog kompleksa alkalijama naročito je potpomognut dosta jakim procesom dekalifikacije; nakon dekalifikacije tala ioni Na i K ne moraju voditi borbu sa ionicima Ca. Utvrđena interesantna činjenica, da su mnoga tla kamenjara znatno bogatija kalijem nego natrijem, ma da prilikom posolice dospijeva u tlo enormno više natrija nego kalija, dade se objasniti jačom sorpcijom kalijum iona. I ako je koncentracija natrijum-ijona nakon posolice znatno veća od koncentracije K-ijona, ta se relacija već nakon prvih jačih kiša potpuno mijenja; slobodni se ioni natrija iz plitkog tla vrlo lako i brzo ispiru, a samo se od česti vežu, dok se K-ioni znatno jače vežu na površini apsorbcijanskog kompleksa.

Upravo radi plitkosti i propusnosti, te dosta jakog ispiranja, ne može doći do trajnog nagomilavanja slobodnih alkalija. Zato tla kamenjara imaju danas, a imaju i u dalekoj budućnosti svojstva nerazvijenih, skeletnih smeđjih solonca.

Na procesima tvorbe tla paških kamenjara uzimaju učešća i agensi biološki, specijalno vegetacija. Fiziološka suvost kamenjara, uvjetovana poglavito plitkosti tla, razlogom je, da je razvoj vegetacije na kamenjarama, a dosljedno tome i proizvodnja organske tvari, vrlo slaba. S istih razloga i samo rastvaranje organskih tvari teče vrlo sporo. Tome relativno sporom rastvaranju organske tvari ima se pripisati, da je sadržina humusa u tlima kamenjara veća nego u tlima paških polja.

2. Suva tla polja. (Soloncasta tla).

Kao tvorevine diluvijalno-deluvijalne odlikuju se ova tla znatnom debljinom i velikim bogatstvom na kalcijском karbonatu. Slično kao i kod tla kamenjara podliježu ispiranju

pod utjecajem oborinske vode, ali se proces ispiranja ovdje znatno slabije zamjećuje. Ispiranje CaCO_3 daje se zapaziti tek kod nekih profila, koji nisu izvrgnuti učinku periodičnih bujica; bujice naime nanose sa uzvisina i bokova paških polja sitno, vapnom bogato tlo, i odlažu ga na nekim mjestima polja, najčešće u relijefskim depresijama.

Ipak, nema sumnje o tome, da se pod utjecajem oborinske vode vrši rastvaranje i ispiranje CaCO_3 iz tala paških polja, odnosno njegovo translociranje iz viših horizonata u niže. Ali proces dekalifikacije paških polja teče, a i teći će u budućnosti relativno dosta sporo, radi gomilanja novih deluvijalnih nanosa, bogatih kalcijevim karbonatom, na površini polja.

Bogatstvo tala na CaCO_3 razlogom je njihove dosta velike kemijske stabilnosti. Kalcijum ioni zaštićuju aluminosilikatni dio tla pred destrukcijom i raspadanjem.

Većina je tala ove skupine dosta povoljnih fizikalnih svojstava, radi čega postoji mogućnost premještanja ne samo molekularnih već i koloidnih disperzija iz viših horizonata u niže.

Proces salinizacije ovih tala odigrava se isključivo pod utjecajem posolice. Kako su tla dosta duboka, to se alkalije, koje dospijevaju u tlo, ne ispiru svakom jačom kišiom, nego samo premještaju iz viših horizonata u niže. Na prelazu od vlažnije u suvlju periodu vraćaju se soli od česti kapilarnim usponom iz nižih slojeva u više. Jedino tokom vrlo vlažnih perioda dolazi do jačeg ispiranja u vodi rastvorivih alkalijevih soli.

Kompariramo li postotnu sadržinu alkalija u solnokiselom i vodenom ekstraktu tla, dolazimo do zaključka, da je najveći dio alkalija sorbiran u tlu, dakle vezan na površini adsorpcijskog kompleksa, dok se mali dio nalazi slobodan u rastvorima tla. Na osnovu takvog stanja stvari i s obzirom na činjenicu, da su tla ponajvećma bogata na CaCO_3 , zaključujemo, da je adsorpcijski kompleks ovih tala zasićen ionicima alkalija i kalcija. Kako su tla dosta siromašna u vodi lako rastvorivim solima alkalija, možemo ih ubrojiti među alkalijevsko-kalcijevske solonče.

Kakova tendencija postoji u daljem razvoju ovih tala?

Za tumačenje tendencije razvoja ovih tala potrebno je da se zadržimo prije svega kod samog procesa salinizacije i objasnimo učinak soli, što dospijeva posolicom u ova tla.

Analiza vodenog ekstrakta pokazala je, da se u ovoj skupini tala nalazi nešto slobodnih Na, Ca, K, SO_4 i Cl iona. Koncentracija Na u tekućoj fazi kod svih je istraživanih tala veća od koncentracije Ca, što je razumljivo, jer je najveći dio Ca

vezan u CaCO_3 , a samo se mali dio nalazi u rastvoru kao $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$ i CaCl_2 , odnosno $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$.

Prilikom posolice koncentracija NaCl i dr. alkalijskih soli u tekućoj fazi tla toliko poraste, da one intenzivno ulaze u reakcije sa apsorbcijom kompleksom tla: tom prilikom Na i K -ijoni istiskuju Ca -ijone sa površine kompleksa, vežući se na adsorbens, dok se Ca -ijoni vežu sa klor-ijonima alkalijskih klorida na CaCl_2 . Kalcijski klorid podliježe slično kao i neadsorbirane alkalije ispiranju iz tla, tokom vlažnih perioda. I tim putem dolazi do siromašenja tala na kalciju.

Nakon duljih vlažnih perioda, pošto oborinska voda u dosta dobroj mjeri ispere alkalije, i prije nego što je tlo osoljeno novom posolicom, dolazi do novih promjena na površini apsorbcijom kompleksa. Kalcijski karbonat, u rastvorima tla nasićenim ugljičnim dioksidom, prelazi u bikarbonat, koncentracija Ca -ijona raste i kada postigne dovoljnu koncentraciju potiskuje jedan dio alkalija sa površine apsorbcijom kompleksa, zamjenjujući s njima svoje mjesto; alkalije prelaze u rastvor tvoreći bikarbonate. Prilikom prve jače posolice dolazi ponovno do povećanja koncentracije alkalija i potiskivanja kalcija.

Prema tome u alkalijsko-kalcijским soloncima-suvih paških polja vodi se neprestana borba između alkalijskih i kalcijских ijona oko apsorbcijom kompleksa tla.

Konačno će ipak pobijediti ijoni alkalija, jer oborinska voda i posolica kao klimski faktori vrše dekalifikaciju paških tala ustrajno i ako sporo. No taj proces dekalifikacije trajati će još veoma dugo. Kada kalcij bude iz tla ispran, započet će borba između vodikovih i alkalijskih ijona oko zasićivanja apsorbcijom kompleksa. Naizmjenice će se vršiti proces zaslanjivanja, a paralelno s time i destrukcija mineralnog kompleksa. U zatvorenim depresijama sukcediraće na ova tla, vrlo vjerojatno, tla blata.

Slična svojstva i tendenciju razvoja, pokazuju i deblja tla obronaka, pa ih zato možemo pričlaniti ovoj skupini.

3. Vlažna tla polja (Mineralna solončasta tla).

Pored klimskih faktora ima na razvoj ove skupine tala odlučan utjecaj još i morska voda, što prilikom plime poplavljuje jedan dio terena ili stoji sa tlama ove skupine u kontaktu u njihovim dubljim horizontima. S obzirom na bogatstvo morske vode na solima, odigrava se proces salinizacije ovih tala znatno jače i brže nego kod skupine suvih tala paških polja. To se

lijepo manifestira u sastavu vodenog ekstrakta, koji je kod ovih tala do 10 puta bogatiji mineralnim tvarima. Naročito mnogo ima Na⁺ i Cl-ijona, dalje SO₄ i Ca, a znatno manje K-ijona.

Apsorbcijski kompleks ovih tala dobrim je dijelom zasićen alkalijama, a od česti i vapnom, kao i kod prethodne skupine tla. Koncentracija alkalija tekuće faze tla vrlo je visoka, ali je i koncentracija Ca-ijona, iako niža, ipak toliko visoka, da alkalije ne mogu potpuno istisnuti Ca-ijone sa površine apsorbcijanskog kompleksa. S obzirom na to, kao i na veliko bogatstvo ovih tala solima rastvorivim u vodi, možemo ih uvrstiti u skupinu alkalijsko-kalcijskih solončaka.

Umjerena vlažnost ovih tala tokom ljetne periode znatno potpomaže procese humifikacije i mineralizacije organske tvari, što je razlogom, da su relativno dosta siromašna humusom.

4. Tla blata (Barska solončasta tla).

Dva su glavna procesa, koji daju biljeg razvoju tala paških blata i to: 1. proces zabarivanja i 2. proces salinizacije.

Proces zabarivanja, po mome mišljenju, stoji u najužoj vezi s procesom salinizacije.

Već sam ranije pokazao, da je apsorbcijanski kompleks paških kamenjara dobrim dijelom zasićen natrijum i kalijum-ijonima. Prisustvo natrija na površini apsorbcijanskog kompleksa od odlučnog je utjecaja na fizikalno stanje anorganskih i organskih koloida; tu je pojavu temeljito izučio ruski pedološki istraživač Gedroic (8). Gedroic je dokazao, da je tlo, čiji je apsorbcijanski kompleks zasićen Na-ijonima, »više koloidno« od tla, koje je zasićeno sa kalcijum i magnezijum-ijonima. Takovo djelovanje adsorbiranog natrija na koloide tla treba pripisati činjenici, da rastvor tla u slučaju zasićenja sa Na sadrži uvijek izvjesnu količinu hidroksilnih iona, koji peptiziraju njegove negativno nabite koloide; koagulativna sposobnost natrija znatno je naime slabija od disperzivne sposobnosti OH-ijona. — Alkalitet rastvora može porasti i uslijed tvorbe sode; prilikom mineralizacije organske tvari oslobodjeni se natrij veže sa ugljičnom kiselinom na sodu.

Promjena fizikalnog stanja tala uslijed zasićenja apsorbcijanskog kompleksa sa Na-ijonima; za dalji je život tla od presudnog značenja. Volumen tla u vlažnom stanju znatno se povećava, jednako kao i ukupna površina tla i kapacitet tla za vodu. Koherencija tla u suvom stanju toliko poraste, da se suvi agregati

uopće nedaju rukama kidati. Nekapilarnih pora takorekuć posve nestaje ako se radi o kakvom težem tlu, a dosljedno tome i propusnost tla za vodu približuje se ili čak postaje jednaka nuli.

Kad ovakovo tlo, primjerice s paških kamenjara, dospije na kameniti teren depresije, prekrije ono dno depresije, tvoreći nepropustan sloj, koji onemogućuje gornjoj vodi da se ocjedjuje kroz inače propusnu vapnenčevu podlogu. Ako oborinska voda nema mogućnosti da oteče kao gornja voda po površini, onda dolazi do nagomilavanja vode i do zabarivanja terena. Vrlo je vjerojatno dakle, da proces zabarivanja paških blata stoji, i da je u prošlosti stajao u najužoj vezi sa procesom zaslanjivanja.

Salinizacija paških blata odigrava se uglavnom na dva načina i to: pod isključivim utjecajem posolice (Velo Blato) i pod zajedničkim utjecajem posolice i morske vode (Malo i Kolansko Blato). Salinizacija paških blata teče mnogo većom brzinom nego kod tala suvih paških polja i to i onda, kada se zaslanjivanje vrši pod isključivim utjecajem slanijih vjetrova. Tako je analiza tla Velog Blata pokazala, da je vodeni ekstrakt ovog mnogo bogatiji mineralnim tvarima od ekstrakta tala suvih paških polja.

Moglo bi se pomišljati na dva tumačenja ove pojave: ili dno bazena Velog Blata stoji u vezi s morem, ili se soli što dospijevaju posolicom u blato ne ispiru radi nepropusnosti bazena.

Stvarno je već sama visina blata tolika, da je direktno prodiranje morske vode vrlo malo vjerojatno; nije nam međutim poznata dubljina dna centralnog dijela blata, a da bi o tome mogli stvoriti tačan sud. Ali analiza vodenog ekstrakta pojedinih horizonata profila pokazala je, da u površinskom horizontu ima relativno znatno više mineralnih soli nego u dubljim slojevima, što bi moglo poslužiti kao dokaz, da se obogaćivanje ovih tala solima vrši odozgo, a ne odozdo.

Zaključujemo na osnovu svega, da kod tala Velog Blata postoji tendencija sve jačeg zaslanjivanja.

Salinizacija Malog i Kolanskog Blata vrši se izravno i trajno pod utjecajem mora i periodički posolicom. Dokazano je, da su ova tla vrlo bogata u vodi rastvorivim solima, pa ih možemo ubrojiti među barske alkalijsko-kalcijske solončake. Jednako kao u Malom Blatu tako i u Kolanskom Blatu postoji tendencija sve jačeg zaslanjivanja. No salinitet ovih tala vjerojatno neće biti nikada veći od saliniteta morske vode, jer će se koncentracije soli od izvjesnog momenta početi izjednačavati.

U najmočvarnijim djelovima Blata, koji su čitavu godinu pod vodom, razvio se srazmjerno dosta debeo sloj treseta i g tla. Vegetacija iz godine u godinu odlaže svoja mrtva tijela ili pojedine organe na dno blata. Uslijed nedovoljnog pristupa kisika organska se materija nesavršeno i vrlo polagano rastvara; znatno više biljne tvari obamre nego što se može rastvoriti. Posljedica je toga, da sloj treseta iz godine u godinu postaje sve deblji; u budućnosti porasće do visine današnjeg nivoa i prema tome zauzeti sav slobodan prostor, koji danas zaprema voda.

U tlima paških blata gomilaju se dušikovi i bezdušikovi spojevi, koji teško podliježu mineralizaciji; srazmjerno dosta velika količina tih humusnih tvari nalazi se u koloidnom odnosno molekularno dispergiranom stanju. Dokaz za to pruža žučkasto-tamna boja, kao i sama analiza vodenog ekstrakta ovih tala. Dok tla siromašna humusnim tvarima rastvorivim u vodi, daju potpuno svjetlo vodeni ekstrakt, boja je vodenog ekstrakta paških blata u svim slučajevima izrazito žučkasto-tamna. Znači, da kalcijum, ma da se od česti nalazi u rastvorima ovih tala, ne uspijeva da veže sve huminske kiseline u kalcijске humate. Velik dio huminskih kiselina veže se s alkalijama na alkalijske humate, koji su u vodi rastvorivi, pa je to zapravo glavni razlog, da u ovim na solima bogatim tlima, nalazimo veliku količinu molekularno dispergiranih humusnih materija. Ovo tumačenje u skladu je sa rezultatima istraživanja G e d r o i c - a prema kojima voda može ekstrahirati iz karbonatskih soloneca jednaku količinu humusa, kao i iz soloneca, u kojima nema karbonata.

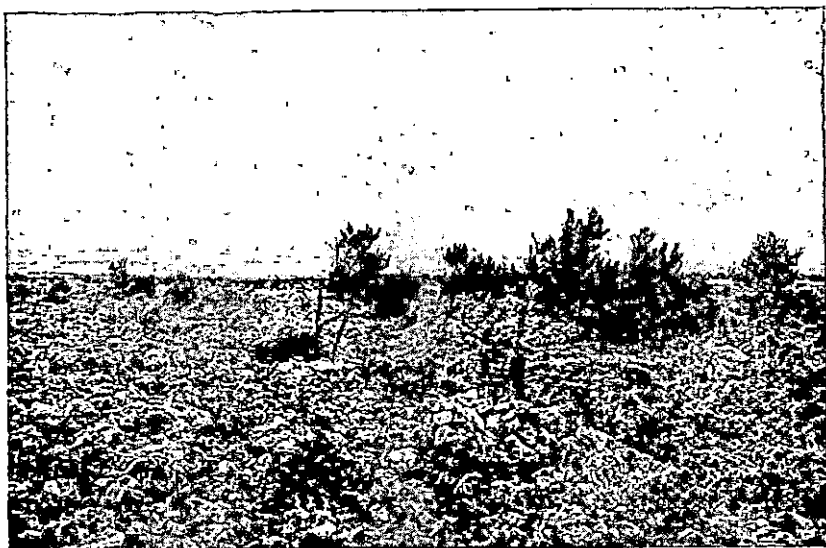
Huminske kiseline, koje se u ovim tlima tvore u velikoj mjeri, utječu bez sumnje na mineralni dio tla, specijalno na alumosilikatni apsorbcijски kompleks. U glavnom vodi se borba među alkalijskim i zemnoalkalijskim, ali od česti i s vodikovim ijonima, oko zasićivanja apsorbcijskog kompleksa. Za jednake koncentracije najjače su adsorbirani vodikovi ijoni, a redom sve slabije Ca, Mg, K i Na ijoni. Ipak za sada u ovim tlima prevladavaju u borbi oko apsorbcijskog kompleksa alkalni i zemnoalkalni ijoni, jer je koncentracija H-ijona srazmjerno veoma niska, radi bogatstva tala na CaCO_3 .

SMJERNICE ZA MELIORACIJU PAŠKIH TALA.

Kod izradjivanja smjernica rada za bonifikaciju poljoprivrednih prilika otoka Paga treba prije svega uočiti, da su glavni prirodni činioци, koji ograničuju biljnu i životinsku proiz-

vodnju i čine je nesigurnom, te općenito priječe bolji život naroda na otoku Pagu: bura, posolica i suša.

Perene kulture na paškim kamenjarama — jednako niže rašće, kao i osamljena stabla, — svojim habitusom jasno manifestiraju teške prirodne uslove života, koje na otoku vladaju. Drveće i grmlje, poprimilo je tipičan razvoj u smjeru sjeveroistočnog vjetra, a niže, izrazito kserofilno rašće često pokazuje znakove nanizma ili borbe sa vjetrom i sušom (vidi sliku 1. i 2.; foto V. Novak).



Sl. 1. Borove kulture u Košljunu.

Poljoprivredne kulture iz godine u godinu stradavaju uslijed posolice, suše i vjetra. Vjetar valja žito i čupa trsove, odnosi vlagu, te konačno soli i biljke i tlo. U jednom jedinom danu posolica može uništiti čitavu žetvu, pogotovo ako se pojavi ljeti, kada je vegetacija u punom razvoju. Štetno djelovanje posolice ne stoji toliko u povećanju koncentracije tekuće faze tla, koliko u izravnom oštećenju biljnih stanica. Jer ako sô padne na vlažno lišće bujne vegetacije, onda se na lišću tvore hipertoničke koncentracije soli, koje uvjetuju plazmolizu, smanjenje turgescenosti, koagulaciju plazmatskih koloida, te napokon i obamiranje biljnih stanica. Biljke ugibaju, kao da su spržene.

Štete od vjetra i posolice toliko su velike, da je paški seljak i sam posvetio najveću brigu borbi protiv tih prirodnih

neprijatelja vegetacije, dižući obrambene nasipe i žive ograde od trstike i tamariska, na rubovima svojih polja.

Sama ta okolnost dovoljno dokazuje, da je centralni problem bonifikacije poljoprivrednih prilika na otoku Pagu borba protiv posolice i vjetrova uopće. Današnja borba protiv tih prirodnih činioca od slabe je koristi, jer je ograničena samo na male, kultivirane površine. Potrebna je organizacija jedne šire borbe, koja bi se sastojala poglavito u pošumljivanju otoka, i to tako, da se na paškim kamenjarama podižu šumski pojasevi, okomito položeni na smjer sjeveroistočnjaka (bure).



Sl. 2. Divlje masline na Lunu.

U tome pravcu stečena su zadnjih decenija vrijedna iskustva, naročito u Italiji, gdje se radovi na bonifikaciji najzapušenijih krajeva vrše s velikim uspjehom.

Prof. A. P a v a r i izvijestio je na XIII međunarodnom poljoprivrednom kongresu u Rimu 1927. god. o uspjesima obrane od vjetra, što su postignuti u Italiji. Prije svega dokazano je, da su šumski pojasevi, široki najmanje 20 m i rasporedjeni u prikladnim razmacima, mnogo prikladniji od drvoreda, jer se stabla međusobno štite, a debla ostaju ravna.

Šuma zadržava vjetar i usporuje njegovu brzinu sve do visine, koja je 4—5 puta veća od visine stabla; naročito je prikladna za obranu od slanah vjetrova, jer u krošnjama zausta-

vlja sô. Najbolji uspjesi postignuti su u Italiji pošumljavanjem sa *Pinus Pinaster Sol.*, *Pinus halepensis*, *Pinus pinea L.*, a naročito se eukaliptusima *Eucalyptus rostrata* i *E. resinifera*, za koje je utvrđeno, da su bolje od bilo koje druge vrste šumskog drveća, jer ne samo da brzo rastu, već i odlično odolijevaju slanim vjetrovima. Međutim pokusi koji su učinjeni kod nas u Dalmaciji i Hrv. Primorju sa *Eucalyptus globulatus* u većini su slučajeva dali nepovoljne rezultate; u Dalmaciji vjerojatno radi nedostatka vlage, a u Hrv. Primorju u radi hladnih vjetrova. *Eucalyptus rostrata* i *Eucalyptus resinifera* bili bi možda pogodni za zaklonjene poljske terene. Za soloncaste kamenite terene pokazali su se kao dosta otporni *Pinus nigra* i *Pinus halepensis*, dalje maslina (*Olea europea*), *Quercus ilex* i dr. Po mišljenju Pavari-a mediteranski su borovi doduše otporni, ali rastu odviše polagano, a da bi već kroz nekoliko godina mogli razviti potreban jači obrambeni zid. Nameće se s toga pitanje nebi li ipak bilo potrebno uzgojiti jednu otpornu vrstu *Eucalyptusa* za naše krajeve.

Radovi na podizanju šumskih pojaseva od opće su koristi; imaju karakter dugogodišnjih poduzimanja, pa je razumljivo, da troškove oko njihovog izvodjenja treba da snosi u cjelosti ili skoro u cijelosti, država.

Pavari priznaje, da je započeto pošumljivanje primorske zone vezano uz velike poteškoće, zbog sterilnosti tla, škodljivog djelovanja vjetra i soli i šteta, što ih čine divlji zečevi, no zaključuje, da će ustrajnošću kojom društvo za sardinske bonifikacije uz pomoć kr. eksperimentalne šumarske stanice u Firenci nastavlja pokuse, sve poteškoće biti svladane.

»Važnost radova i golemi troškovi što ih ti radovi iziskuju, dokazuju, da se oni moraju ubrojiti u red velikih poslova agrarne preobrazbe, kao što god ovamo spadaju i hidrotehnički, cestogradjevni radovi, kod kojih bez iznimke sudjeluje financijalno država. Obrana od vjetra kod bonifikacija mora dakle biti uključena u planu integralne bonifikacije, budući da ona spada u kompleks svih onih radova, kojima se nastoji pretvoriti divlju i neplodnu zemlju u cvatuće i sredjeno gospodarstvo, izvor rada i blagostanja«.

Pošumljavanje otoka Paga osnovni je dakle prirodoznanstveni i tehnički problem, čijem rješavanju treba pristupiti u prvom redu.

Od edafskih faktora, koji postavljaju granice biljnoj proizvodnji na otoku Pagu bez sumnje najpresudnije značenje ima koncentracija tekuće faze tla. Salinizacija otoka dovodi do trajnog porasta koncentracije soli u tekućoj fazi

tala blata, a povremenog povećanja koncentracije kod suvih tala polja. Salinitet paških tala nije konstantan. Nakon posolice i uz malu vlažnost tla, koncentracija je tekuće faze najveća i obrnuto, tlo maksimalno navlaženo, odnosno nakon duge vlažne periode ima relativno najmanju koncentraciju soli. S gledišta ekološkog od značenja su naročito maksimalne i minimalne koncentracije soli tokom vegetacijske periode. Naša su istraživanja pokazala, da solončasta tla paških polja sadrže oko 0,1—0,25% mineralnih soli rastvorivih u vodi, drugim riječima, da se koncentracija soli tekuće faze tla, u stanju kada je tlo zasićeno vodom do apsolutnog kapaciteta, kreće između 0,3—0,75%. Sa smanjenjem vlažnosti ovih tala koncentracija soli raste. Kako ona naročito tokom ljetnih perioda gube velik dio vlage, to je izvan svake sumnje, da koncentracija mineralnih soli tekuće faze ovih tala dosegne 1,0—1,5%.

Tla Velog Blata sadrže do preko 1%, tla Malog i Kolanskog Blata te vlažnih paških polja do 2,40% u vodi rastvorivih tvari, što znači, da koncentracija tekuće faze, kada su tla zasićena vodom do apsolutnog kapaciteta iznosi u Velom Blatu preko 2%, a u Malom i Kolanskom blatu te vlažnim tlima paških polja i do preko 5,00%.

Kako paška tla, naročito kamenjara i polja, imaju ljeti znatno manju vlažnost od one, koja odgovara apsolutnom kapacitetu, to je koncentracija soli njihove tekuće faze u to vrijeme još znatno veća.

Općenito se uzima, da koncentracija hranivog rastvora viša od 0,5% djeluje štetno na razvoj velike većine kulturnih biljaka. No utjecaj koncentracije soli na biljne stanice još je uvijek premalo izučen, a da bi se već danas moglo postaviti jedno općenito pravilo.

Prije svega od velikog je značenja sam kemijski sastav rastvora. Različiti joni imaju vrlo različito fiziološko djelovanje, pa je razumljivo, da će rastvori soli s većom fiziološkom aktivnosti djelovati nižim koncentracijama toksički, nego rastvori soli slabije aktivnosti. Tako će primjerice toksička koncentracija FeCl_3 biti znatno niža od toksične koncentracije NaCl .

Na osnovu brojnih istraživanja znamo dalje i to, da je fiziološka aktivnost soli u čistom rastvoru znatno veća, nego u prisustvu još jedne ili više soli. Pojava se objašnjava jedamput fiziološkim antagonizmom jiona, drugiput sniženjem intenziteta rezorpcije jiona u prisustvu jedne druge soli.

Prema tome ovisi fiziološka aktivnost o absolutnoj količini i kvantitativnom odnošaju jiona u rastvoru tla.

Nema sumnje o tome, da je koncentracija soli jedan od glavnih faktora pojaljivanja biljnih vrsta i razvoja gajenih kultura na ovim tlima. Samo one kulture, koje podnose maksimalne koncentracije rastvora tla, što tokom vegetacijske periode u tlu nastaju, mogu da žive na paškim tlima; ostale propadaju.

Analiza naših tala pokazala je, da relativno najviše ima Na, Ca, Cl i SO_4 -ijona u rastvorima tla. Utjecaj natrijskih soli na razvitak kulturnih biljaka istraživani je naročito mnogo od strane američkih i ruskih istraživača; ponajvećma je izučavan utjecaj čistih rastvora soli kao NaCl, Na_2SO_4 i Na_2CO_3 .

Rezultati istraživanja nisu jednoznačni. Navešću nekoliko opažanja R. H. Loughridge-a (10), koji je konstatovao, da najviše koncentracije soli, koje još biljke podnose nisu veće od količine soli dodanih tlu (u postocima), koje prikazuje tabela 42.

Tabela 42

Biljka	NaCl	Na_2SO_4	Na_2CO_3	Ukupno soli
pšenica	0,007	0,095	0,009	0,108
ječam	0,003	0,075	0,076	0,160
lucerka mlada	0,005	0,07	—	0,082
„ stara	0,036	0,641	—	0,690
šećerna repa	0,034	0,329	0,025	0,375
jabuka	0,008	0,089	0,004	0,101
badem	0,015	0,142	0,009	0,166
maslina	0,042	0,192	0,018	0,252

Kao što se iz ovih podataka vidi, naše su kulturne biljke, naročito žitarice, vrlo osjetljive naprama NaCl i Na_2CO_3 . Osobito je osjetljiv kukuruz, koji ugiba već na slabo zasoljenom tlu, dok proso, prema rezultatima istraživanja dobivenim u Rusiji, (22.) odlično uspijeva i na sodnim tlima. Leguminoze su također vrlo osjetljive, jedino *Vicia villosa* i *Melilotus alba* podnose dosta dobro i nešto veću koncen-

traciju soli. Raž je za naših laboratorijskih pokusa rasla dobro na svim suvim paškim tlima, barem u prvo vrijeme vegetacije.

Nije isključeno, da ima sorata i vrsta kulturnih biljaka, koje uspijevaju dobro i na slanim tlima. Takove su primjerice sve one kulture, što se već od starine gaje na otoku Pagu. Selekcijom bi se dale uzgojiti nove bolje sorte. Na slanim tlima otoka Paga trebalo bi naročito uzgajati oficinelne halofitne biljke, kao što je primjerice *Sualeda maritima* i dr.

Pored koncentracije tekuće faze tla jednako je važan faktor vegetacije na otoku Pagu i voda.

Dok se voda kao faktor života biljaka nalazi na tlima blata skoro za čitave vegetacijske periode u škodljivom maksimumu, dotle tla kamenjara i suvih paških polja ne sadrže često ni fiziološki minimum vode. Prema tome je pitanje odvođenja vanja blata i opskrbe suvih tala vodom tokom vegetacijske periode, jedan od glavnih problema melioracije paških tala.

Ukupna količina oborina, što padne na otoku Pagu nije malena, ali je gubitak vlage iz tla ocjedjivanjem, isparivanjem i transpiracijom vrlo velik. Trebalo bi tehnički riješiti problem translokacije vode iz paških bazena specijalno iz Velog Blata na suva polja, naročito Dinjiško Polje, u cilju navodnjavanja, tokom suvih ljetnih mjeseci.

Opskrba tla hranivima. Paška tla bez iznimke su veoma bogata kalijem, kako ukupnim tako i fiziološki aktivnim, jednako kao i kalcijem i magnezijem, radi čega im nije uopće potrebno dodavati ta hraniva u gnojivim materijama.

Najveće siromaštvo iskazuju u pogledu fosfora; ukupna je sadržina fosfora malena kod većine paških tala, izuzev tala blata, gdje je vezan u nešto većoj mjeri u organskoj tvari, iz koje se dosta teško mobilizira, radi nepovoljnih uvjeta za njenu humifikaciju i mineralizaciju. Posolicom dospijeva u tlo neznatna količina P_2O_5 . Prema Rabenu (16) sadrži morska voda u 1 litri svega oko 0,1 mg P_2O_5 .

Sadržina fizioloških aktivnih fosfornih spojeva u svim je tlima tako malena, da biljke u pravilu trpe nedostatak fosforne hrane. Prema tome je opskrba paških tala fosforom jedna od važnih mjera njihove poljoprivredne melioracije. Kod izbora fosfornog gnojiva treba naročito imati u vidu fizikalna i kemijska svojstva tala, poglavito visoku koncentraciju tekuće faze, bogatstvo na $CaCO_3$, alkaličnu reakciju i svojstva samog gnojiva. Superfosfat, koji sadrži fosfornu kiselinu u vodi ras-

tvorivog monokalcijskog fosfata, povećava koncentraciju tekuće faze, ukoliko monokalcijski fosfat pod utjecajem CaCO_3 , ne predje u dikalcijski fosfat (CaHPO_4).

Dikalcijski fosfat bio bi dosta podesnom formom fosforne hrane, jer se prilično rastvara u vodi zasićenoj ugljičnim dioksidom. Naprotiv trikalcijski fosfat surovih fosfata manje je podesan za ova tla, s obzirom na bogatstvo kalcijem i alkaličnu reakciju tala; ista nepogoduje mobilizaciji P_2O_5 iz toga fosfata. Znatno povoljnijim vrelom fosforne hrane bili bi željezni i Al-fosfati, čija rastvorivost raste u alkaličnoj sredini. Kako žuti dalmatinski fosfati sadrže P_2O_5 vezan i u obliku fosfata željeza, držim da bi se s uspjehom mogli upotrebljavati za gnojenje paških tala fosforom. U svakom slučaju bilo bi potrebno obaviti s fosfornim gnojivima egzaktne pokuse.

Sumpora ima u paškim tlima relativno dosta u fiziološki aktivnom obliku, i onda, kada ukupna sadržina sumpora u tlu nije velika; sumpor naime dospijeva u tla posolicom, poglavito u obliku MgSO_4 , CaSO_4 i K_2SO_4 , pa ga zato biljke nalaze u dovoljnoj mjeri na raspoloženju.

Dušik. Tla blata i kamenjara bogata su na dušiku, dok su suva i vlažna tla polja znatno siromašnija. Najmanje dušika sadrže suva tla polja; ima ga često tako malo, da kulture na tim tlima pokazuju vidljive znakove gladi na dušiku. Odakle paškim tlima dušik? Vrlo vjerojatno dospijeva u tlo posolicom i kišom; potječe dakle i iz mora. Prema Rabenu (17) ima u prosjeku u 1 lit. morske vode 1 mg N. Pored toga dospijeva dušik i iz atmosfere u obliku amoniaka, te HNO_2 i HNO_3 sa oborinama u tlo. Ukoliko se paška tla obogaćuju dušikom radom nitogenih bakterija, teško je zaključiti bez naročitih istraživanja.

Lipmann (15) je izučavao učinak natrijskih soli na nitrogene bakterije, te je našao, da su one mnogo rezistentnije naprama visokim koncentracijama soli, nego ostale grupe bakterija. Tako je utvrdio, da tek 0,5—0,6% NaCl , više od 1,25% Na_2SO_4 i 0,4—0,5% Na_2CO_3 djeluju toksički na ove mikrobe. Bokor je međutim konstatovao potpuno otkustvo ovih bakterija u soloncima, ali je podjednako utvrdio, da u melioriranim alkaličnim tlima uspijevaju nitrogene bakterije dobro, u prisustvu dovoljnih količina organske tvari.

Amonifikacija i nitrifikacija, kao procesi mikrobiološki, još su znatno ovisniji o koncentraciji soli. Po Lipmannu (14) djeluju toksički na ove procese različite natrijske soli u ovim koncentracijama:

	NaCl	Na ₂ CO ₃	Na ₂ SO ₄
na nitrifikaciju	0,1%	0,025%	0,35%
na amonizaciju	0,1—0,2%	2,00%	0,40%

Naša su gruba istraživanja mikrobioloških svojstava pokazala, da je mikrobiološka aktivnost paških tala osrednja unatoč njihove slanosti; potrebno bi bilo još mikrobe determinirati i utvrditi, koliko od njih otpada na nitrogene, nitrifikacijske i amonizacijske bakterije.

Ukoliko se paškim tlima budu dodavala dušična hraniva, a to će biti svakako potrebno barem za suva tla paških polja, treba dati prednost takvim gnojivima, koja osjetljivije ne povećavaju koncentraciju tekuće faze tla, a specijalno koncentraciju alkalija. Natrijski nitrat (ili čilska salitra) biće svakako malo podesan za teža tla, jer je fiziološki alkaličan; jednako je nepodesan i vapnodušik radi alkalične reakcije, dok su relativno podesniji amonijjski sulfat i mokraćevina. No ni ova dva gnojiva nisu najbolja, jer su paški solonci i solončaci vrlo bogati kalcijevim karbonatom, pa može doći do velikih gubitaka amonijevog dušika. Biće najbolje dodavati dušik ovim tlima u stajskom ili zelenom gnoju. Treba dakako najprije utvrditi, koja lepirnjača, kao biljka za proizvodnju zelenog gnoja, najbolje odgovara edafskim i klimskim prilikama otoka Paga.

Ukoliko se budu rabila gnojiva s hranivim materijama u vodi rastvorivim, trebat će ih primjenjivati u manjim količinama češće.

LITERATURA.

1. Bokor R. vitez: Die Mikroflora der Szik (Alkali) Böden mit Rücksicht auf ihre Fruchtbarmachung. Erdészeti Kisérletek 30 Sopron 1928.
2. Gorjanović-Kramberger K.: Klimazonen-Bodenkarte des Königreiches Kroatien-Slavonien. Verhandlungen der II. internationalen Agrogeologenkonferenz. Stockholm 1910.
3. Gračanin M.: Die Salzböden des nordöstlichen Adriagebietes als klimatogene Bodentypen. Ein Beitrag zur Kenntnis ihrer Zusammensetzung, Genesis, Dynamik und systematischer Stellung. Bodenkundliche Forschungen Bd. IV. (1934), No. 1.
4. Gračanin M.: Pedološka istraživanja vriština Ličkog polja. Poljoprivredna knjižnica kr. banske uprave savske banovine. Znanstveni radovi. A. Sv. 1. Zagreb 1931.

5. Gračanin M.: Pedološka istraživanja Senja i bliže okolice. Glasnik za šumske pokuse broj 3 Zagreb 1931.
6. Gračanin M.: Pedološka istraživanja fakultetskog dobra Maksimir Zagreb, 1929. (U rukopisu.)
7. Gedroic K.: Chemische Bodenanalyse, Berlin 1926.
8. Gedroic K.: Osolodzenie počv. 1926. Leningrad i Der absorbierende Bodenkomplex 1929 Dresden.
9. Haračić A.: L'isola di Lussin il suo clima e la sua vegetazione. Lussin-piccolo 1905.
10. Hilgard E. and Loughridge: Nature, value and utilisation of alkali lands and tolerance of alkali by cultures. Sacramento 1906.
11. Horvatić S.: Istraživanje vegetacije otoka Paga u god. 1931. Ljetopis »Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti« za godinu 1930/31. knj. 44. Str. 130—139.
12. Horvatić S.: Flora i vegetacija otoka Paga. Prirodnoznanstvena istraživanja Kraljevine Jugoslavije, Jugoslavenska Akademija Znanosti i Umjetnosti, Sv. 19. Zagreb 1934.
13. Lang R.: Verwitterung und Bodenbildung als Einführung in die Bodenkunde. Stuttgart 1920.
14. Lipmann C. B. Sharp L. T.: Toxic effects of alkali salts on soil bacteria I. Amonification. II. Nitrification. Centralbl. f. Bakt. II. 32, S. 58—64 i 33, S. 305—318, 1912.
15. Lipmann C. B. Sharp L. T.: Toxie effects of alkali salts on soil bacteria III Nitrogen Fixation. Centralblatt f. Bakt. II. 35 S. 647 bis 655. 1912.
16. Raben E.: cit. kod K. Brandt.: Quantitative Bestimmung der im Meereswasser gelösten Phosphorsäure. Wissenschaftl. Meeresuntersuchungen. Kiel 1916.
17. Raben E.: cit. kod K. Brandt.: Stickstoffverbindungen im Meere. Wissenschaftl. Meeresuntersuchungen. Kiel 1927.
18. Stebut A.: Pedološka karta kraljevine Jugoslavije. Zbirka karata geografskog društva br. 1. Beograd 1931.
19. Stremme H.: Allgemeine Bodenkarte Europas, Danzig 1927.
20. Schubert R.: Geologija Dalmacije, Zadar 1909.
21. Schubert R. i Waagen L.: Gruppe Nr. 115 Pago Zone 28 Kol. XII. Wien 1913.
22. Trockij D. F.: Trudi Drabovskogo raion. opit polja Vip. I. 1913.

ZUSAMMENFASSUNG.

Im vorliegenden kroatischen Text wurden die Resultate der bodenkundlichen Forschungen der längsten Insel des kroatischen Küstenlandes — der Insel Pag, — ausführlich dargestellt. Eine kurze Mitteilung über die Zusammensetzung, Genesis, Dynamik und systematische Stellung dieser Böden erschien schon in deutscher Sprache in den »Bodenkundlichen Forschungen« 1934., No. 1; ich verzichte deswegen auf ausführliche Wiederholung schon bekannter Tatsachen, und verweise auf diese Arbeit. Nun möchte ich in folgenden Zeilen vornehmlich über die Richtlinien für die Melioration dieser Böden berichten.

Auf der ganzen Oberfläche der Insel Pag entwickeln sich heute die Salzböden, als klimatogene oder maritime Bodentypen. Die klimatogenen Salzböden verdanken ihre Existenz dem Einflusse salziger Winde, speziell dem Winde des nord-östlichen Quadrantes (Bora); dieser Wind, der mit einer gewaltigen Wucht von den Gebirgen des nahe liegenden Festlandes (spez. von Velebit) ins Meer (Planinski Kanal) herabstürzt, zerstäubt das Meerwasser, trägt es fort über die Insel Pag und versalzt so seine ganze Oberfläche. — Die maritimen Salzböden verdanken ihre Versalzung nicht nur den salzführenden Winden sondern vornehmlich dem Meerwasser, das periodisch das Terrain überflutet oder mit ihm beständig im Kontakt steht. Wir können auf der Insel Pag folgende vier Bodengruppen unterscheiden:

1. Skelettböden mit brauner solonetzartiger Feinerde;
2. Solonetzböden der Poljen;
3. Solontschakböden der Poljen;
4. Solontschakartige Moorböden.

Die ersten zwei Gruppen gehören zu den klimatogenen, und die zwei letzten zu den maritimen Bodentypen. Alle diese Bodengruppen sind Verwitterungsprodukte der Kalke, nur in geringem Masse auch der Dolomite.

Die Skelettböden mit brauner solonetzartiger Feinerde stellen den verbreitetsten Bodentypus der Insel Pag vor; etwa $\frac{4}{5}$ der ganzen Inseloberfläche nehmen diese Böden ein. Bis 96% der Oberfläche des Terrains, das hier den Namen »Pašnjak« (Weide) trägt, ist mit gebundenem und losem Gestein bedeckt; feine Solonetzerde bildet nirgends kompakte Schichten und reicht gewöhnlich höchstens bis zu einer Tiefe von 10—25 cm. Demnach sind diese Böden von minimaler absoluter

und physiologischer Wasserkapazität. — Die Steinböden von Insel Pag tragen vornehmlich eine sehr spärliche, ausgesprochen xerophyle Vegetation.

Der prozentuelle Gehalt dieser Böden an Humus und Nährstoffen ist ziemlich hoch, aber der absolute Gehalt der Nährstoffe für gutes Gedeihen der Vegetation allzu niedrig. Die Böden haben eine neutrale bis schwach saure Reaktion und zeigen von allen pagschen Böden den geringsten Gehalt an wasserlöslichen Salzen. Der verhältnissmässig niedrige Gehalt an Salzen wird durch starke Entsalzungsprozesse dieser seichten Böden durch Niederschlagswasser bedingt.

In den offenen Depressionen haben sich »Poljen« und in den geschlossenen Moore entwickelt. Die erhobenen trockenen Terrains der Poljen nehmen Solontze und die Feldränder, inwiefern sie unter den periodischen Befeuchtung des Meerwasser stehen, die Solontschake ein.

Die Solonetz- und Solontschakböden der Poljen sind sehr tief; die ersten dienen als Kulturböden dem Feld- und Gartenbau oder als Weiden, die zweiten liegen entweder unkultiviert oder werden auch als Wiesen benützt, während die moorigen Salzböden nur isoweit als Wiesen dienen können, inwiefern sie im Sommer austrocknen und zugänglich werden.

Diese drei Bodengruppen haben gewöhnlich eine schwach alkalische Reaktion (pH 7,1—7,8). Der gesamte Alkaligehalt ist bei diesen Böden grösser als bei den Skelettböden; bei Solonetzböden übertrifft er 1,5%, bei Solontschakböden stellenweise bis über 3%.

In bezug auf den Gehalt des physiologisch aktiven Anteils der Nährstoffe konnte folgendes konstatiert werden: alle Bodengruppen sind sehr arm an physiologisch aktiver Phosphorsäure (oft auch arm an Gesamtposphorsäure), dagegen ziemlich reich bis sehr reich an physiologisch aktiven Kali. Skelettböden, als auch Solonetz- und Solontschakböden der Poljen zeichnen sich auch durch einen niedrigen Gehalt an physiologisch aktiven Stickstoffverbindungen, während die solontschakartige Moorböden einen höheren Gehalt dieser Verbindungen aufweisen. Physiologisch aktive Schwefel und Eisen, besonders aber Kalzium und Magnesium sind sogar in allen Böden in genügendem Masse vorhanden.

Vom pedologischen und besonders vom ökologischen Standpunkt aus ist von grossem Interesse die Form, in welcher die Alkalien in diesen Salzböden vorkommen. Wir haben festgestellt, dass sich in den Solonetzböden steiniger Terrains und Poljen der grösste Teil der Alkalien in wasserunlöslicher resp. schwer löslicher Form befindet; die Alkalien sind teilweise an

den Absorptionskomplex gebunden. Die Solontschake der Poljen und Moore enthalten dagegen fast die Hälfte, manchmal auch über die Hälfte aller Alkalien in wasserlöslicher Form. Da die Alkalien dieser Böden direkt oder indirekt aus dem Meere herkommen, ist es verständlich, dass sie in denselben in Form von Chloriden und Sulfaten, weniger in Humaten (in Moorböden) und nur in geringem Masse auch als Karbonate vorkommen. Alle Böden, ausser den Skelettböden, enthalten in der Regel mehr Gesamtnatrium als Kalium, nur in diesen findet man oft mehr Kalium als Natrium, was u. E. der grösseren Sorption des Kaliumions in diesen Böden zuzuschreiben ist. Ich weise auf die Angaben in den Tabellen 37 und 38 im kroatischen Text hin. Es muss jedoch zu diesen Angaben bemerkt werden, dass sie sich auf einige Bodenmuster beziehen, die nach teilweiser Entsalzung der Böden durch Niederschläge gesammelt worden sind. Der Salzgehalt der pagschen Salzböden ist aber nicht konstant, er ist vielmehr die Resultante des Salinisationsprozesses, der sich unter dem Einflusse salzführender Winde, eventuell auch des Meeres vollzieht und des Desalinisationsprozesses, dessen Intensität von der Niederschlags-Menge, — Dauer und Intensität abhängt. Der Entsalzungsprozess erreicht vom Spätherbst bis in den Frühling sein Maximum, da in dieser Periode die grösste Menge der Niederschläge fällt. Die Skelettböden unterliegen wegen ihrer Seichte am stärksten der Auswaschung und demzufolge auch der Entsalzung. Aus Solonetzböden der Poljen werden die wasserlöslichen Salze durch Niederschläge nur selten vollständig ausgewaschen, öfter aber werden diese aus höheren in die tieferen Horizonte verlagert. Beim Übergang von einer feuchteren in eine trockenere Periode steigen die Salze auf kapillarem Wege aus den tieferen in die höheren Horizonte empor. — Am wenigsten unterliegen der Auslaugung die Solontschake, insbesondere die moorigen weswegen diese auch den grössten Gehalt an wasserlöslichen Salzen aufweisen.

Die Versalzung, die sich unter periodischen Einfluss der Salzwinde abspielt, kann auch in Skelettböden und Solontzen der Poljen zeitweilig eine empfindliche Erhöhung der Konzentration löslicher Salze bedingen. Wir haben zwar keine genaue Daten über die Intensität der maximalen Versalzung der Solonetzböden, jedoch die photographischen Aufnahmen der mit Salz bedeckten Pflanzen nach der Versalzung, als auch nach der beständigen Salzigkeit der oberirdischen Vegetationsorgane kann man schliessen, dass hier die Versalzung der Böden als wichtigster pedologischer und ökologischer Faktor anzusehen ist.

Unter dem Einflusse der Salze, die periodisch auf diese Terrains gelangen, kommt es: 1. zur Erhöhung der Auswa-

schungsintensität resp. der Verlagerung des CaCO_3 und teilweise auch der Sesquioxyde, 2. zur zeitweiligen Konzentrationserhöhung der flüssigen Bodenphase bis zur Grenze die für viele Kulturpflanzen als toxisch bezeichnet werden kann und 3 zur Absterbung oberirdischer Vegetationsorgane, insbesondere der Blätter.

Gelegentlich der Versalzung kann die Konzentration der Alkalien im Boden so anwachsen, dass die Alkali-Ione die Calcium-Ione von der Oberfläche des adsorbierenden Bodenkomplexes teilweise verdrängen und ihren Platz einnehmen, während sich die Calcium-Ione mit Chlor- und Sulfat-Ione der Alkalien verbinden. Zu Zeiten der feuchten Perioden kommt es dagegen teilweise wieder zu einem Austausch der Alkali-Ione gegen Calcium-Ione, aber auch zur Auslaugung des leicht löslichen CaCl_2 , das sich in der Versalzungsperiode gebildet hat. Es ist ausser Zweifel, dass die Salinisation den Dekalkifikationsprozess dieser Böden begünstigt. Dieser Prozess wird aber infolge des grossen Reichtums der meisten Böden an CaCO_3 ziemlich lang dauern und deswegen verdient er heute in bezug auf die Melioration dieser Böden vielleicht unsere geringste Aufmerksamkeit.

Vom ökologischen und wirtschaftlichen Standpunkt aus haben die Konzentrationsänderungen der flüssigen Bodenphase im Laufe des Jahres, insbesondere aber während des intensivsten Lebensperioden der Vegetation eine noch viel grössere Bedeutung. Es wurde schon hervorgehoben, dass der Salzgehalt der Böden, wie er in Tabellen im kroatischen Text dargestellt ist, dem maximalen Salzgehalt dieser Böden nicht entspricht. Wenn wir aber nur diesen niedrigen, vom maximalen weit entfernten Salzgehalt berücksichtigen, so kommen wir zum Schlusse, dass hier von den edaphyschen Faktoren die Konzentration der flüssigen Bodenphase die grösste ökologische Rolle spielt. Eine besondere physiologische Bedeutung haben die Konzentrationsmaxima der flüssigen Phase, die während der Entwicklungsperiode der Pflanzen entstehen. Wenn wir annehmen, dass die Solontze unserer trockenen Poljen etwa 0,1—0,25% im Wasser löslicher Mineralsalze enthalten, so folgt daraus, dass die Konzentration der flüssigen Phase dieser Böden im Feuchtigkeitszustande der ihrigen maximalen Wasserkapazität entspricht, etwa bis 0,75% erreicht. Mit der Verminderung des Feuchtigkeitsgrades dieser Böden wächst jedenfalls die Salzkonzentration in der flüssigen Bodenphase, wenn auch nicht proportionell mit dieser.*) Da diese Böden im Laufe des

*) Bei der Beurteilung der Konzentrationsschwankungen muss man jedenfalls auch vom Schwarzwasser Rechnung tragen, worauf in neuester Zeit von Vageler mit Recht hingewiesen wurde.

Sommers den grössten Teil ihrer Feuchtigkeit verlieren, liegt es nahe zu vermuten, dass die Mineralsetze eine Konzentration von über 1% erreichen. In Solontschakböden erreicht die Konzentration der flüssigen Phase bei Bodensättigung bis zur apoluter Wasserkapazität bis 2,4% und bei solontschakartigen Moorböden bis über 5,0%.

Cewöhnlich nimmt man an, dass Nährlösungen mit einer Konzentration über 0,5% auf den grössten Teil der Kulturpflanzen schädlich wirkt. Es ist sehr wahrscheinlich, dass die Kulturpflanzen, die heute auf der Insel Pag gebaut werden, eine grössere Widerstandsfähigkeit gegen die hohen Salzkonzentrationen besitzen, als gleichartige Kulturen der salzlosen Terrains. Diese Widerstandsfähigkeit ist aber ziemlich begrenzt, da hier die Getreide- Garten- und andere Kulturen sehr oft von der Salinisation leiden.

Der schädliche Einfluss der Salinisation offenbart sich auf der Insel Pag viel merklicher an oberirdischen Vegetationsorganen als an den Wurzeln; jedenfalls bedeutet das nicht, dass die Pflanzenwurzeln die höhere Salzkonzentrationen überhaupt besser vertragen. Unsere Wasserkulturversuche haben im Gegenteil festgestellt, dass die Wurzeln in Salzlösungen hoher Konzentration viel schneller absterben, als die oberirdischen Organe derselben Pflanzen. Die direkte Salinisation der grünen Organe ist aber bedeutend gefährlicher als die Versalzung des Bodens selbst. Wenn Salz auf die feuchten Blätter der Kulturpflanzen fällt entstehen auf denselben hypertonische Salzkonzentrationen, die zuerst Turgorabnahme, dann Plasmolyse der grünen Zellen, Koagulation des Plasmas und endlich ein ziemlich schnelles Absterben der grünen Organe zur Folge haben. Die Pflanzen sehen wie verbrüht aus.

Die Schäden, die durch Versalzung auf diesem Wege entstehen, sind so gross, dass die Landwirte dieser Insel dem Kampfe gegen die salzführenden Winde viel Sorge widmen, indem sie Schutzwälle und lebende Hecken von Rohr und Tamaris auführen.

Ohne Übertreibung kann man behaupten, dass hier das Zentralproblem der Bonifikation der Pflanzenproduktionsverhältnisse in der Bekämpfung des Salzanfluges der Pflanzen liegt.

Die heutige Bekämpfung ist von geringen Nutzen, weil sie auf nur kleine kultivierte Terrains beschränkt ist. Die Lösung des Problems liegt vor allem in der Organisation einer breiteren Bekämpfung, die in der Bewalvdung der Terrains mit Waldgürteln, die senkrecht zur Richtung des nord-östlichen Windes liegen, bestehen wird. Wir halten, dass die Erfahrungen, die in Italien bei der Abwehr der Terrains vom Winde gemacht wor-

den sind und über welche am XIII Internationalen Landwirtschaftlichen Kongresse zu Rom 1927. Prof. P a v a r i referierte, auch bei der Abwehr unserer Terrains von salzführenden Winde von Nutzen sein könnte. Die wenigstens 20 m breite Waldgürtel, die in entsprechenden Entfernungen voneinander aufgepflanzt werden, schwächen nicht nur die Stärke des Windes ab, sondern halten auch in ihren Kronen das Salz auf, womit sie niedrigere landwirtschaftliche Kulturen die zwischen den Baumreihen gebaut werden, genügend schützen. Wir sind auch der Ansicht, dass die Waldgürtel in keinem Falle die landwirtschaftlichen Kulturen gefährden werden, denn hier, wie auch überall im Mediterran, besteht kein Mangel an Insolation.

Die Begründung von schützenden Waldgürteln auf der Insel Pag wird jedenfalls eine grosse technische und wissenschaftliche Arbeit in Anspruch nehmen, sie ist aber unumgänglich wenn man eine integrale Bonifikation der Lebensverhältnisse auf dieser Insel vollziehen will.

Mit Rücksicht auf die Tatsache, dass die Salinisation klimatisch bedingt wird, ist es klar, dass auch nach der Errichtung von Waldgürteln dieselbe nicht ganz beseitigt, sondern nur teilweise beeinflusst bzw. reguliert wird. Von dieser Erkenntnis ausgehend, halte ich es für notwendig, die Pflanzenzucht den edaphischen Verhältnissen, spez. dem Salzfaktor, möglichst besser anzupassen. Man wird jedenfalls maximale Erfolge mit jenen Kulturen erzielen können, die hohe Salzkonzentration insbesondere der Alkalisalze, gut vertragen.

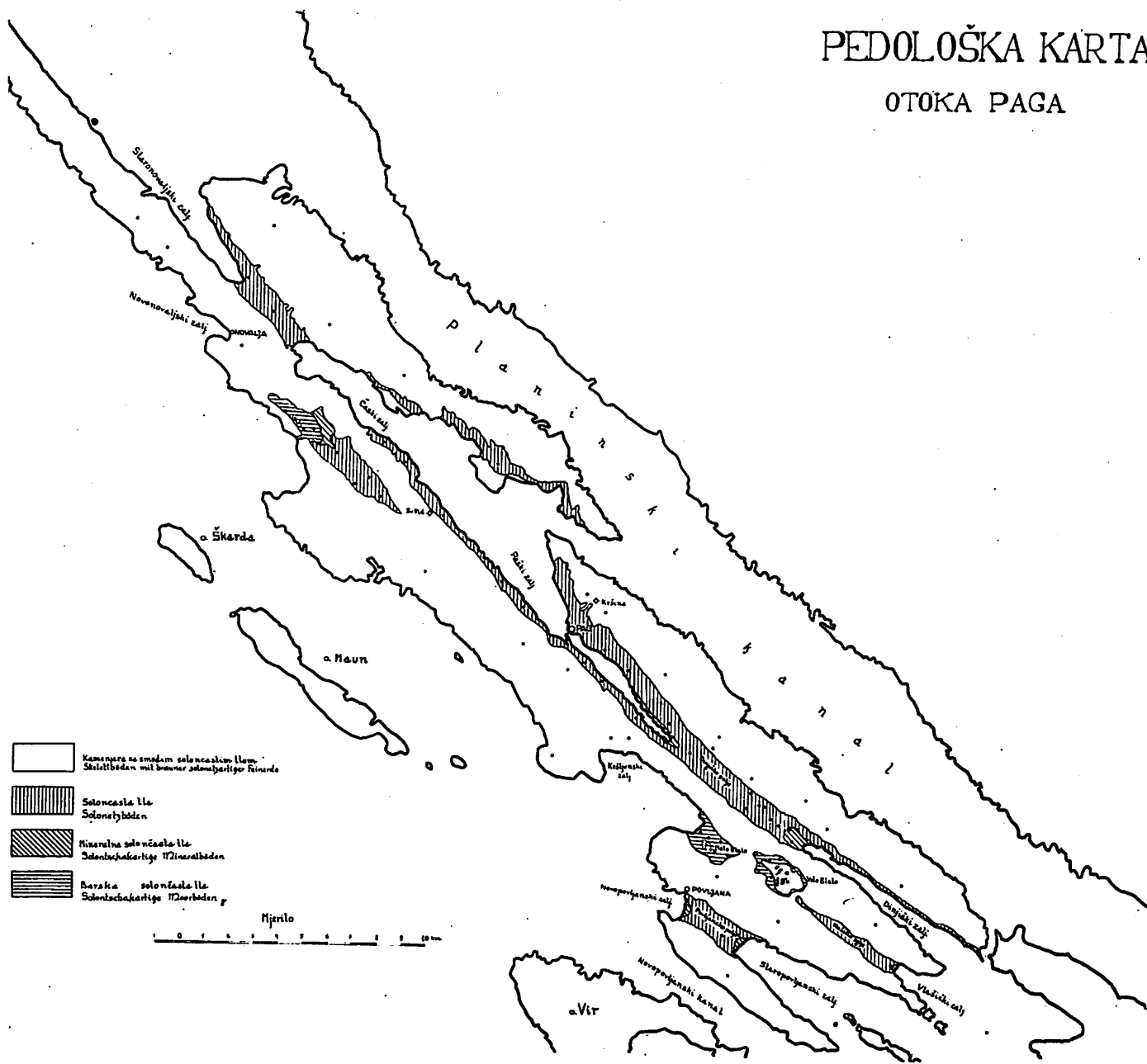
Das Bodenwasser ist endlich ein gleichwichtiger edaphischer Vegetationsfaktor, der sich in unseren Salzböden sehr oft im Minimum befindet. Im Laufe des Sommers, wenn das Wasserbedürfnis der Pflanzen am grössten ist, leidet die Vegetation auf Steinböden und Solonetzböden der Poljen an völligem Wassermangel, so dass sich hier nur typische Xerophyten erhalten können. Deswegen ist eine ebenso wichtige Vorbedingung zur Intensifikation des Pflanzenbaues wie die Errichtung von Waldgürteln, die Bewässerung des Terrains. Die Insel Pag zeichnet sich durch einen ziemlichen Reichtum an Gesamtniederschlägen (cca 1000 ccm pro Jahr), nun fällt aber der grösste Teil dieser Niederschläge vom Herbst bis zur Frühling, also in einer Zeit, in der die Vegetation das Wasser am wenigsten benötigt. In der Sommerperiode, wenn die Pflanzen grosse Mengen Wasser zur Deckung ihre physiologischer Bedürfnisse brauchen und als sie den Boden um einen grossen Teil des Wassers vor allem durch die Transpiration berauben und der Boden selbst infolge Trockenheit der Atmosphäre sehr viel Wasser abgibt, zeigen die Böden den kleinsten Wassergehalt. Die Folge davon ist, dass die Pflanzen zur Erzeugung neuer lebendiger Substanz nur in kleinem Masse die Energie der Sonnensträh-





lung, die ihnen um diese Zeit optimal zur Verfügung steht, ausnützen können. Die Besorgung dieser Böden mit Wasser während der Sommerperiode ist darum die zweite Bedingung zur Melioration ihrer Produktionskraft. Das Niederschlagswasser, das sich zum Teil in Depressionen anhäuft und Moore bildet, könnte zum Bewässern der Solonetböden der Poljen und eventuell der Steinböden benützt werden. (Das Wasser von Velo Blato zeigt die niedrigsten Salinität und eignet sich am besten zu Zwecken der Bewässerung). Auf diese Art würde man neue Ackerflächen in der Umgebung der heutigen Moore erzielen.

Wie schon hervorgehoben wurde, zeichnen sich alle pagsche Böden durch Armut an Phosphorsäure; demnach ist die Zufuhr der Phosphorsäure zu diesen Böden eine wichtige Massnahme für die Steigerung ihrer Fruchbarkeit. Die Solonetz- und Solontschakböden der Poljen sind auch sehr arm an physiologisch aktiven Stickstoffverbindungen, weswegen auch die Versorgung dieser Böden mit Stickstoff als wichtige Massnahme ihrer Melioration angesehen werden muss. Bei der Versorgung der Böden mit Nährstoffen wird es nötig sein besonders darauf Acht zu geben, dass sie keine ungünstige Erhöhung der Gesamtkonzentration der flüssigen Bodenphase hervorrufen.

PEDOLOŠKA KARTA

OTOKA PAGA



-  Kampanja sa sredom solončastim liem. Skatli bôden mit brenner solončastigo Rinsrda
-  Solončasta lla Solončastibôden
-  Nisarska solončasta lla Solončastakartige Minsarabôden
-  Baraka solončasta lla Solončastakartige Minsarabôden

Mjrtlo
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 km

PROF. DR. A. LEVAKOVIĆ:

ANALITIČKI OBLIK ZAKONA RASTENJA

(ANALYTISCHE FORM DES WACHSTUMSGESETZES).

SADRŽAJ (INHALT):

- A.) Uvod — Einleitung.
- B.) Funkcije priraščivanja — Zuwachsfunktionen.
 - I. Osnovna funkcija priraščivanja — Primäre Zuwachsfunktion.
 - 1. Izvod — Herleitung.
 - 2. Analitička verifikacija — Analytische Verifikation.
 - 3. Gornja vremenska granica priraščivanja — Obere Zeitgrenze der Zuwachsaktivität.
 - II. Funkcije priraščivanja sa beskonačnom gornjom vremenskom granicom — Zuwachsfunktionen mit unendlicher oberer Zeitgrenze.
 - 1. Kollerova funkcija — Funktion von Koller.
 - 2. Piščeva funkcija — Funktion des Verfassers.
 - a) Izvod — Herleitung.
 - b) Analitička verifikacija — Analytische Verifikation.
 - III. Primjedbe k funkcijama priraščivanja — Bemerkungen zu den Zuwachsfunktionen.
- C.) Funkcije rastenja — Wachstumsfunktionen.
 - I. Kollerova funkcija — Funktion von Koller.
 - II. Piščeve funkcije — Funktionen des Verfassers.
 - 1. Osnovna funkcija — Primäre Funktion
 - 2. Pojednostavnjeni oblik funkcije — Vereinfachte Funktionsform
- D.) Izračunavanje parametara — Parameterberechnung
 - I. Izračunavanje po metodi elementarnoj — Berechnung nach der Elementarmethode.
 - II. Izračunavanje po metodi najmanjih kvadrata — Berechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate
 - 1. Za funkciju 94 — Für die Funktion 94
 - 2. Za funkciju 88 — Für die Funktion 88
 - III. Rezultati računanja za jedan konkretni primjer — Berechnungsergebnisse für ein konkretes Beispiel.
- E.) Modifikacija s obzirom na rasteње u debljinu — Modifikation mit Rücksicht auf das Dickenwachstum.
- F.) Općenitiji obuhvat problema — Verallgemeinerung des Problems.
- G.) Literatura — Literaturübersicht.
- H.) Zusammenfassung.

A) UVOD.

Visina, debljina i drvena sadržina (drvena masa) pojedinog stabla ili prosječno i cijele sastojine povećava se (raste) tokom vremena, naravski uz izvjesne (zimске i noćne) stanke. Iznos povećanja, koji nastane u izvjesnom intervalu vremena, nazivlje se prirastom.

Rastenje spomenutih dimenzija dotično drvene sadržine traje kod pojedinog individua sve dotle, dok za to postoje biološki uslovi, t. j. u prvom redu potpunost i vitalnost terminalnih i perifernih organa stablovih. S obzirom na ovo povećavanje tokom vremena izlazi (kod pojedinog individua) svaka od spomenutih veličina kao izvjesna, svakako ali kontinuitetna funkcija vremena dotično starosti stabla. Kontinuitetna je ova funkcija zato, što fiziološko rastenje, samo po sebi, nikako ne spada među procese, koji počinju i (bez naprasitog umješavanja u život stabla) prestaju iznenada ili koji bi u svome toku pokazivali iznenadne i oštro prekinute skokove.

Ali kako se rastenje, pa prema tome i priraščivanje mora ipak da mijenja tokom vremena, to ovo svojstvo kontinuitetno-funkcionalne zavisnosti od vremena pripada naravski i prirastu. Tek pri tom između same visine, debljine i drvene mase kao funkcije vremena, t. j.

$$y = f(x) \quad \dots \dots \dots (1)$$

i njenog prirasta kao također funkcije vremena, t. j.

$$y' = f'(x) \quad \dots \dots \dots (2)$$

postoji razlika u toliko, što je visina itd. osnovna, a njen prirast derivirana funkcija vremena, koja se (kao što ćemo još vidjeti) izražuje u formi kvocijenta.

Zapravo uzevši, prirast u prvobitnom smislu riječi nije kvocijenat, već sasvim obična diferencija:

$$\Delta y = y_2 - y_1 \quad \dots \dots \dots (3)$$

između iznosa y_1 na početku i iznosa y_2 na koncu izvjesne prirasne periode, koja zapravo (najopćenitije uzevši) može da bude sasvim povoljno dugačka dotično kratka, pa naravski i beskonačno kratka. U zadnjem slučaju mora dakako i iznos prirasta da padne ispod svake mjere, t. j. da se beskonačno približuje nuli kao graničnoj vrijednosti. Kako u tom slučaju ne može uopće da bude govora o kakvoj bilo izmjeri prirasta, to se uvijek onda, kad imamo želju da izvjesni konkretni iznos prirasta baš utvrdimo (više manje pouzdano), moramo nužno da ograničimo na konačne intervale vremena.

S obzirom na izvjesne (poznate) okolnosti može kod stabala da kao najmanji, još nekako ustanovljivi, iznos prirasta dođe u obzir redovno samo puni jednogodišnji prirasni iznos. Prema tome i kao najmanji interval vremena, koji praktički može kao prirasna perioda još da dođe u obzir, važi redovno tek puna jedna godina. No iz poznatih nekih razloga (i tehničkih i ekonomskih) izlazi u pravilu i puni jednogodišnji interval vremena kao prirasna perioda zapravo nedovoljne još dužine. Stoga smo redovno prisiljeni da i cijeli jednogodišnji iznos prirasta ustanovljujemo ne sam za sebe i u formi spomenute obične diferencije, već kao prosječni godišnji iznos unutar izvjesne periode znatno duže od jedne godine, da ga dakle ustanovljujemo u formi kvocijenta:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \dots \quad (4)$$

gdje vremenska diferencija iznosi obično 10 i rijetko kada manje od 5 godina. Praktična provedba ustanovljivanja godišnjeg prirasta u šumarstvu zapravo se dakle tako reći uopće ne osvrće na jednadžbu 3, već samo na jednadžbu 4, pa prema tome i na prirasne periode znatno duže od jedne godine. No ipak ako se radi o tome, da se sam tok prirašćivanja utvrdi analitički, t. j. u smislu jednadžbe 2, ne možemo a da svaki pojedini interval vremena (Δx) ne skratimo do u beskonačnost, pri čem on dobiva poznatu oznaku dx (diferencijal vremena), dok njemu pripadni (takoder beskonačno maleni) iznos faktičnog prirasta dobiva sada oznaku dy (diferencijal funkcije, osnovne naravski). Jednadžba 4 poprima uz taj uslov poznati oblik:

$$\frac{dy}{dx} = y' = f'(x) \quad \dots \quad (5)$$

koji zapravo nije drugo, već detaljizirani oblik jednadžbe 2. Kvocijenat sadržan u jednadžbi 5, tzv. diferencijalni kvocijenat (derivacija) osnovne funkcije, ma da je sastavljen samo od beskonačno malenih veličina, može ipak da bude konačan, kao što to redovno i biva (osim u prvom momentu stablova života ili za vrijeme tzv. vegetacione stanke). On stoga može da predstavi puni jednogodišnji iznos prirasta, samo naravski na način obrnut, nego li je to slučaj kod jednadžbe 4. Prema jednadžbi 4 izlazi naime jednogodišnji prirast kao posljedica rastenja tokom vremena znatno dužeg od jedne godine, dok prema jednadžbi 5 izlazi on kao posljedica rastenja tokom vremena beskonačno kraćeg (razmjerno uzevši) od jedne godine. U prvom je slučaju prema tome računski iznos jednogodišnjeg

prirasta veličina nepodvržena promjeni tokom izvjesnog broja godina, dok u drugom slučaju izlazi on — sve i unutar granica jedne te iste godine — kao vanredno varijabilan, već prema intenzivnosti (dotično postojanju ili nepostojanju) raste- nja u pojedinom diferencijalu vremena.

Prema tome godišnji prirast prema jednadžbi 5 izlazi kao prirast, koji je doduše nastao tek u jednom (ovom ili onom) diferencijalu vremena, ali kojega je iznos preračunan na je d i n i c u v r e m e n a (jednu godinu). S obzirom pak na beskonačnu kratkoću pojedinog diferencijala vremena smatra se u duhu diferencijalnog računa, da je taj preračunani iznos prirasta dospio (uslijedio) baš točno u onoj tački vremena (x), iza koje neposredno slijedi dotični diferencijal vremena. Taj na vremenski interval od jedne godine preračunani (povećani) iznos prirasta mijenja se dakle svakog pojedinog momenta. On drugim riječima teče besprekidno, pa mu zato zapravo pripada naziv tečajni godišnji besprekidni prirast za razliku od tečajnog godišnjeg prekidnog prirasta, koji se mijenja samo od godine do godine i poznat je pod nepotpunim nazivom »tečajni godišnji prirast«.

Jednostavni matematički izraz ovoga posljednjega sadržan je u jednadžbi 3, dok mu analitički izraz izlazi iz jednadžbe 5 i glasi:

$$\Delta y = \int_{x_1}^{x_2} f'(x) dx \quad \quad (6)$$

gdje x_1 označuje starost stabla na početku, a x_2 starost stabla na svršetku pojedine iz života stablova baš u obzir uzete godine.

Ma da, kao što rekoh, zbiljna krivulja raste nja kod pojedinog individua ne može da bude diskontinuitetna, ipak je ona oblikom svojim takova, da se u svim svojim detaljima nikako ne da obuhvatiti ma kakovom analitičkom jednadžbom, koja bi — recimo — visinu stabla u kojojgod tački njegova života sasvim strogo povezivala u funkcionalni odnos sa vremenom kao nezavisnom varijabilom. Nije to moguće iz ovih razloga:

1. Zbiljna krivulja raste nja ima zapravo (radi mirovanja vegetacije u zimsko i noćno doba) stepeničast oblik, i to dvostruko stepeničast, t. j. i sa dnevnim i sa godišnjim stepenicama, kojima su uglovi naravski zaobljeni, a povezne linije između dnevnih horizontala nagnute i krivuljaste.

2. I širina i visina pojedinih tih stepenica (i dnevnih i godišnjih), jednako kao i forma spomenutih poveznih linija, pod utplivom je ogromnog mnoštva raznih i nutarnjih i vanjskih

čimbenika (n. pr. sad povoljnijih, sad opet nepovoljnijih atmosferskih i uopće prehrambenih prilika, sad raznih oboljenja i eventualno potom ozdravljenja itd. itd.) kao i raznih njihovih povoljnijih ili nepovoljnijih kombinacija. Radi toga je i širina i visina pojedinih tih stepenica, jednako kao i forma spomenutih poveznih linija, vanredno nestalna, i to tako da se apsolutno ne da uzeti ni u kakav račun.

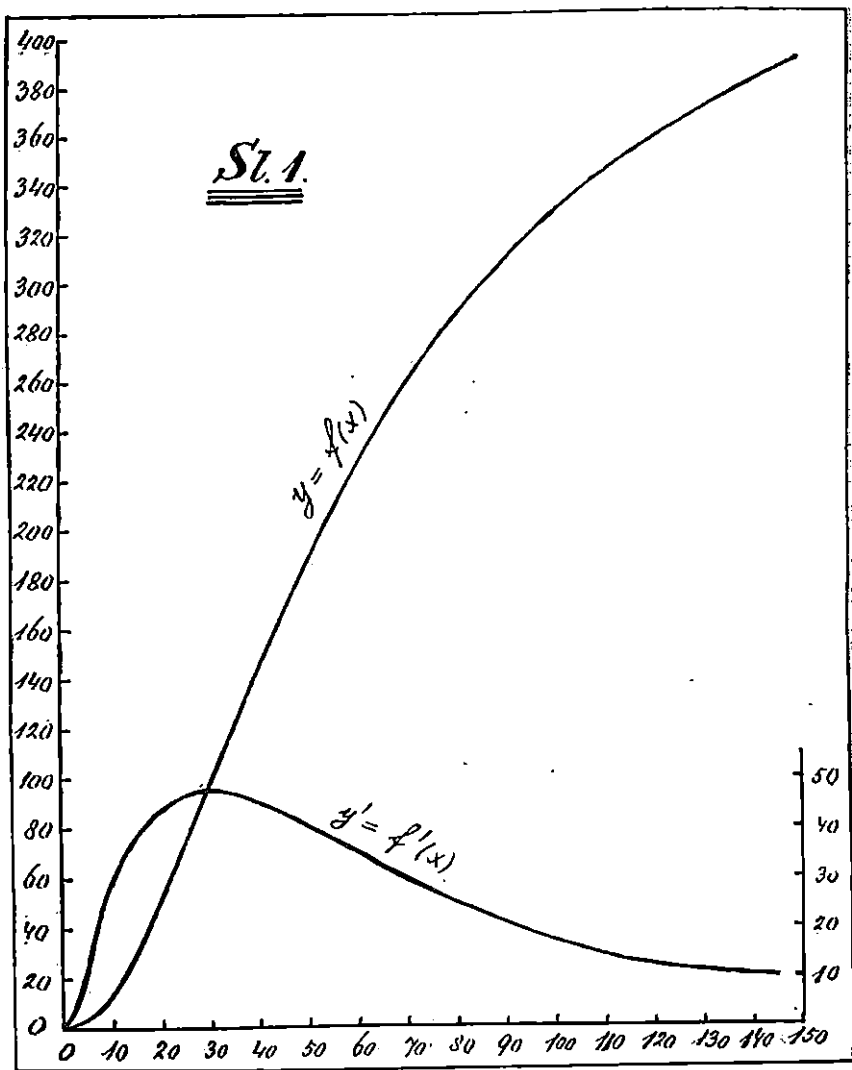
S obzirom na ove okolnosti, a jednako i s obzirom na neizbježive pogreške mjerenja (kojih je utjecaj skopčan sa sličnim posljedicama), ne može dakako o pravoj »jednadžbi (funkciji) rasteња« da bude ni govora. To međutim još ne znači potpunu našu nemoć s obzirom na analitičku definiciju toka rasteња. Nas uostalom sa ekonomskog gledišta ni ne interesuje baš faktični razvoj svakog pojedinog individualna, pa još u intervalima vremena sasvim kratkima. Što nas interesuje, to je prosječni individualni razvoj unutar cijelih skupina stabala dotično cijelih sastojina kao i prema godišnjim prosjecima unutar intervala znatno većih od jedne godine. Za taj je pak razvoj poznato iz iskustva, da se faktično već dade predstaviti prilično jednostavnom y -krivuljom, kao što je npr. ona na slici 1, koja predstavlja tok rasteња u visinu i kojoj je krivulja sadržinskog rasteња posve analogna.

Krivulja rasteња na sl. 1 nacrtana je prema — na iskustvu osnovanim — podacima prof. Guttенberga (iz pregleda literature vidi br. 16, str. 45). Ona, kao što vidimo, pokazuje, da rasteње visine i sadržine počinje sa iznosom $y=0$ (u starosti $x=0$), da je početni smjer toga rasteња tangencijalan na apscisnu os, da je zatim do izvjesne starosti rasteње ubrzano, da nakon toga prolazi kroz tzv. infleksionu tačku i biva zatim sve više usporeno. Ovaj zadnji dio krivulje mora da se konačno završi u smjeru paralelnom sa apscisnom osi.

Krivulja priraščivanja, koja (s obzirom na visinu i sadržinu) izlazi iz prosječne krivulje rasteња, ima u glavnom oblik krivulje y' na slici 1, nacrtane također prema spomenutim podacima. Ona dakle, kako nam to redovno pokazuje iskustvo, izlazi iz ishodišta koordinata u smjeru tangencijalnom na apscisnu os, teče zatim spočetka konveksno (sa konveksnošću, kod visinskog prirasta, kadšto i sasvim neprimjetljivom), a onda konkavno prema toj osi, pri čem u izvjesnoj vremenskoj tački postigne kulminaciju. Nakon toga iz konkavnog smjera prelazi pomalo opet u konveksni i na kraju krajeva ulazi pomalo u samu apscisnu os — i to u smjeru tangencijalnom na tu os.

Ova krivulja ima prema tome jednu kulminacionu i dvije infleksione tačke (vidi Guttенberg, isto djelo, str. 17, 18), dok krivulja rasteња nema prave kulminacione tačke, jer se

završuje u smjeru paralelnom sa apscisnom osi. Inače krivulja y' pokazuje jednu naročitu karakteristiku, a to je asimetrija prema ordinati kulminacione tačke.



Napomenutim krivuljama bile bi potpuno slične i krivulje, što ih prosječno pokazuje rasteње i priraščivanje debljine, kad bi se ova veličina mjerila baš tačno pri zemlji. No kako se iz poznatih važnih razloga debljina mjeri obično u visini prsiju (1.3 m iznad zemlje), to se dotične krivulje ne mogu da od-

nose na cijeli život stabla (i na najraniju mladost), pa nisu stoga potpune. Ipak i one unutar onoga vremena, za koje uopće mogu da dodu u obzir, pokazuju (kao što je poznato) punu analogiju sa spomenutim već krivuljama (visinskim i visinsko-prirasnim dotično sadržinskim i sadržinsko-prirasnim) izuzevši naravski jedino prvi početak ovih dviju vrsti potpunih krivulja. Toga radi (s obzirom na ovaj izuzetak) analitički zakon, koji može da okarakterise rastenje visine i sadržine, ne može da se sasvim bez daljnega protegne i na rastenje debljine, već mora u tu svrhu da se ponešto modificira. O toj modifikaciji bit će govora pri kraju ove radnje, dotle pak ograničit ću se pri istraživanjima o analitičkom obliku zakona rastenja samo na rastenje (i prirašćivanje) visine i sadržine.

Oblik krivulja rastenja i prirašćivanja, kako se on prosječno očituje kod šumskih stabala i sastojina i kako on danas važi kao (u prosječnom pogledu naravski) ispravan, poznat je već pred više od pola stoljeća. Pitanje pak, kakove bi je danadžbe mogle da prosječni tok rastenja i prirašćivanja okarakterišu što potpunije i bolje, interesuje šumarske stručnjake (sa većim ili manjim prekidima) već kojih sto godina. Karl Breymann (br. 1, str. 60 i d.) veli, da su se šumarski stručnjaci već prije 1837. godine bavili s pitanjem zavisnosti prirašta od starosti. Navodeći neke od tih funkcija dokazuje Breymann njihovu neispravnost, te postavlja i obrazlaže novu jednu, danas međutim bespredmetnu funkciju.

Daljnje publikacije šumarskih stručnjaka, koje se bave ovim pitanjem, navedene su pod rednim brojevima 2—23 spomenutog pregleda, koji naravski nema pretenzija na posvećenu potpunu.

Ni danas još nije spomenuto pitanje sišlo sa dnevnoga reda, a u novije doba počeli su njime da se bave i agronomi, pa čak i čisti biolozi (br. 25—37). Sa izvjesnim prekidima proučavam i ja ovo pitanje već duže vremena, pa sam 1930. godine (br. 24) objelodanio u tom pogledu jedno prethodno saopćenje, u kojem sam (bez izvođenja) priopćio jednu »jednadžbu rastenja« i ujedno demonstrirao njenu prilagodljivost na konkretan jedan tok rastenja. Sada međutim hoću da obuhvatim cijelo ovo pitanje iz temelja, pa ću pri tom morati da se pozabavim i sa poznatim već jednim zakonom, koji sa zakonom, što ću ga ovdje razviti, stoji u izvjesnoj rodbinskoj vezi.

B) FUNKCIJE PRIRAŠĆIVANJA.

I. OSNOVNA FUNKCIJA

1. Izvod.

Krivulja raste nja, kako je prikazuje sl. 1, znatno je jednostavnija od krivulje prirašćivanja, a ipak nam za direktan i samostalan izvod njene jednadžbe manjka zapravo svaki oslonac. Naprotiv se jednadžba prirašćivanja dađe izvesti direktno, strogo i u potpunosti već sama za sebe i to na bazi spomenute činjenice, da krivulja prirašćivanja izlazi iz apscisne osi (iz ishodišta koordinatskog) i da se opet u nju potpuno vraća (na kraju života stablovog dotično sastojinskog). Iz te činjenice izlazi naime jedna važna posljedica, t. j. da sve (teoretski uopće moguće) prve derivacije prirasne krivulje, dakle:

$$y'' = f''(x) = \frac{dy'}{dx} \dots \dots \dots (7)$$

koje jedna za drugom slijede počevši od lijevog kraja krivuljinog (od ishodišta koordinatskog) pa sve do njene kulminacije, imaju pozitivan predznak, a sve ostale (t. j. odatle pa do desnog krivuljinog kraja) da imaju negativan predznak. Kad to važi za krivuljine derivacije (diferencijalne kvocijente), onda važi i za njene diferencijale (dy'), pošto svi — međusobno jednaki — diferencijali vremena mogu da budu samo pozitivni. A kako je suma svih pozitivnih diferencijala krivuljinih (kojih naravski, kao beskonačno malenih, ima beskonačno mnogo) isto tako velika kao i suma svih negativnih njenih diferencijala, jer je naime i jedna i druga jednaka maksimalnoj ordinati krivuljinoj, to suma obiju tih suma mora naravski da bude jednaka nuli. Ako prema tome pojedine (međusobno beskonačno blize) ordinate krivuljine, počevši od lijevog pa do desnog njenog kraja, označimo redom sa y_1', y_2', \dots, y_n' , onda iz rečenoga izlazi jednadžba:

$$\frac{dy_1'}{dx} + \frac{dy_2'}{dx} + \dots + \frac{dy_n'}{dx} = 0 \dots \dots (8)$$

a iz ove i druga, s ovom inače potpuno identična, t. j.

$$\begin{aligned} & \frac{dy_1'}{(y_1')^p x_1 dx} (y_1')^p x_1 dx + \dots + \\ & + \frac{dy_n'}{(y_n')^p x_n dx} (y_n')^p x_n dx = 0 \dots \dots (8a) \end{aligned}$$

gdje p može da bude ma koji realni i konačni broj (pozitivni ili negativni, cijeli ili slomljeni), uključivši ovamo i nulu.

Obje ove jednadžbe važe bezuslovno za svaku krivulju, koja i izlazi iz apscisne osi i opet se u nju vraća, bez obzira da li je krivulja prema maksimalnoj ordinati (pozitivnoj naravski, jer ovdje može da bude govora samo o pozitivnim ordinatama) simetrična ili asimetrična kao i bez obzira na položaj ordinatne osi, t. j. da li ova prolazi baš kroz samo izlazište krivuljino iz apscisne osi ili kroz kojegod drugu tačku krivuljino (t. j. između oba njena kraja).

Mi ćemo ovdje prethodno supponirati:

1. da je krivulja simetrična prema maksimalnoj svojoj ordinati;
2. da se ova ordinata nalazi baš u samoj ordinatnoj osi.

U tu svrhu podvrći ćemo posljednju jednadžbu uslovu, da svi njeni slomljeni faktori budu međusobno jednaki, t. j. da svaki od njih (označen općenito, bez indeksa) bude jednak izvjesnom od nule različitom, konačnom i konstantnom iznosu k , dakle:

$$\frac{dy'}{(y')^p x dx} = k \dots \dots \dots (9)$$

U tom slučaju iz jednadžbe 8-a izlazi neposredno jednadžba:

$$(y_1')^p x_1 dx + \dots + (y_n')^p x_n dx = Q \dots \dots \dots (10)$$

koja faktično i važi strogo u slučaju funkcija (krivulja) simetričnih prema ordinatnoj osi. Uz supstituiciju:

$$p = 1 - \frac{1}{r} \dots \dots \dots (11)$$

slijedi iz jednadžbe 9 jednostavna diferencijalna jednadžba

$$(y')^{\frac{1}{r}-1} dy' = kx^{\frac{1}{r}} dx \dots \dots \dots (12)$$

gdje r u smislu spomenutog ograničenja za p iznose može da zauzme kojegod realnu vrijednost (pozitivnu ili negativnu), isključivši jedino nulu. Mi ćemo ipak ograničiti r samo na konačne vrijednosti.

Integracijom zadnje jednadžbe i daljnjim jednostavnim transformacijama dobiva se

$$y' = \left(\frac{2c}{r} \right)^{\frac{1}{r}} \left(\frac{2c}{r} - kx^{\frac{1}{r}} \right)^{\frac{1}{r}} \dots \dots \dots (13)$$

gdje je c integraciona konstanta. Nju ćemo ograničiti na iznose različite od nule i konačne, ali sa predznakom još neodređenim.

Svi dakle parametri ove zadnje jednadžbe imaju još neodređene predznake, pa bi u tom pogledu mogla a priori da se očekuje mogućnost raznih kombinacija. No kako y' može, kao što rekoh, da bude samo pozitivno, to se iz prvog jednadžbinog faktora vidi već na prvi pogled, da u slučaju pozitivnog r može i c da bude samo pozitivno i obrnuto: u slučaju negativnog r mora da bude negativno i c . Mi ćemo ovdje uzeti samo prvi slučaj, t. j. pozitivne vrijednosti za r i c . Stavi li se sada $x = 0$, onda iz zadnje jednadžbe izlazi:

$$y' = \left(\frac{c}{r}\right)^r \dots \dots \dots (14)$$

t. j. iznos, koji u smislu obiju naših osnovnih supozicija mora da bude veći od ma kojeg drugog y' - iznosa. Otud pak (a s obzirom na jednadžbu 13) slijedi, da k mora svakako da bude negativno. Stavi li se dakle:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{c}{r}\right)^r &= a \\ \frac{2c}{k} &= -g^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

onda jednadžba 13 dobiva sasvim jednostavni oblik:

$$y' = a \left(1 - \frac{x^2}{g^2}\right)^r \dots \dots \dots (16)$$

prema kojem se x može da giblje između konačnih i jednakih granica $(+g)$ i $(-g)$, dok y' zauzima pri tom dva puta sve moguće vrijednosti između 0 i a .

To bi bila funkcija priraščivanja, kad bi prirasna krivulja bila simetrična prema maksimalnoj svojoj ordinati, što međutim (kao što vidjesmo) nije slučaj. Okolnost, da se maksimalna ordinata prema toj funkciji nalazi baš u samoj ordinatnoj osi, sasvim je sporedna s obzirom na laku mogućnost transformacije funkcijine s pomoću nove ordinatne osi postavljene baš točno na lijevi kraj krivulje.

Jednadžba 16, sama po sebi, nije dakle ono, za čim mi ovdje težimo, ali nam ona daje ipak čvrsto uporište za postignuće cilja, t. j. za dedukciju funkcije, koja o asimetriji prirasne krivulje strogo vodi računa. Ona naime može da se napiše i u obliku:

$$y' = a \left(1 + \frac{x}{g}\right)^r \left(1 - \frac{x}{g}\right)^r \dots \dots \dots (16a)$$

koji uz izvjesne, sasvim neznatne izmjene u pogledu parametara poprima općenitiji oblik, sposoban isto tako za karakterizaciju krivulja asimetričnih kao i krivulja simetričnih. Potrebno je u tu svrhu samo to, da se parametri g i r u drugom binomskom faktoru zadnje jednadžbe označe u principu kao različiti od onih u prvom binomskom faktoru, pri čem zadnja jednadžba poprima formu:

$$y' = a \left(1 + \frac{x}{g_1}\right)^{r_1} \left(1 - \frac{x}{g_2}\right)^{r_2} \dots \dots \dots (17)$$

općenitiju, kao što rekoh, od forme predašnje. Općenitija je ona u toliko, što u principu važi za krivulje asimetrične, ali može ujedno da bude primijenjena i na krivulje simetrične, pri čem već eo ipso, t. j. skroz automatski, dolazi do iščeznuća gornjih razlika u istoimenim parametrima.

Smjer i stepen asimetrije, a isto tako i položaj maksimalne ordinate prema ordinatnoj osi može prema jednadžbi 17 da bude vrlo različit. Zavisí to o konkretnim iznosima parametara, koji naravski mogu vrlo da variraju, ali prema dosadašnjim pretpostavkama moraju ipak svi da budu pozitivni.

Pri izvodu funkcije 16 suponirali smo, da se maksimalna ordinata krivuljina nalazi baš u samoj ordinatnoj osi. Prema tome i ta funkcija sadrži izričito isti taj princip, dok naprotiv funkcija 17 dopušta, kao što rekoh, i drugačiji položaj maksimalne ordinate. Mi ćemo ipak i za nju prihvatiti onaj raniji princip, t. j. koincidenciju maksimalne ordinate sa ordinatnom osi, jer samo uz taj uslov može funkcija 17 da se kasnije transformira sasvim po volji, već prema potrebi pojedinog konkretnog slučaja.

Prije ma kakove transformacije treba dakle gornja funkcija da ima spomenuto kardinalno svojstvo, t. j. da joj se kulminaciona tačka nalazi baš u samoj ordinatnoj osi. No šta otud izlazi u pogledu parametara funkcijinih? Do bismo odgovorili na ovo pitanje, treba najprije da utvrdimo izraz za apscisu kulminacione tačke funkcijine. Utvrditi ovaj izraz znači, kao što je poznato, diferencirati funkciju po x , zatim taj diferencijalni kvocijenat staviti jednakim nuli i onda ovu zadnju jednadžbu riješiti po x . Na taj način, t. j. putem jednadžbe $y'' = 0$ izlazi iz funkcije 17 jedno jedino riješenje za x , t. j.

$$x = \frac{r_1 g_2 - r_2 g_1}{r_1 + r_2} \dots \dots \dots (18)$$

Stavi li se sada $x = 0$, onda odovud izlazi:

$$r_1 g_2 = r_2 g_1 \quad \dots \quad (19)$$

a odovud dalje:

$$\frac{r_1}{g_1} = \frac{r_2}{g_2} \quad \dots \quad (20)$$

Ako dakle kulminaciona tačka funkcijina pada baš u samu ordinatnu os ($x=0$), onda granični i eksponentski parametri funkcijini stoje jedni prema drugima u proporciji određenoj jednadžbom 20. S pomoću ovoga normalnog odnosa između parametara možemo već iz samog pogleda na funkciju 17 (a na osnovi konkretnih iznosa za g_1 i g_2) lako da prosudimo, koji ogranač krivulje ima da bude duži, a koji kraći: da li onaj s lijeva od ordinatne osi ili onaj s desna. Obrnuto pak, već prema obliku krivulje y' na sl. 1 možemo odmah lako da konstatujemo, da bi kod prirasnih krivulja (ako bismo kod njih ordinatnu os postavili baš kroz samu kulminacionu tačku) imalo da bude $g_2 > g_1$, pa prema tome (i to u istom omjeru) također $r_2 > r_1$.

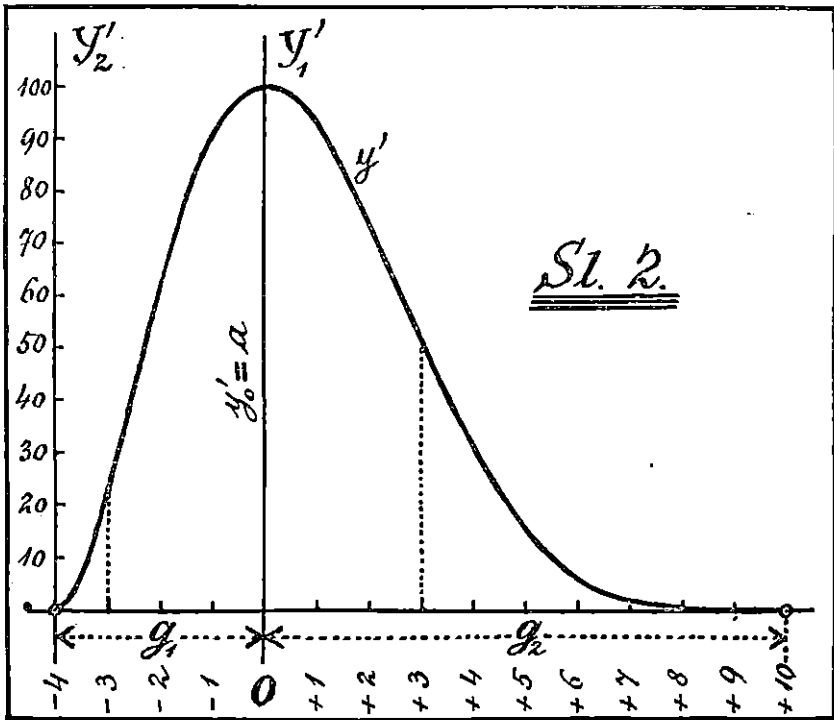
Zornog prikaza radi uzmimo npr. za parametre funkcije 17 iznose: $a = 100$, $r_1 = 2$, $g_1 = 4$, $r_2 = 5$, $g_2 = 10$. U priloženoj tabeli 1 složene su pregledno glavnije koordinate funkcijine, dok sl. 2 daje grafički prikaz njenog toka.

Tabela 1.

x	y'	x	y'	x	y'	x	y'	x	y'
- 4	0·0	- 1	90·6	+ 2	73·7	+ 5	15·8	+ 8	0·3
- 3	23·2	0	100·0	+ 3	51·5	+ 6	6·4	+ 9	0·01
- 2	62·2	+ 1	92·3	+ 4	31·1	+ 7	1·8	+ 10	0·00

Funkcije 16 i 17 postavio je svojedobno (1895. god) već engleski statističar K. P e a r s o n, ali u sasvim druge svrhe, na sasvim drugoj bazi, pa prema tome i uz sasvim drugačiji način izvođenja. Dotične njegove izvode donosi (jamačno u skraćenoj formi) prof. C z u b e r na str. 25—29 djela navedenog pod br. 38.

Funkcija 17 može sada lako da se transformira ne samo u prvu narednu formu, koja je za nas ovdje od direktnog interesa, već i u još neke forme, kojih krivulje ne samo da pokazuju asimetriju prema maksimalnoj ordinati, već i izlaze iz



samog ishodišta koordinatskog, pa imaju prema tome punu analogiju sa y' -krivuljom na sl. 1. Uzme li se naime ova funkcija u razmatranje s obzirom na ordinatnu os Y_2' postavljenu lijevo od prvobitne osi (Y_1') i to u udaljenosti g_1 od ove (sl. 2), onda iz nje neposredno izlazi:

$$y' = a \left(1 + \frac{x - g_1}{g_1} \right)^{r_1} \left(1 - \frac{x - g_1}{g_2} \right)^{r_2} \quad \dots \quad (21)$$

Odovod pak nakon nekoliko jednostavnih operacija izlazi dalje:

$$y' = \frac{a (g_1 + g_2)^{r_2}}{g_1^{r_1} g_2^{r_2}} x^{r_1} \left(1 - \frac{x}{g_1 + g_2} \right)^{r_2} \quad \dots \quad (22)$$

a odovud uz pojednostavnjenja odnosno zamjene:

$$\left. \begin{aligned} \frac{a (g_1 + g_2)^{r_2}}{g_1^{r_1} g_2^{r_2}} &= A \\ r_1 &= B \\ g_1 + g_2 &= C \\ r_2 &= D \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

izlazi napokon:

$$y' = A x^B \left(1 - \frac{x}{C}\right)^D \dots \dots \dots (24)$$

To bi dakle u principu bio oblik tražene funkcije prirašćivanja. Prema cijelom toku izvoda moraju i njeni paramenti svi da budu pozitivni. Iz nje izlazi odmah na prvi pogled, da y' mora da bude jednako nuli ne samo pri apscisi $x = 0$, već i pri apscisi $x = C$. Vremensko područje od O do C imalo bi dakle načelno da uključi u sebi sve karakteristične pojave prirašćivanja.

Naravski da ova jednadžba, sasvim formalno uzeto, dopušta za x i iznose veće od C , pa i iznose negativne. No ovi iznosi apscisa ne dolaze za nas uopće u obzir, pošto mi promatramo samo ordinate unutar vremenskih granica O i C . Također bi ordinate ovih besmislenih za nas apscisa bile uostalom (kao što je to već u pogledu jednadžbe 17 istaknuo C z u b e r, a jamačno već i P e a r s o n) najvećim dijelom imaginarne s obzirom na to, da oba eksponenta jednadžbina moraju u pravilu da budu slomljeni brojevi.

2. Analitička verifikacija.

Da jednadžba 24 može potpuno da okarakteriše prosječni tok prirašćivanja, pokazat će nam razmatranja njenih analitičkih svojstava. Ta se razmatranja svode u glavnom na prvu i drugu njenu derivaciju. Prva njena derivacija glasi:

$$y'' = A x^{B-1} \left(1 - \frac{x}{C}\right)^{D-1} \left(B - \frac{B+D}{C} x\right) \dots \dots (25)$$

Uvrsti li se ovamo iznos $x = 0$, onda odovud izlazi ili $y'' = 0$ ili $y'' = \infty$ ili napokon $y'' = A$, već prema tome, da li je B veće od 1 ili manje od 1 ili napokon = 1.

U prvom slučaju ($B > 1$) predstavlja funkcija 24 krivulju, koja iz ishodišta koordinata izlazi tangencijalno na apscisnu os, dakle krivulju, o kojoj je bilo govora pri spominjanju krivulje y' na sl. 1. To je dakle slučaj, koji za krivulje prirašćivanja faktično i jedini dolazi u obzir.

U drugom slučaju ($B < 1$) izlazila bi krivulja 24 iz ishodišta koordinatskog u smjeru tangencijalnom na ordinatnu os, t. j. pod pravim kutem, dok bi u slučaju $B = 1$ izlaz krivulje 24 iz ishodišta koordinatskog bio pod izvjesnim šiljatim kutem sa iznosom A kao faktorom smjera. No ova dva slučaja, ma da su po jednadžbi još mogućí, ne dolaze kod prirasta zapravo u obzir, pa se stoga nećemo na njih više ni osvrnati.

Stavi li se $x = C$, onda uz uslov $D > 1$, koji kod prirasta mora faktično uvijek i da bude, izlazi iz jednadžbe 25 iznos $y'' = 0$. U starosti C mora dakle krivulja 24 da se u apscisnu os povрати samo u smjeru tangencijalnom na tu os (radi $y'' = 0$), pa se dakle i u ovom pogledu krivulja 24 podudara sa prirasnom krivuljom prema slici 1.

Stavimo li napokon već a priori $y'' = 0$, pa riješimo li onda ovu jednadžbu po x , onda iz nje — kao glavno riješenje — izlazi za x izraz:

$$x = \frac{BC}{B + D} \dots \dots \dots (26)$$

koji predstavlja apscisu jedine kulminacione tačke krivuljine. Ako se naime ova apscisa uvrsti u drugu derivaciju funkcije 24, koja glasi:

$$y''' = \frac{A}{C^2} x^{B-2} \left(1 - \frac{x}{C}\right)^{D-2} \left[B(B-1) C^2 - \right. \\ \left. - 2BC(B + D - 1)x + (B + D)(B + D - 1)x^2 \right] \dots (27)$$

onda za y''' izlazi iznos negativan.

Osim spomenutog glavnog riješenja po x dopušta jednadžba $y'' = 0$ još dva takova riješenja. To bi (naravski uz spomenute uslove $B > 1$ i $D > 1$, o kojima jedino vodimo i računa) bila riješenja: $x = 0$ i $x = C$. Uvrste li se (svaka za sebe) u jednadžbu 27 ove dvije vrijednosti za x , onda (već prema tome, da li je $B < 2$ ili $B = 2$ ili pak $B > 2$ dotično da li je $D < 2$ ili $D = 2$ ili pak $D > 2$) izlaze za y''' na dotičnim mjestima iznosi, prema kojima se u ishodištu koordinatskom dotično pri apscisi C nalazi ili minimum ili pak infleksiona tačka, i jedno i drugo naravski u samoj apscisnoj osi dotično (u slučaju infleksione tačke) sa samom tom osi kao tangentom krivuljinom.

Stavi li se napokon već a priori $y''' = 0$, pa riješi li se onda ova jednadžba po x , onda iz nje izlazi za x dvovrijednosni izraz:

$$x_{1,2} = \frac{BC}{B+D} \left(1 \mp \frac{1}{\sqrt{B\left(1 + \frac{B-1}{D}\right)}} \right) \quad (28)$$

koji određuje apscise obiju infleksionih tačaka krivuljinih unutar područja $O < x < C$. Ordinate tih tačaka jednako su (kao što vidimo) udaljene od maksimalne ordinate (sa apscisom prema jednadžbi 26), što međutim ipak ne znači, da bi time krivulja 24 bila prema ordinati kulminacione tačke simetrična. Ako se naime apscise obiju infleksionih tačaka uvrste jedna za drugom u spomenutu jednadžbu (24), dobit će se za y' dva različita iznosa, koji baš i jesu različiti radi asimetrije krivuljine.

Krivulja 24 bila bi prema ordinati kulminacione tačke simetrična samo uz uslov $B = D$, koji ali za nas ovdje nikako ne dolazi u obzir.

3. Gornja vremenska granica priraščivanja.

Funkcija 24 ima dakle, kao što vidimo, sva karakteristična svojstva prirasnih krivulja i može da prosječni tok priraščivanja okarakteriše pod kakvimgod mu drago eventualnostima. S druge strane njezin parametar C označuje, kao što vidjesmo, gornju vremensku granicu prirasne aktivnosti dotično starost, koju šumska stabla — sudeći po cijelom njihovom razvoju motrenom do izvjesne vremenske tačke — mogu vjerojatno još da dožive. Pokušao sam stoga, da na osnovi jednog konkretnog niza prirasnih iznosa i pripadnih im iznosa starosti ispitam, do kojeg poprilici iznosa može uopće da se popne spomenuti parametar.

Za aproksimativno rješenje ovoga zadatka potrebno je, da su nam poznata barem četiri razna y' - iznosa zajedno sa pripadnim im x - iznosima, jer (kao što vidimo) jednadžba 24 sadrži četiri parametra, koji — uzeti kao nepoznanice — mogu da se za konkretan kakav slučaj priraščivanja izračunaju samo na osnovi najmanje četiriju jednadžbi sa poznatim vrijednostima za x i y' .

Izračunavanje ovih četiriju parametara daje naravski mnogo pouzdaniji rezultat, ako se izvodi po metodi najmanjih kvadrata i to dakako na osnovi većega broja koordinatskih parova, nego što u jednadžbi ima parametara. No taj je postupak i mnogo duži, naročito u ovom slučaju, pošto jednadžba 24 nije s obzirom na parametre, a ni uopće, linearna. S druge pak strane meni se ovdje baš i ne radi o e g z a k t n o m izračuna-

nju i k tome još svih spomenutih parametara, već tek o tome, da si pribavim približnu orijentaciju o spomenutoj granici. Ja sam dakle u tu svrhu primijenio onu prvu t. j. jednostavniju i bržu metodu, pa ću stoga ovdje da ujedno izvedem formulu za izračunavanje spomenute granice.

Postavimo li četiri jednadžbe sa poznatim već koordinatama ($x_1, y_1'; x_2, y_2'; \dots$), dakle:

$$\left. \begin{aligned} y_1' &= Ax_1^B \left(1 - \frac{x_1}{C}\right)^D \\ y_2' &= Ax_2^B \left(1 - \frac{x_2}{C}\right)^D \\ y_3' &= Ax_3^B \left(1 - \frac{x_3}{C}\right)^D \\ y_4' &= Ax_4^B \left(1 - \frac{x_4}{C}\right)^D \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (29)$$

onda iz njih međusobnom divizijom i potom logaritmovanjem izlaze najprije slijedeće tri jednadžbe:

$$\left. \begin{aligned} B \log \frac{x_2}{x_1} + D \log \frac{1 - \frac{x_2}{C}}{1 - \frac{x_1}{C}} &= \log \frac{y_2'}{y_1'} \\ B \log \frac{x_3}{x_1} + D \log \frac{1 - \frac{x_3}{C}}{1 - \frac{x_1}{C}} &= \log \frac{y_3'}{y_1'} \\ B \log \frac{x_4}{x_1} + D \log \frac{1 - \frac{x_4}{C}}{1 - \frac{x_1}{C}} &= \log \frac{y_4'}{y_1'} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30)$$

Označe li se poznati faktori ovih jednadžbi jednostavnijim izrazima i to:

$$\left. \begin{aligned} \log \frac{x_2}{x_1} &= \beta_2; \log \frac{y_2'}{y_1'} = \eta_2 \\ \log \frac{x_3}{x_1} &= \beta_3; \log \frac{y_3'}{y_1'} = \eta_3 \\ \log \frac{x_4}{x_1} &= \beta_4; \log \frac{y_4'}{y_1'} = \eta_4 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (31)$$

onda sistem jednadžbi pod 30, uz daljnje pojednostavnjenje, dobiva oblik:

$$\left. \begin{aligned} B\beta_2 + D \log \frac{C-x_2}{C-x_1} &= \eta_2 \\ B\beta_3 + D \log \frac{C-x_3}{C-x_1} &= \eta_3 \\ B\beta_4 + D \log \frac{C-x_4}{C-x_1} &= \eta_4 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (32)$$

koji dozvoljava laku eliminaciju nepoznanica B i D . Eliminiramo li najprije B , onda izlaze jednadžbe:

$$\left. \begin{aligned} D \left(\beta_2 \log \frac{C-x_3}{C-x_1} - \beta_3 \log \frac{C-x_2}{C-x_1} \right) &= \beta_2 \eta_3 - \beta_3 \eta_2 \\ D \left(\beta_2 \log \frac{C-x_4}{C-x_1} - \beta_4 \log \frac{C-x_2}{C-x_1} \right) &= \beta_2 \eta_4 - \beta_4 \eta_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (33)$$

a odovud međusobnim podjeljenjem konačna jednadžba:

$$\frac{\beta_2 \log \frac{C-x_3}{C-x_1} - \beta_3 \log \frac{C-x_2}{C-x_1}}{\beta_2 \log \frac{C-x_4}{C-x_1} - \beta_4 \log \frac{C-x_2}{C-x_1}} = \frac{\beta_2 \eta_3 - \beta_3 \eta_2}{\beta_2 \eta_4 - \beta_4 \eta_2} \dots \dots \dots (34)$$

sa C kao jedinom nepoznanicom. Međutim se C ne da odovud odrediti drugačije, nego tek postepenim kušanjem, pri čem se u jednadžbu uvršćuju razne za C već unaprijed suponirane vrijednosti, pa se na kraju kao najbolja zadrži ona, koja jednadžbu najbolje zadovoljava. Na taj način možemo principijelno da se onoj vrijednosti za C , koja bi strogo odgovarala datenim koordinatskim parovima, približimo sa tačnošću kojom god mu drago.

Ja sam ovo izračunavanje izvršio na osnovi izvjesnih iznosa iz toka prirašćivanja u visinu, što ga prema podacima prof. G u t t e n b e r g a pokazuju smrekove sastojine I. bonitetnog razreda u Tirołu. Kao što rekoh ranije, na str. 45 spomenutog svoga djela navodi G u t t e n b e r g kao tok rasteńja srednje sastojinske visine na tom bonitetu, i to od decenija do decenija i do starosti od 150 godina, visinske iznose sabrane (u decimetrima) u priloženoj tabeli 2. Tok ovih visinskih iznosa (y) u zavisnosti njihovoj od starosti (x) prikazuje (kao što rekoh) krivulja y na sl. 1. Diferencije tih iznosa, podijeljene prema formuli 4 sa 10 i (prema već ustaljenom običaju) pridijeljene sredinama dotičnih perioda, kao da dospijevaju baš u

Tabela 2.

x	y	x	y	x	y
10	14	60	228	110	345
20	53	70	260	120	358
30	100	80	287	130	370
40	147	90	310	140	381
50	190	100	329	150	391

Tabela 3.

x	y'	x	y'	x	y'
5	14	55	38	105	16
15	39	65	32	115	13
25	47	75	27	125	12
35	47	85	23	135	11
45	43	95	19	145	10

tim sredinama, sadržane su (u centimetrima i pod oznakom y') u priloženoj tabeli 3.

Ovaj niz y' - iznosâ trebao sam zapravo u smislu jednadžbe 4 da označim sa $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, što je međutim sporedno s obzirom na činjenicu, da on (u apsolutnom pomanjkanju boljega) ima faktično da predstavi y' - niz prema jednadžbi 24. Iz toga empirijskog niza upotrijebio sam za određenje parametra C iznose pripadne apscisama 5, 55, 95, 145. Kao što vidimo, ovi su iznosi na cijelo vremensko područje od 5 do 145 god. porazdjeljeni u podjednakim intervalima (koliko je to u pogledu jednakosti bilo ovdje uopće moguće) počinjući ujedno, kao što to i treba da bude, sa najnižim dadenim vremenskim iznosom. Oni stoga daju najviše izgleda za dovoljnu tačnost parametarskih iznosa izračunanih samo iz četiri para koordinata.

Logaritme potrebne za ovo računanje izvadio sam iz Veginih tabela sa mantisama na 10 decimala (Vega Georg:

Thesaurus logarithmorum completus, Leipzig 1794). Preciznost ovih tabela iskoristio sam, gdje je to bilo potrebno (pri interpolaciji), do krajnjih mogućih granica. Za konstantni izraz na desnoj strani jednadžbe 34 (označimo ga kratko sa K) izlazi prema tome računu, sa zaokruženjem na 6 decimala, iznos $K = 0.529.562$. Veći broj decimala nisam ovdje naveo (ma da sam faktično računao sa mnogo većim brojem decimala), jer to, kao što ćemo odmah vidjeti, nije bilo ni potrebno. Ispravan iznos za C može dakle praktički da bude samo onaj, koji po uvrštenju u varijabilni izraz $F(C)$ na lijevoj strani iste jednadžbe daje za taj izraz vrijednost 0.529.562. U spomenuti varijabilni izraz uvrstio sam za C postepeno svega sedam vrijednosti. One su, zajedno sa pripadnim iznosima za $F(C)$, sadržane u priloženoj tabeli 4. Prvih pet iznosa za $F(C)$ zaokruženo je na šest decimala, a zadnja dva na devet.

Tabela 4.

C	$F(C)$
305	0.356.427
1.005	0.397.576
100.005	0.409.762
200.005	0.409.818
500.005	0.409.852
1,000.005	0.409.863.620
100,000,000.005	0.409.874.516

Iz tabele izlazi, da sa rastenjem vrijednosti za C raste i vrijednost za $F(C)$, no da ova posljednja — ma da je C prekoraciло već i astronomski iznos od sto milijardi godina — stoji još uvijek daleko ispod navedenog K -iznosa imajući očito tendenciju da mu se sasvim približi tek u beskonačnosti. Tako bi se dakle starost, do koje smrekova stabla dotično sastojine na spomenutom bonitetu mogu prema navedenom toku priraščivanja prosječno još da žive i rastu, protezala sve do u beskonačnost. To uostalom izlazi već i iz samog grafičkog prikaza spomenutog toka (krivulja y' na sl. 1.), koji je pri desnom kraju već skoro paralelan sa apscisnom osi, ma da još nije prekoraciла ni starost od 150 godina. Na lošijim stobjinskim bonitetima stvar je još izrazitija, jer, kao što je to poznato, na lošijim je bonitetima visinski prirast u mladosti slabiji, a u starosti jači i izdržljiviji nego na boljim.

Koliko mi je poznato, sličan tok pri desnom kraju visinsko-prirasne, pa naravski i sadržinsko-prirasne krivulje rezultira iz svih novijih prirasno-prihodnih tabela, što očito znači, da bi skrajnja granica, koju prosječno može da dosegne život i rastenje stabla dotično sastojine, imala da se protegne do u beskonačnost. Ali kako da se ovo dovede u sklad sa poznatom činjenicom, da većina stabala u sastojinama prestaje rasti i ugiba čak i rano, pa da i ostala stabla mogu da dožive u najboljem slučaju tek oko pol do jednog milenija ili eventualno i nešto više (i to kod drugih, izdržljivijih vrsta drveća) prestavši naravski već i prije toga da rastu u visinu? Razjašnjenje, držim, nije teško.

Krivulje prirašćivanja iz prirasno-prihodnih tabela predstavljaju, kao što je poznato, p r o s j e č a n tok razvoja, a osim toga spomenute tabele sadrže tok rastenja dotično prirašćivanja samo do starosti, u kojoj sastojine kao cjelina pokazuju još d o s t a d o b r o uspijevanje. Njihov prirast u toj starosti, ma da je već daleko ispod onoga, što ga one pokazuju u doba najboljeg razvoja, ipak je još uvijek takav, k a o d a će sastojina — sudeći po cijelom dotadanjem toku razvoja — rasti sve do u beskonačnost. No senilna slabost koja nakon toga sve više i sve jače preotimlje maha, djeluje na tok rastenja ne tek sama po sebi, već još i u toliko, što nju neizbježno i sve više prate razna oboljenja, koja napokon prekinu nit života i razvoja daleko ranije, nego li bi to inače bio slučaj.

Ma da dakle stabla i sastojine mogu da žive i rastu samo do prilično ograničenog broja godina, to je ipak njihov razvoj sve do postignuća izvjesne, ekonomski još dopustive starosti, sa kojom uopće prestaje svako promatranje razvoja, još uvijek takav, k a o d a će — ma i u sve slabijem ritmu — trajati sve do u vječnost. I za nas stoga, kad se radi o analitičkom ograničenju razvoja stabala i sastojina, nije zapravo važno ono, što se f a k t i č n o zbiva po prekoračenju starosti ekonomski još dopustive, već što bi m o g l o da se zbude, kad senilnost ne bi u sve jačoj mjeri bila pomagana i patološkim procesima. Mi dakle bez bojazni za ispravnost analitičkog izraza, kojim prosječni tok prirašćivanja ima da se okarakteriše sve do nastupa starosti ekonomski još dopustive, možemo da gornju granicu razvoja protegnemo sve do u vječnost, što naravski ne može da ostane bez utjecaja na samu vanjsku formu osnovne naše jednadžbe (24).

II. FUNKCIJE PRIRAŠĆIVANJA SA BESKONAČNOM GORNJOM VREMENSKOM GRANICOM.

1. Kollerova funkcija.

Prema slici 2 i prema predzadnjoj jednadžbi pod 23 može parametar C da bude beskonačan samo posredstvom beskonačnosti desnog svoga dijela (g_2), dok g_1 , kao i $r_1 = B$ može kod prirasnih nizova da bude samo konačno. Ako su dakle veličine g_1 i r_1 konačne, onda to isto važi i za njihov kvocijenat:

$$\frac{r_1}{g_1} = q \quad \dots \dots \dots (35)$$

pa prema tome (posredstvom jednadžbe 20 i zadnjih dviju jednadžbi pod 23) također za kvocijenat:

$$\frac{r_2}{g_2} = \frac{D}{C - g_1} = q \quad \dots \dots \dots (36)$$

otkud za D izlazi izraz:

$$D = q(C - g_1) \quad \dots \dots \dots (37)$$

Uvrstimo li ovaj izraz u jednadžbu 24, ali uzmemo li pri tom u obzir i prvobitni oblik parametra A , koji izlazi iz prve jednadžbe pod 23, onda (s obzirom i na ostale jednadžbe pod 23) izlazi:

$$y' = \frac{a}{g_1^B} \left(\frac{C}{C - g_1} \right)^{q(C - g_1)} x^B \left(1 - \frac{x}{C} \right)^{q(C - g_1)}. \quad (38)$$

Nakon nekoliko jednostavnih transformacija (pri čem u glavnom dolaze do izražaja operacije sa eksponentima, zatim vertikalna premiještanja i diobe) dobiva se odovud:

$$y' = \frac{a \left(1 - \frac{g_1}{C} \right)^{qg_1}}{g_1^B \left(1 - \frac{g_1}{C} \right)^{qC}} \cdot x^B \cdot \frac{\left(1 - \frac{x}{C} \right)^{qC}}{\left(1 - \frac{x}{C} \right)^{qg_1}} \quad \dots \dots (39)$$

Postane li C beskonačno, onda se u ovoj zadnjoj jednadžbi brojnik prvog glavnog razlomka reducira na a , dok nazivnik drugoga glavnog razlomka (postajući jednakim jedinici) ispada sasvim iz računa. Naprotiv nazivnik prvoga i brojnik drugoga razlomka primaju po poznatom pravilu infinitezimalnog računa oblike:

$$g_1^B \lim_{C \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{g_1}{C}\right)^{qC} = g_1^B e^{-qg_1} \quad (40)$$

dotično:

$$\lim_{C \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x}{C}\right)^{qC} = e^{-qx} \quad (41)$$

gdje je e baza naravnih logaritama. Jednadžba 39 prima prema tome pod uplivom ovih promjena oblik:

$$y' = \frac{a e^{qg_1}}{g_1^B} x^B e^{-qx} \quad (42)$$

iz kojega uz uvrštenje:

$$\frac{a e^{qg_1}}{g_1^B} = A \quad (43)$$

izlazi konačno:

$$y' = A x^B e^{-qx} \quad (44)$$

gdje naravski nije A identično sa onim pod 24.

Time smo dakle došli do prirasne funkcije, koja već i formalno vodi računa o tome, da kod šumskih stabala i sastojina prirasna krivulja do starosti ekonomski još dopustive izgleda, kao da će rasteenje potrajati sve do u vječnost (naravski sa tendencijom neprestanog približavanja prirasta prema nuli). Kao što vidimo, ova funkcija nije ništa drugo, već neposredna posljedica pune prilagodljivosti osnovne funkcije (24) na oblik prirasne krivulje, kako se on kod šumskih stabala i sastojina prosječno očituje do starosti ekonomski još dopustive. Funkcija 24, primijenjena na prirasne krivulje ovakovih oblika, prelazi prema tome već sama po sebi neposredno u funkciju 44 i (pored ove) postaje u takvim slučajevima bespredmetnom.

Na način sličan postupku sadržanom u jednadžbama 21 do 24 izlazi i funkcija 44 iz jedne jednadžbe, koju je izveo već P e a r s o n, a koju C z u b e r navodi na str. 24 i 29 spomenutog svoga djela. Samo naravski, pošto ova funkcija stoji savim postrance od cilja, koji je lebdio pred očima spomenutim autorima, oni je nisu ni izveli, pa ni nikakvom mišlju uopće taknuli (koliko mi je barem poznato).

Izvedemo li u jednadžbi 44 supstituciju:

$$e^q = Q \quad \dots \dots \dots (45)$$

onda iz nje izlazi poznata K o l l e r o v a funkcija priraščivanja:

$$y' = A x^B Q^{-x} \quad \dots \dots \dots (46)$$

koja, kao što vidimo, nije zapravo ništa drugo, već posebna jedna forma jednadžbe 44.

K o l l e r je ovu funkciju postavio u formi razlomka i drugačijim slovima za parametre (vidi br. 6, str. 34), što međutim ne mijenja na stvari ništa. Postavljajući je bez ikakova izvođenja preuzeo ju je K o l l e r zapravo od Danca G r a m a, samo s tom razlikom, da ju je G r a m preporučio kao jednadžbu r a s t e n j a, a K o l l e r kao jednadžbu p r i r a š č i v a n j a, što je svakako ispravnije. Krivulja priraščivanja opada naime već za života stablova dotično njegova vrha (kod visinskog prirasta razmjerno čak i vrlo rano), dok opadanje krivulje rastenja može da se zamisli samo kao pojav posmrtnog raspadanja, koji u okviru razmatranja o samom rastanju (kao izrazitom pojavu života i životne energije) zapravo ni ne spada. S druge strane već i sam pojam fiziološkog rastenja u očitoj je suprotnosti sa pojmom opadanja, koji je uz jednadžbu 46, pa naravno i 44 i 24, svakako vezan.

Da li je i G r a m jednadžbu 46 postavio bez izvođenja ili ju je baš formalno izveo i na kojem principu, nije mi poznato, jer G y l d e n f e l d t izvješćujući o njoj u časopisu »Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen« od 1880. godine (str. 240) ne navodi u tom pogledu ništa.

2. Piščeva funkcija.

a) Izvod

Kad smo već za funkciju priraščivanja prihvatili načelo, da gornja njena vremenska granica (barem kod šumskih stabala i sastojina) ima da seže do u beskonačnost, onda sa jednadžbama 44 i 46 nije sasvim iscrpljena zaliha ovakovih funkcija izvedivih strogo iz osnovne funkcije priraščivanja (24 dotično 22).

Vidjeli smo, da su svi parametri u jednadžbama 17 i 20 pozitivni. No jednadžba 20 ostaje faktično nepromijenjena, ako se npr. pred oba izraza na desnoj njenoj strani stave i negativni predznaci, t. j.

$$\frac{r_1}{g_1} = \frac{-r_2}{-g_2} \quad \dots \dots \dots (20a)$$

Uvrste li se u jednadžbu 22 ovi negativni predznaci, dobit će ona oblik:

$$y' = \frac{a(g_1 - g_2)^{-r_2}}{g_1^{r_1}(-g_2)^{-r_2}} x^{r_1} \left(1 - \frac{x}{g_1 - g_2}\right)^{-r_2} \dots \quad (47)$$

Ako se izraz u zadnjoj zagradi stavi na zajednički nazivnik, onda se brojnik prvoga i nazivnik (novo-nastalog) drugog razlomka krata međusobno, pri čem u brojniku prvog razlomka preostaje samo još izraz a , dok nazivnik drugog raz-

lomka otpada sasvim. Ako se zatim izraz $(-g_2)^{-r_2}$ iz nazivnika prvog razlomka premjesti pod još preostali brojnik spomenutog drugog razlomka, t. j. pod izraz $(g_1 - g_2 - x)^{-r_2}$, onda mogu ova dva izraza da se stave pod zajednički eksponent, te da se zatim (kao brojnik i nazivnik istoga razlomka) izmnože oboje sa (-1) . Time jednadžba 47 dobiva sada oblik:

$$y' = \frac{a}{g_1^{r_1}} x^{r_1} \left(\frac{g_2 - g_1 + x}{g_2}\right)^{-r_2} \dots \quad (48)$$

a ako se ovaj transformira s obzirom na negativnost eksponenta, dobiva se dalje:

$$y' = \frac{a g_2^{r_2}}{g_1^{r_1}} \cdot \frac{x^{r_1}}{(g_2 - g_1 + x)^{r_2}} \dots \quad (49)$$

Kao što vidimo, g_2 mora i ovdje — jednako kao i kod prijašnjih izvoda — da bude veće od g_1 (pa da prema tome, naravno u istom omjeru, bude također i $r_2 > r_1$). Inače bi naime y' moglo eventualno da izide i kao negativno, što je pak s obzirom na pozitivni karakter prirasta nedopustivo. Osim toga dovođio bi odnos $g_1 > g_2$ nužno i do toga, da pri izvjesnom (od nule većem) iznosu za x padne nazivnik desnog (varijabilnog) razlomka na samu nulu, posljedicom čega bi bio iznos $y' = \infty$, što bi također bilo u protivnosti sa stvarnošću. Svome teoretskom zadatku može dakle zadnja jednadžba da sasvim udovolji samo uz uslov $g_2 > g_1$, dotično i $r_2 > r_1$, koji je međutim (kao što ćemo odmah vidjeti) i lako ispunjiv.

S druge strane da bi g_2 bilo beskonačno, kao što je to npr. slučaj u jednadžbama 38—41 (s obzirom na predzadnju jednadžbu pod 23), to sada nije nikako potrebno, jer i sada ostaje $y' > 0$ sve do u vječnost i tek pri apscisi $x = \infty$ mora y' (radi odnosa $r_2 > r_1$) da padne na nulu. Varijabilni razlomak zadnje jednadžbe može naime da se transformira na oblik:

$$\frac{x^{r_1}}{(g_2 - g_1 + x)^{r_2}} = \left(\frac{g_2 - g_1}{x^{r_2}} + x^{1 - \frac{r_1}{r_2}} \right)^{-r_2} \quad (50)$$

u kojem za slučaj $x = \infty$ pada prvi sumand na nulu. Da pak drugi sumand uzmogne u tom slučaju da postane beskonačno velikim, pa da prema tome y' uzmogne da padne na nulu, uslov je $r_2 > r_1$. To je dakle osnovni uslov za ispravnost jednadžbe 49 i tome uslovu trebamo, a i možemo da udovoljimo već a priori. Treba naime u tu svrhu samo da se stavi:

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= c - 1 \\ r_2 &= c + 1 \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

gdje c nosi parametarski karakter i mora da bude veće od 1.

S obzirom na jednadžbu 20 moraju prednji iznosi da sačinjavaju razmjjer:

$$\frac{c - 1}{c + 1} = \frac{g_1}{g_2} \quad (52)$$

iz kojega izlazi:

$$g_1 = \frac{c - 1}{c + 1} g_2 \quad (53)$$

gdje, kao što vidjesmo, g_2 (isto tako kao i g_1 i c) mora da bude konačna veličina.

Uvrsti li se ovaj zadnji izraz, jednako kao i izrazi pod 51, u jednadžbu 49, onda iz nje nakon izvjesnih stezanja i kraćenja izlazi:

$$y' = a g_2^2 \left(\frac{c + 1}{c - 1} \right)^{c - 1} \frac{x^{c - 1}}{\left(\frac{2 g_2}{c + 1} + x \right)^{c + 1}} \quad (54)$$

Stavi li se sada:

$$\left. \begin{aligned} a g_2^2 \left(\frac{c + 1}{c - 1} \right)^{c - 1} &= A \\ \frac{2 g_2}{c + 1} &= b \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

gdje A , kao što vidimo, ima drugačije značenje nego dosad, onda tražena funkcija priraščivanja dobiva konačan oblik:

$$y' = \frac{A x^{c-1}}{(b+x)^{c+1}} \quad (56)$$

gdje također moraju dakako svi parametri da budu pozitivni. Time smo ujedno dobili funkciju sa istim osnovnim svojstvima kao i kod funkcija 44 i 46, ali sa izrazitom jednom prednosti prema dosadanjim funkcijama, koju ćemo upoznati kasnije.

b) Analitička verifikacija

Funkcije 44, 46 i 56 razlikuju se, kao što vidjesmo, od osnovne funkcije priraščivanja zapravo samo po tome, što je kod njih gornja granica priraščivanja već a priori pomaknuta do u beskonačnost, dok osnovna funkcija vodi računa i o konačnoj granici. S obzirom na to može s pravom da se predmijeva, da i ove druge tri funkcije imaju sva ona svojstva, koja su potrebna za punu karakterizaciju toka priraščivanja unutar granica starosti ekonomski još dopustive. Za funkciju 46 dokazao je to u punoj mjeri sam K o l l e r. S obzirom na potpunu stvarnu koincidenciju njegove funkcije sa funkcijom 44 važi njegov dokaz i za ovu funkciju. Meni dakle preostaje da to faktično dokažem samo za funkciju 56, jedno zato što se ta funkcija u formalnom pogledu bitno razlikuje od onih pod 44 i 46, a drugo i radi formulisanja njenih karakterističnih tačaka.

Uvrsti li se u nju za x iznos 0, onda iz nje, doklegod je $c > 1$, slijedi iznos $y' = 0$. Kako ovo kod funkcije priraščivanja mora faktično i da bude to otud slijedi, da c mora svakako da bude veće od 1.

Uvrsti li se u nju iznos $x = \infty$, onda iz nje, kao što je to pokazano već na jednadžbi 49, mora opet da izide $y' = 0$, a na to nas, kao što vidjesmo, upućuje već i sam tok prirasnih krivulja, kako se on očituje poslije kulminacije prirasta pa do starosti ekonomski još dopustive.

No na koji način izlazi krivulja 56 iz samoga ishodišta koordinatskog i kako se na kraju opet vraća u apscisnu os?

Prvi diferencijalni kvocijenat naše funkcije glasi:

$$y'' = \frac{A x^{c-2} [b(c-1) + 2x]}{(b+x)^{c+2}} \quad (57)$$

Uvrsti li se ovamo iznos $x = 0$, onda za y'' izlazi ili iznos 0 ili iznos $\frac{A}{b^2}$ ili pak iznos ∞ , već prema tome, da li je $c > 2$ ili pak $c = 2$ ili napokon $c < 2$.

U prvom slučaju, izlazeći iz ishodišta koordinatskog u smjeru tangencijalnom na apscisnu os, odgovara i krivulja 56 krivulji y' na sl. 1, dok drugi i treći slučaj, ma da su po jednadžbi još mogući, ne dolaze kod prirasnih krivulja zapravo u obzir.

Pri primjeni jednadžbe 56 na krivulje prirašćivanja mora dakle da za parametar c izide svakako iznos veći od 2.

Uvrstimo li sada u jednadžbu 57 za x iznos ∞ , onda iz nje može da izide samo iznos $y'' = 0$, jer x u nazivniku stoji pod većim eksponentom nego u brojniku. Otud pak slijedi, da se i krivulja 56 vraća u apscisnu os samo u smjeru tangencijalnom na tu os, kao što to prema toku konkretnih prirasnih krivulja mora zaista i da bude.

Stavimo li napokon već a priori $y'' = 0$, pa riješimo li onda ovu jednadžbu po x , onda iz nje — kao glavno riješenje — izlazi za x izraz:

$$x = \frac{b(c-1)}{2} \dots \dots \dots (58)$$

koji predstavlja apscisu jedine kulminacione tačke krivuljine. Ako se naime ova apscisa uvrsti u drugi diferencijalni kvocijental funkcije 56, koji glasi:

$$y''' = \frac{Ax^{c-3} [b^2(c-1)(c-2) - 6b(c-1)x + 6x^2]}{(b+x)^{c+3}} \dots \dots \dots (59)$$

onda za y''' izlazi iznos negativan.

Osim spomenutog glavnog riješenja po x dopušta jednadžba $y'' = 0$ još dva takova riješenja. Prvo od njih (naravno) bilo bi: $x = 0$, a drugo: $x = \infty$. Uvrsti li se u jednadžbu 59 prva od ove dvije vrijednosti, onda iz te jednadžbe — već prema tome, da li je $c < 3$ ili pak $c = 3$ ili napokon $c > 3$ — izlaze za y''' iznosi, prema kojima se u ishodištu koordinatskom nalazi ili minimum krivulje 56 ili pak njena infleksiona tačka (i to sa samom apscisnom osi kao tangentom u toj tački). Uvrsti li se pak u zadnju jednadžbu iznos $x = \infty$, onda ona radi većeg eksponenta u nazivniku mora svakako da daje samo iznos: $y''' = 0$, a to isto važi i za sve daljnje derivacije jednadžbine. Krivulja 56 nema dakle pri apscisi $x = \infty$ ni infleksione tačke: ni pravog minimuma; ona se tek približuje prema apscisnoj osi kao prema svojoj asimptoti, što unutar granica starosti ekonomski još dopustive čine (kao što vidjesmo) i prirasne krivulje.

Stavi li se napokon već unaprijed $y''' = 0$ pa riješi li se onda ova jednačba po x , onda iz nje izlazi za x dvovrijednosni izraz:

$$x_{1,2} = \frac{b(c-1)}{2} \left(1 \mp \sqrt{\frac{c+1}{3(c-1)}} \right) \dots \dots (60)$$

koji određuje apscise obiju infleksionih tačaka krivuljinih, nalaznih naravski desno od ordinatne osi, pošto vidjesmo, da c mora svakako da bude veće od 2. Jedino je naime uz ovaj uslov izraz pod korijenom manji od 1, tako da obje infleksione tačke moraju da padnu s desna od ordinatne osi: prva lijevo od kulminacione tačke, a druga desno, kako to odgovara i krivulji y' na sl. 1.

Iz svega prednjega vidimo dakle, da i krivulja 56 može da prosječni tok prirašćivanja, kako se on očituje do starosti ekonomski još dopustive, okarakterise sasvim strogo.

III. PRIMJEDBE K FUNKCIJAMA PRIRAŠĆIVANJA.

Funkcije prirašćivanja, same za sebe, ne mogu za praktičnu primjenu da imaju onakovog značenja, kakovo može da se pripiše funkcijama rastenja. Razlog je tome okolnost, da prirast kao diferencija između dva po dva susjedna y - iznosa ne može u svrhu ispitivanja svoga toka da se mjeri direktno, već tek može da se indirektno izvede iz postepeno izmjerenih y - iznosa. Tako je to barem u ogromnoj većini slučajeva, t. j. kod sadržinskog prirasta uvijek, a kod visinskog prirasta u velikoj većini slučajeva — izuzevši jedino (i to opet samo kadšto) slučajeve, gdje imamo posla sa stablima četinjača, koje se razgranjuju pršljenasto.

Radi toga svakako je naravnije, ako se i pravilni tok prirašćivanja (u smislu analitičke krivulje) izvodi ne direktno iz samih funkcija prirašćivanja, već indirektno iz funkcija rastenja.

S druge strane iznosi prirasta, izvedeni ovako putem diferencija iz izmjerenih y - iznosa, jače su opterećeni pogreškama mjerenja nego sami y - iznosi. Može doduše da se desi, da dva uzastopna y - iznosa budu izmjerena pogrešno, a da pri tom iznos prirasta (iz njih izveden) ostane ipak bespogrešan, što bi bilo, kad bi kod oba y - iznosa pogreške mjerenja imale i isti predznak i isti iznos. No jednako je vjerovjatan i slučaj obrnutih predznakova, u kojem se slučaju obje pogreške mjerenja pri izvođenju prirasta iz izmjerenih y - iznosa kumuliraju, pa stoga amplituda pogrešnosti (da se tako izrazim) izlazi kod prirasta duplo većom nego kod same osnovne mu veličine.

To je što se tiče apsolutnih iznosa pogrešnosti. Relativna pak pogrešnost (izražena u procentima) tereti prirast — u poređenju prema samoj y -veličini — još kud i kamo jače nego apsolutna pogrešnost, i to radi mnogo manjeg iznosa prirasta u poređenju prema iznosu same y -veličine.

Pogreške u izmjeri prirasta umanjuju se doduše, ako y -iznose mjerimo u većim distancijama vremena, recimo svake desete godine. No tako dobiveni iznosi prirasta, kao prosječni godišnji iznosi, udaljuju se već više ili manje od onih iznosa, koji bi prema pravilnoj krivulji priraščivanja imali faktično da padnu vremenski baš u polovice pojedinih perioda. Istina, u mnogo slučajeva može ovakav prosječni iznos prirasta skoro na dlaku tačno da se smatra, kao da je dospio (uslijedio) baš u polovici periode, što biva u doba, kad je krivulja priraščivanja približno pravna. No kad se ona jače savija, onda ovakav prosječni iznos ne spada po svojoj veličini tačno u polovicu svoje periode, već ili nešto prije ili nešto kasnije (t. j. prema smjeru, u kojem se krivulja savija).

Ove diferencije prema sredinama perioda nisu doduše kod 10-godišnjih perioda velike, ali su ipak takove, da u zajednici sa već spomenutom manjkavošću u ustanovljivanju prirasta znatno smanjuju preciznost teoretskih prirasnih krivulja — izvedenih na osnovi ovako manjkavog osnovnog materijala — u poređenju prema preciznosti teoretskih krivulja raste nja, izvedenih na osnovi materijala svakako pouzdanijeg.

Radi toga i jer mi direktno mjerimo ne šam prirast, već osnovne mu veličine, imaju jednadžbe raste nja svakako više smisla i praktičnog značenja.

C) FUNKCIJE RASTENJA.

I. KOLLEROVA FUNKCIJA.

Funkcije priraščivanja nisu, kao što znamo, ništa drugo, već prve derivacije funkcija raste nja. Stoga se integracijom pripadnih im diferencijala moraju naravno da dobiju funkcije raste nja. Iz funkcije 44, koja zapravo nije ništa drugo, već analitički podesniji oblik funkcije 46, izlazi kao prethodni, nedovršeni još oblik funkcije raste nja izraz:

$$y \equiv A \int_0^x x^B e^{-qx} dx \dots \dots \dots (61)$$

koji može da se dovrši i za primjenu udesi samo putem tzv.

parcijalne integracije. Prije toga nešto ćemo ga ujednostavniti putem supstitucije:

$$-qx = \xi \quad \dots \quad (62)$$

otkud obrnuto izlazi:

$$x = -\frac{\xi}{q}; \quad dx = -\frac{d\xi}{q} \quad \dots \quad (63)$$

Uvrstimo li ova tri izraza u jednadžbu 61 i imamo li pri tom u vidu obje integracione granice, zamjenom kojih mijenja se ujedno i predznak integrala, dobit će ta jednadžba oblik:

$$y = \frac{A(-1)^B}{q^{B+1}} \int_{-qx}^0 \xi^B e^{\xi} d\xi \quad \dots \quad (64)$$

Konstantni izraz, koji se ovdje nalazi pred samim integralom, pustit ćemo prethodno iz vida, a i sam integral uzet ćemo prethodno u neodređenoj formi, t. j. bez obzira na granice, i označit ćemo ga kratko sa:

$$I_0 = \int \xi^B e^{\xi} d\xi \quad \dots \quad (65)$$

Po poznatoj formuli:

$$\int u \cdot dv = uv - \int v \cdot du \quad \dots \quad (66)$$

gdje ima da bude:

$$u = \xi^B; \quad dv = e^{\xi} \cdot d\xi \quad \dots \quad (67)$$

izlazi sada za I_0 izraz:

$$I_0 = \xi^B e^{\xi} - B \int \xi^{B-1} e^{\xi} d\xi \quad \dots \quad (68)$$

gdje je integral u suptrahendu (označimo ga kratko sa I_1) sa svim analogan integralu pod 65. Zato on uz supstitucije:

$$u = \xi^{B-1}; \quad dv = e^{\xi} d\xi \quad \dots \quad (69)$$

dobiva oblik:

$$I_1 = \xi^{B-1} e^{\xi} - (B-1) \int \xi^{B-2} e^{\xi} d\xi \quad \dots \quad (70)$$

Supstituiramo li dalje:

$$u = \xi^{B-2}; \quad dv = e^{\xi} d\xi \quad \dots \quad (71)$$

onda integral u suptrahendu jednadžbe 70 dobiva oblik:

$$I_2 = \xi^{B-2} e^{\xi} - (B-2) \int \xi^{B-3} e^{\xi} d\xi \quad \dots \quad (72)$$

Kad bismo ovako, uz uslov da je B cijeli broj, nastavili sve dotle, dok koeficijent pred integralom u suptrahendu ne padne na iznos $B - B = 0$, dobili bismo kao zadnji parcijalni integral izraz:

$$I_B = \xi^{B-B} e^{\xi} = e^{\xi} \quad \dots \quad (73)$$

Uvrštenjem ovoga zadnjeg integrala u predzadnji (I_{B-1}), ovoga opet u prediduću itd. sve unatrag do I_0 (ovo sve uz istodobno izmnoženje pojedinih parcijalnih integrala sa koeficijentima, koji se pred njima nalaze) bila bi neodređena integracija izraza 64 dovršena, pa bi preostalo samo još da se taj neodređeni integral odredi s obzirom na obje integracione granice. Time bi funkcija rastenja bila data u konačnoj formi.

Za integraciju izraza 64 potrebno je dakle, da nam je parametar B poznat već a priori, t. j. moramo ga ustanoviti već iz funkcije 44, a na način ili elementarni ili po metodi najmanjih kvadrata. Kako pri tom izlazi B u ogromnoj većini slučajeva kao razlomak (s obzirom na beskonačnu množinu razlomaka mogućih teoretski između dva po dva susjedna cijela broja), to bi rješavanje integrala pod 64 imalo u pravilu da dovede do beskonačnog reda, neupotrebitivog naravno za izvod funkcije, o kojoj se radi. Da bismo ipak mogli pri tom svakako da dodemo do reda konačnog, mora B da se zaokruži na cijeli broj. Uz taj uslov, a na opisani način, izlazi za I_0 izraz:

$$I_0 = e^{\xi} \left[\xi^B - B \xi^{B-1} + B(B-1) \xi^{B-2} - \dots - B(B-1)(B-2) \xi^{B-3} + \dots + (-1)^B B(B-1) \dots 3.2.1 \right] \quad (74)$$

S obzirom na laku uočljivost pravila, po kojem jedan iza drugog slijede predznaci pojedinih članova u ovoj alternativnoj sumi, može ona da se napiše i ovako:

$$I_0 = e^{\xi} \left[(-1)^0 \xi^B + (-1)^1 B \xi^{B-1} + (-1)^2 B(B-1) \xi^{B-2} + \dots + (-1)^3 B(B-1)(B-2) \xi^{B-3} + \dots + (-1)^B B! \right] \quad (75)$$

Izvrši li se određenje ovoga neodređenog još integrala s obzirom na spomenute (pod 64) integracione granice, onda jednačba 64 dobiva oblik:

$$y = \frac{A (-1)^B}{q^{B+1}} \left\{ (-1)^B B! - e^{-qx} \left[(-1)^0 (-qx)^B + \right. \right. \\ \left. \left. + (-1)^1 B (-qx)^{B-1} + (-1)^2 B(B-1) (-qx)^{B-2} + \right. \right. \\ \left. \left. + (-1)^3 B(B-1)(B-2) (-qx)^{B-3} + \dots + (-1)^B B! \right] \right\} \quad (76)$$

Ako se suptrahend izraza u vitičastoj zagradi i podijeli i pomnoži sa $(-1)^B B!$, onda se ovaj izraz, pošto dolazi i u minuendu, može da stavi pred vitičastu zagradu, čime se brojnik razlomka pred tom zagradom oslobađa od izraza $(-1)^B$. Istodobno se svaki sumand iz uglate zagrade mijenja u toliko, što svagdje ispred qx ispada negativan predznak, te što se ujedno izraz $B!$ iz svakog nazivnika (osim prvoga) krati djelomice ili i sasvim (kod zadnjega) sa brojnikom. Ako se još i sam slijed sumandâ iz uglate zagrade obrne, onda iz gornje jednačbe izlazi konačno:

$$y = \frac{A B!}{q^{B+1}} \left\{ 1 - e^{-qx} \left[1 + qx + \frac{(qx)^2}{2!} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(qx)^3}{3!} + \dots + \frac{(qx)^B}{B!} \right] \right\} \quad (77)$$

To bi dakle bio definitivni oblik jednačbe 64 uz rečeni uslov, da se naime B zaokruži na cijeli broj.

Prof. Guttenberg (spomenuto djelo, str. 61) veli o jednačbi 77, koja prema Kollerovom načinu pisanja izgleda kompliciranijom, da je preveć komplicirana, a da bi mogla da nađe primjenu u praksi. Osim ovog čisto praktičnog prigovora može toj jednačbi da ih se stavi i nekoliko čisto teoretskih. Jedan od njih bio bi taj, da ona posredstvom svojih parametara — koji ili svi (po Kollerovom predlogu) ili barem djelomice (B) moraju da se izračunaju iz jednačbe 44 — stavlja svoje y -iznose u zavisnost od pronađenih (empirijskim putem) y' -iznosa, t. j. iznosa koji su iz razloga malo prije spomenutih svakako manje pouzdani od samih pronađenih y -iznosa. Osim toga samo zaokruživanje parametra B uzrokom je izvjesnoj pogrešnosti te Kollerove funkcije, pogrešnosti koja to jače mora da dode do izražaja što je manji sam po se-

bi taj parametar i što jače u pojedinom slučaju mora on da se zaokružanjem promijeni.

Po mojem gornjem izvodu, koji se u mnogočem razlikuje od Kollerovog, izlazi ova Kollerova funkcija u čisto formalnom pogledu znatno jednostavnijom nego po Kollerovom izvodu i po originalnim njegovim oznakama, jer ju je on izveo iz jednadžbe 46, koja je (kao što rekoh) analitički nepodesnija od jednadžbe 44, od koje sam pri gornjem izvodu pošao ja. No ni sada još ne gubi jednadžba 77 nikako onaj nepovoljni karakter, što joj ga spomenutom izjavom pripisuje Guttenberg.

Ako bi se od parametara jednadžbe 77 samo B računao iz jednadžbe 44, onda bi se konstantni, ali sastavljeni izraz pred glavnom zagradom morao da zamijeni jednim jedinim parametarskim izrazom (novim naravski).

II. PIŠČEVE FUNKCIJE.

1. Osnovna funkcija.

Ako se i brojnik i nazivnik na desnoj strani jednadžbe 56 podijeli sa:

$$x^{c-1} = x^{c+1-2} \dots \dots \dots (78)$$

onda iz nje jednostavnom daljnjom transformacijom izlazi diferencijal:

$$dy = Ax^{-2} \left(1 + \frac{b}{x}\right)^{-c-1} dx \dots \dots (79)$$

a odovud:

$$y = A \int_0^x x^{-2} \left(1 + \frac{b}{x}\right)^{-c-1} dx \dots \dots (80)$$

Stavimo li sada:

$$\frac{b}{x} = \xi \dots \dots \dots (81)$$

otkud obrnuto izlazi:

$$x = b\xi^{-1}; dx = -b\xi^{-2} d\xi \dots \dots (82)$$

pa uvrstimo li sva ova tri izraza u jednadžbu 80, onda iz nje

stezanjem i s obzirom na nove integracione granice u smislu jednadžbe 81 kao i s obzirom na poznato pravilo, da se međusobnom zamjenom integracionih granica mijenja ujedno i predznak integrala, izlazi:

$$y = \frac{A}{b} \int_{\frac{b}{x}}^{\infty} (1 + \xi)^{-c-1} d\xi \quad \dots \quad (83)$$

Stavimo li nadalje:

$$1 + \xi = \eta \quad \dots \quad (84)$$

otkud obrnuto izlazi:

$$\xi = \eta - 1; d\xi = d\eta \quad \dots \quad (85)$$

pa uvrstimo li sve ovo u jednadžbu 83, onda iz nje izlazi:

$$y = \frac{A}{b} \int_{1+\frac{b}{x}}^{\infty} \eta^{-c-1} d\eta = \frac{A}{bc} \left(1 + \frac{b}{x}\right)^{-c} \quad \dots \quad (86)$$

Izvedemo li napokon u zadnjoj jednadžbi supstituciju:

$$\frac{A}{bc} = a \quad \dots \quad (87)$$

onda iz nje izlazi konačni oblik tražene funkcije rastenja t. j.

$$y = \frac{a}{\left(1 + \frac{b}{x}\right)^c} \quad \dots \quad (88)$$

koji bi u formi analognoj jednadžbi 56 glasio također:

$$y = a \left(\frac{x}{b+x}\right)^c \quad \dots \quad (88a)$$

Kao što vidimo, ovaj zadnji oblik funkcije razlikuje se od funkcije 56 samo po tome, što je ovdje i u brojniku i u nazivniku eksponent jedan te isti. Prema tome je dakle ova funkcija rastenja jednostavnija od pripadne joj funkcije prirašćivanja, što je sasvim u suglasju sa oblicima pripadnih im krivulja. Dok naime veći iznos eksponenta u nazivniku jednadžbe 56 vuče krivulju prirašćivanja nakon kulminacije sve više prema apscisnoj osi, to jednakost eksponenta u jednadžbi 88-a ne dopušta kod krivulje rastenja nigda i nikakovog opa-

danja. Iznos naime u zagradi, koji je pri $x = 0$ također jednak nuli, nakon toga neprestano raste konvergirajući (sa rastenjem apscise do u beskonačnost) prema iznosu 1, što se još bolje vidi iz prvog funkcijnog oblika (pod 88).

Kao granični iznos y - veličine prema gore izlazi dakle konačni i asimptotički iznos a , dok iz verifikacije jednadžbe 56 izlazi, da y - veličina (rastući neprestano od iznosa 0 do iznosa a) prolazi kroz jednu jedinu infleksionu tačku određenu (u pogledu apscise) jednadžbom 58.

Osim toga iz verifikacije jednadžbe 56 izlazi, da krivulja 88 izlazi iz ishodišta koordinata u smjeru tangencijalnom na apscisnu os, te da na isti način konvergira i prema (paralelnoj sa apscisnom osi) asimptoti a , što je sve u suglasju sa oblikom y -krivulje na sl. 1.

Prednja jednadžba ima dakle sva svojstva potrebna za karakterizovanje rastenja, kako je ono predloženo na slici 1. Krivulja, koja izlazi iz te jednadžbe, mora prema tome da se dovoljno priljubljuje uz konkretne krivulje rastenja (nacrtane na osnovi podataka izmjere). No poznato je s druge strane, da stepen prilagodljivosti, s kojim se izvjesna teoretska krivulja priljubljuje uz daden kakav niz y - iznosâ, ne zavisi samo od općeg karaktera dotične funkcije, već i od broja parametara u njoj. Što je veći broj tih parametara, to — kod principijelno ispravnog karaktera funkcije — mora da bude veća i priljubljujivost.

Broj parametara u jednadžbi 88 može da se poveća samo još s jednim, i to onim koji može da se postavi direktno iznad samoga x . To bi onda bila jednadžba, koju sam na spomenutom mjestu priopćio i u pogledu priljubljujivosti demonstrirao 1930. godine. Na kraju ove studije izvest ću posebno ovaj općenitiji oblik zakona rastenja, no moram ujedno već sada da istaknem, da njegova praktična primjena zadaje razmjerno mnogo više posla nego primjena funkcije 88, premda se ni kod ove funkcije ne izračunavaju parametri baš udobno i brzo. Ni ona naime (jednako kao i K o l l e r o v a) ne spada u red funkcija linearnih, radi čega je i kod nje pri izračunavanju parametara potrebno dosta logaritmovanja i antilogaritmovanja i osim toga pri izračunavanju po metodi najmanjih kvadrata mora cijeli posao da se bar još par puta ponovi. Toga radi podvrći ćemo je izvjesnoj modifikaciji, kako bi se od nje dobila funkcija, kod koje je nepotrebno i ovo ponavljanje računa, a i bilo kakav posao sa logaritmima — razmjerno najveći i najmučniji dio cijeloga posla.

2. Pojednostavnjeni oblik funkcije.

Nazivnik funkcije 88 može lako da se razvije u tzv. binomski red, obično beskonačan, pošto c samo sasvim izuzetno može da bude cijeli broj. Na taj način iz spomenute funkcije izlazi funkcija:

$$y = \frac{a}{1 + \binom{c}{1} \frac{b}{x} + \binom{c}{2} \frac{b^2}{x^2} + \binom{c}{3} \frac{b^3}{x^3} + \dots \text{in inf.}} \quad (89)$$

koja uz supstitucije:

$$\left. \begin{aligned} a &= A; \binom{c}{1} b = B; \\ \binom{c}{2} b^2 &= C; \binom{c}{3} b^3 = D; \dots \end{aligned} \right\} \dots \quad (90)$$

prima ujednostavnjeni oblik:

$$y = \frac{A}{1 + \frac{B}{x} + \frac{C}{x^2} + \frac{D}{x^3} + \frac{E}{x^4} + \dots} \quad (91)$$

sa A, B, C, \dots kao parametrima. Što je više u funkciji tih parametara dotično u nazivniku članova (počevši od lijeva pa na desno), to se ona dadenom kakvom nizu y - iznosâ prilagođuje sve bolje.

Kao što vidimo, ova funkcija — pri ograničenom broju članova u nazivniku — predstavlja samo približno funkciju 88. Što je broj spomenutih članova manji, to se ona više udaljuje (s principijelnog gledišta) od funkcije 88. Ipak međutim vidimo iz nje već na prvi pogled, da pri kolikomgod broju članova u nazivniku (počevši od 2 pa prema gore) mora za slučaj $x = 0$ da izide i $y = 0$, dok pri $x = \infty$ izlazi $y = A$. U ovom je dakle pogledu funkcija 91 bezuvjetno suglasna sa funkcijom 88. Što se pak tiče ostalih karakteristika, one kod funkcije 91 (uzevši ovdje u obzir i njenu derivaciju) zavise o broju članova u nazivniku dotično o broju parametara. Kod izvjesnih brojeva parametara može i ova funkcija da ima sva ona karakteristična svojstva, što ih kao funkcija rastenja treba da ima. Kod izvjesnih pak brojeva parametara manjkaju joj ili neka ili i sva ta svojstva (osim onih dvaju, što smo ih baš vidjeli malo prije). Svakako međutim broj parametara (dotično članova u nazivniku) ne bi smio da bude manji od 4, no s druge strane ni kod najvećih zahtjeva u pogledu prilagodljivosti uz dane y - nizove nije potrebno da bude veći od 6. Pri tom bi — koliko mi

je to moguće već sada prosuditi — ona donja granica u broju parametara imala da važi za tok rasteinja visine, a ova gornja za tok rasteinja drvne mase.

Funkcija 91 ne predstavlja međutim — po izravnoj formi svojoj — još uvijek ono, za čim se ovdje ide. Kao što naime vidimo, ni ona sama nije još linearna. No zato je (s obzirom na parametre kao nepoznanice) potpuno linearna njoj recipročna funkcija:

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{A} + \frac{B}{A}x^{-1} + \frac{C}{A}x^{-2} + \frac{D}{A}x^{-3} + \dots \quad (92)$$

koja uz supstitucije:

$$\frac{1}{A} = \alpha; \frac{B}{A} = \beta; \frac{C}{A} = \gamma; \frac{D}{A} = \delta; \dots \quad (93)$$

dobiva definitivan oblik:

$$y^{-1} = \alpha + \beta x^{-1} + \gamma x^{-2} + \delta x^{-3} + \epsilon x^{-4} + \dots \quad (94)$$

sa $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ kao novim parametrima. Ova dakle funkcija dopušta udobno i razmjerno brzo izračunavanje parametara, bilo to po metodi elementarnoj ili pak po metodi najmanjih kvadrata. Iz poznatih pak parametara funkcije 94 dobivaju se parametri funkcije 91 uz jednostavno obrnuće pojedinih izraza pod 93 t. j. po formulama:

$$A = \frac{1}{\alpha}; B = A\beta; C = A\gamma; \dots \quad (95)$$

No taj postupak nije baš ni potreban, jer na osnovi poznatih iznosa za α, β itd., pa prema tome i za y^{-1} izlazi y - iznos za kojegod starost kao jednostavna recipročna vrijednost iznosa y^{-1} . Na ovaj način dolazimo dakle do y - niza prema funkciji 91 bez potrebe da uopće poznajemo same parametre te funkcije. Njihovu zadaću vrše naime indirektno parametri funkcije 94.

D.) IZRAČUNAVANJE PARAMETARA.

Primjena funkcija rasteinja nije moguća bez poznavanja konkretnih iznosa za njihove parametre. Stoga moram da za funkcije 88 i 94 razložim u glavnim linijama i princip izračunavanja tih iznosa. Kao što rekoh, parametri mogu da se izračunaju ili po metodi elementarnoj ili pak po metodi najmanjih kvadrata.

I. IZRACUNAVANJE PO METODI ELEMENTARNOJ.

Za izračunavanje po ovoj metodi potrebno je, kao što vidjesmo, da nam je poznato samo onoliko koordinatnih parova, koliko u funkciji ima parametara (nepoznanica). Po uvrštenju ovih parova (svakoga zasebno) u dotičnu funkciju dobiva se isto tolik broj »posredovnih« jednadžbi, iz kojih onda mogu više ili manje lako da se izračunaju nepoznanice.

Kako je funkcija 94 (s obzirom na parametre kao nepoznanice) sasvim jednostavna linearna jednadžba, to je kod nje ovaj postupak sasvim jednostavan, pa se na njega neću uopće ni osvrtni. Moram međutim da ga u glavnom pokažem za funkciju 88, iz koje s pomoću tri poznata koordinatska para izlaze posredovne jednadžbe:

$$\begin{aligned} y_1 &= a \left(1 + \frac{b}{x_1} \right)^{-c} \\ y_2 &= a \left(1 + \frac{b}{x_2} \right)^{-c} \dots \dots \dots (96) \\ y_3 &= a \left(1 + \frac{b}{x_3} \right)^{-c} \end{aligned}$$

Eliminacijom nepoznanice a izlaze odovud jednadžbe:

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_2}{y_1} &= \left(\frac{x_2 (b + x_1)}{x_1 (b + x_2)} \right)^c \\ \frac{y_3}{y_1} &= \left(\frac{x_3 (b + x_1)}{x_1 (b + x_3)} \right)^c \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (97)$$

čijim logaritmovanjem i međusobnim podjeljenjem biva eliminirana i nepoznanica c , pa preostaje samo još jednadžba:

$$\frac{\log \frac{x_3}{x_1} + \log \frac{b + x_1}{b + x_3}}{\log \frac{x_2}{x_1} + \log \frac{b + x_1}{b + x_2}} = \frac{\log \frac{y_3}{y_1}}{\log \frac{y_2}{y_1}} \dots \dots \dots (98)$$

sa b kao nepoznanicom. Slično kao jednadžba 34 može i ova jednadžba da se riješi samo postepenim kušanjem sa raznim za b već unaprijed suponiranim iznosima, čime možemo da se onom iznosu za b , koji bi dadenim koordinatskim parovima odgovarao sasvim strogo, približimo sa tačnošću kojomgod mu drago. S pomoću iznosa utvrđenog ovako za b daje se onda iz kojegod jednadžbe pod 97 izračunati iznos za c , a s pomoću poznatih iznosa za b i c iz kojegod jednadžbe pod 96 iznos za a .

Ovaj način izračunavanja parametara imao bi sam za sebe smisla samo onda, kad bi svi izmjerom dobiveni y -iznosi u zajednici sa pripadnim x -iznosima bili članovima pravilne jedne krivulje i to pravilne baš u smislu datene funkcije, što međutim ne može nigda da se desi. Kako dakle konkretne krivulje rasteđa mogu samo — više ili manje — da budu nepravilne (radi pogrešaka u mjerenju, a i radi zbiljnih individualnih nepravilnosti, koje ne mogu da se sasvim uklone ni putem aritmetičkih sredina od velikog broja iznosâ), to rezultat ovakvog računanja parametara daje za jedan te isti parametar iznose različite, pa i vrlo različite, već prema tome, koja su tri para koordinata uzeta za bazu računanja. Pojedini iznosi jednoga te istoga parametra izračunani ovako s pomoću raznih sistema od tri po tri koordinatska para moraju dakle jedni drugima da protuslove (pa i vrlo jako), a što je još gore, mi ne možemo na ovaj način da ustanovimo, koji je od tih međusobno protuslovnih parametarskih sistema najvjerojatniji.

Ove neprilike mogu da se uklone samo ako se parametri izračunavaju po metodi najmanjih kvadrata, u koju svrhu trebaju da se kao baza za računanje uzmu istodobno svi raspoloživi koordinatski parovi, a ne samo toliko njih, koliko u funkciji ima parametara.

II. IZRAČUNAVANJE PO METODI NAJMANJIH KVADRATA.

Kao što spomenuh, u slučaju funkcije 94 ovo je izračunavanje jednostavnije nego u slučaju funkcije 88, pa ću stoga da započnem s njime.

1. Izračunavanje za funkciju 94.

Jednostavnosti radi suponirat ću ovdje samo 4 parametra u funkciji. Za više od 4 parametra postupak je sasvim analogan. Također ću već sada (daljnjeg pojednostavnjenja radi) izvesti u jednadžbi 94 supstitucije:

$$x^{-1} = b; \quad x^{-2} = c; \quad x^{-3} = d \quad (99)$$

čime ona dobiva oblik:

$$y^{-1} = a + b\beta + cy + d\delta \quad (100)$$

Izmjerom y -veličinâ ($y_1, y_2, \dots, y_n; n > 4$), koje odgovaraju raznim x -iznosima, dobivaju se više manje nepravilni, a i pogrešni iznosi h_1, h_2, \dots, h_n , koji, ako se nanesu kao ordinate k pripadnim apscisama, daju jednu više manje nepravilnu krivulju. Isto tako nepravilna krivulja dobit će se, ako se k po-

jedinim x - iznosima kao apscisama nanesu kao ordinate recipročni iznosi $h_1^{-1}, h_2^{-1}, \dots, h_n^{-1}$. Između ovih iznosa i pripadnih im y^{-1} -iznosa prema jednadžbi (koji kao teoretski imaju — u formi sasvim pravilne krivulje — da teku što bolje kroz sredinu sistema tačaka određenog spomenutim nepravilnim h^{-1} - iznosima) moraju da postoje izvjesne, prethodno još nepoznate diferencije:

$$\left. \begin{aligned} x_1^{-1} = y_1^{-1} - h_1^{-1} &= \alpha + b_1 \beta + c_1 \gamma + d_1 \delta - h_1^{-1} \\ x_2^{-1} = y_2^{-1} - h_2^{-1} &= \alpha + b_2 \beta + c_2 \gamma + d_2 \delta - h_2^{-1} \\ &\dots \dots \dots \\ x_n^{-1} = y_n^{-1} - h_n^{-1} &= \alpha + b_n \beta + c_n \gamma + d_n \delta - h_n^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (101)$$

od kojih svaka može jednako da bude pozitivna kao i negativna. Pojednostavnjenja radi staviti ćemo ovdje:

$$\left. \begin{aligned} x_1^{-1} = \lambda_1; \quad x_2^{-1} = \lambda_2; \quad \dots \quad x_n^{-1} = \lambda_n \\ h_1^{-1} = l_1; \quad h_2^{-1} = l_2; \quad \dots \quad h_n^{-1} = l_n \end{aligned} \right\} \quad (102)$$

pa time gornji sistem diferencija dobiva formu:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \alpha + b_1 \beta + c_1 \gamma + d_1 \delta - l_1 \\ \lambda_2 &= \alpha + b_2 \beta + c_2 \gamma + d_2 \delta - l_2 \\ &\dots \dots \dots \\ \lambda_n &= \alpha + b_n \beta + c_n \gamma + d_n \delta - l_n \end{aligned} \right\} \quad (103)$$

Očito je, da iznosi ovih diferencija zavise od toga, kako ve konkretne iznose imaju parametri $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Svakom drugačijem sistemu tih konkretnih parametarskih iznosa odgovara naime drugačiji sistem λ - iznosa i obrnuto. Najvjerojatnijim pak parametarskim sistemom smatra se po teoriji najmanjih kvadrata onaj sistem, koji kao posljedicu ima jednadžbu:

$$S = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \dots + \lambda_n^2 = \text{Minim.} \quad (104)$$

dotično s obzirom na sistem pod 103 jednadžbu:

$$\begin{aligned} S &= (\alpha + b_1 \beta + c_1 \gamma + d_1 \delta - l_1)^2 + \\ &+ (\alpha + b_2 \beta + c_2 \gamma + d_2 \delta - l_2)^2 + \dots \\ &\dots + (\alpha + b_n \beta + c_n \gamma + d_n \delta - l_n)^2 = \text{Minim.} \quad (105) \end{aligned}$$

Medutim ova suma diferencijskih kvadrata može da dade minimum samo uz poznate uslove:

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial \beta} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial \gamma} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial \delta} = 0 \quad (106)$$

t. j. ako se parcijalne derivacije ove sume po pojedinim nepoznicama (α, β, \dots) stave jednakima nuli. Po izvršenju ovih operacija dobivaju se iz nje jednadžbe:

$$\left. \begin{aligned} & (\alpha + b_1 \beta + c_1 \gamma + d_1 \delta - l_1) + (\alpha + b_2 \beta + c_2 \gamma + \\ & + d_2 \delta - l_2) + \dots + (\alpha + b_n \beta + c_n \gamma + \\ & \qquad \qquad \qquad + d_n \delta - l_n) = 0 \\ & (\alpha + b_1 \beta + c_1 \gamma + d_1 \delta - l_1) b_1 + (\alpha + b_2 \beta + c_2 \gamma + \\ & + d_2 \delta - l_2) b_2 + \dots + (\alpha + b_n \beta + c_n \gamma + \\ & \qquad \qquad \qquad + d_n \delta - l_n) b_n = 0 \\ & (\alpha + b_1 \beta + c_1 \gamma + d_1 \delta - l_1) c_1 + (\alpha + b_2 \beta + c_2 \gamma + \\ & + d_2 \delta - l_2) c_2 + \dots + (\alpha + b_n \beta + c_n \gamma + \\ & \qquad \qquad \qquad + d_n \delta - l_n) c_n = 0 \\ & (\alpha + b_1 \beta + c_1 \gamma + d_1 \delta - l_1) d_1 + (\alpha + b_2 \beta + c_2 \gamma + \\ & + d_2 \delta - l_2) d_2 + \dots + (\alpha + b_n \beta + c_n \gamma + \\ & \qquad \qquad \qquad + d_n \delta - l_n) d_n = 0 \end{aligned} \right\} (107)$$

njih (kao što vidimo) samo 4 na broju, premda su u njima pored nepoznanica $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sadržani podaci svih n pojedinačnih izmjera dotično svi tim izmjerama dobiveni koordinatski parovi.

S obzirom na sistem pod 103 mogu ove 4 jednadžbe da se istim redom kratko napišu i u formi:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n &= 0 \\ \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2 + \dots + \lambda_n b_n &= 0 \\ \lambda_1 c_1 + \lambda_2 c_2 + \dots + \lambda_n c_n &= 0 \\ \lambda_1 d_1 + \lambda_2 d_2 + \dots + \lambda_n d_n &= 0 \end{aligned} \right\} (108)$$

dotično (prema načinu pisanja običajnom u teoriji najmanjih kvadrata) još kraće u formi:

$$\left. \begin{aligned} [\lambda] &= 0 \\ [\lambda b] &= 0 \\ [\lambda c] &= 0 \\ [\lambda d] &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (109)$$

Jednadžbe pod 107 mogu međutim (po izmnoženju izrazâ u zagradama sa faktorima izvan tih zagrada) da se stegnu i ujednostavne i na drugi jedan način i to u glavnom prema samim nepoznicama (α, β, \dots) kao zajedničkim sumandskim faktorima. Na taj način izlaze iz njih tzv. normalne jednadžbe:

$$\left. \begin{aligned} n\alpha + [b]\beta + [c]\gamma + [d]\delta &= [l] \\ [b]\alpha + [bb]\beta + [bc]\gamma + [bd]\delta &= [bl] \\ [c]\alpha + [bc]\beta + [cc]\gamma + [cd]\delta &= [cl] \\ [d]\alpha + [bd]\beta + [cd]\gamma + [dd]\delta &= [dl] \end{aligned} \right\} \quad (110)$$

koje mogu da se po nepoznicama $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ riješe po metodi sasvim jednostavne eliminacije. Po izračunanju tih nepoznanica mogu da se izračunaju i pojedini λ - iznosi iz sistema pod 103, pa da se onda s pomoću jednadžbi pod 108 prekontroliše ispravnost cijeloga posla, t. j. da li se nije gdjeod uvukla kakva gruba računaska pogreška. U slučaju grube pogreške ne mogu naime ove jednadžbe da budu zadovoljene ni izdaleka. Sasvim strogo međutim ne mogu one da budu zadovoljene nikada, i to iz razloga neizbježivih sitnih pogrešaka pri zaokruživanju zadnjih decimala.

Izračunavanje nepoznanica iz sistema pod 110 može da se učini još jednostavnijim, ako se te jednadžbe formalno riješe već unaprijed t. j. ako se za pojedine njihove nepoznanice već unaprijed postave baš izričite formule. U tu svrhu eliminirat ćemo iz njih najprije prvi član (nepoznanicu α), nakon čega štimamo:

$$\left. \begin{aligned} ([b][b] - n[bb])\beta + ([b][c] - n[bc])\gamma + \\ + ([b][d] - n[bd])\delta &= [b][l] - n[bl] \\ ([c][c] - n[cc])\gamma + \\ + ([c][d] - n[cd])\delta &= [c][l] - n[cl] \\ ([c][d] - n[cd])\beta + ([c][d] - n[cd])\gamma + \\ + ([d][d] - n[dd])\delta &= [d][l] - n[dl] \end{aligned} \right\} \quad (111)$$

Stavimo li sada pojednostavnjenja radi:

$$\left. \begin{aligned} [b][b] - n[bb] &= B_1 \\ [b][c] - n[bc] &= B_2 = C_1 \\ [b][d] - n[bd] &= B_3 = D_1 \\ [c][c] - n[cc] &= C_2 \\ [c][d] - n[cd] &= C_3 = D_2 \\ [d][d] - n[dd] &= D_3 \\ [b][l] - n[bl] &= L_1 \\ [c][l] - n[cl] &= L_2 \\ [d][l] - n[dl] &= L_3 \end{aligned} \right\} \quad (112)$$

onda sistem pod 111 dobiva oblik:

$$\left. \begin{aligned} B_1 \beta + C_1 \gamma + D_1 \delta &= L_1 \\ B_2 \beta + C_2 \gamma + D_2 \delta &= L_2 \\ B_3 \beta + C_3 \gamma + D_3 \delta &= L_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (113)$$

Eliminacijom nepoznanice β dobiva se odovud dalje:

$$\left. \begin{aligned} (B_1 C_2 - B_2 C_1) \gamma + (B_1 D_2 - B_2 D_1) \delta &= B_1 L_2 - B_2 L_1 \\ (B_1 C_3 - B_3 C_1) \gamma + (B_1 D_3 - B_3 D_1) \delta &= B_1 L_3 - B_3 L_1 \end{aligned} \right\} (114)$$

Tu ćemo opet pojednostavnjenja radi staviti:

$$\left. \begin{aligned} B_1 C_2 - B_2 C_1 &= C_4 \\ B_1 C_3 - B_3 C_1 &= C_5 = D_4 \\ B_1 D_3 - B_3 D_1 &= D_5 \\ B_1 L_2 - B_2 L_1 &= L_4 \\ B_1 L_3 - B_3 L_1 &= L_5 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (115)$$

pa onda sistem pod 114 dobiva oblik:

$$\left. \begin{aligned} C_4 \gamma + D_4 \delta &= L_4 \\ C_5 \gamma + D_5 \delta &= L_5 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (116)$$

Eliminira li se napokon γ , preostaje još samo jedna jednačba:

$$(C_4 D_5 - C_5 D_4) \delta = C_4 L_5 - C_5 L_4 \dots \dots (117)$$

iz koje izlazi:

$$\delta = \frac{C_4 L_5 - C_5 L_4}{C_4 D_5 - C_5 D_4} \dots \dots \dots (118)$$

Time nam je dakle na osnovi poznatih već iznosa daden konkretni iznos za δ . Kad znamo njega, onda iznos za γ izlazi iz kojegod jednačbe pod 116. Iz nje naime izlaze za γ formule:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{L_4 - D_4 \delta}{C_4} \\ \gamma_2 &= \frac{L_5 - D_5 \delta}{C_5} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (119)$$

od kojih može da se upotrijebi ili jedna ili druga, a najbolje obje, jer se u tom slučaju može već sada da otkrije eventualno postojanje kakove grube računске pogreške. U najmanju ruku pokazat će nam rezultati obiju tih formula, sa koliko decimala trebamo dalje da radimo. Ne vrijedi naime računati dalje recimo sa 10 decimala, ako se rezultati obiju tih formula ne podu-

daraju već u devetoj ili osmoj decimali. Na temelju poznatih iznosa za γ i δ izlazi sada konkretni iznos za β iz kojegod jednadžbe pod 113. Iz prve od tih jednadžbi dobiva se naime:

$$\beta = \frac{L_1 - (C_1 \gamma + D_1 \delta)}{B_1} \dots \dots \dots (120)$$

a slično i iz ostalih. Kad su nam napokon poznata ova tri parametra, onda iznos za α izlazi iz kojegod jednadžbe pod 110. Iz prve od njih izlazi napr. izraz:

$$\alpha = \frac{[l] - ([b] \beta + [c] \gamma + [d] \delta)}{n} \dots \dots (121)$$

Svi ovi računi mogu s pomoću računске mašine da se sasvim mehaniziraju i još znatno ubrzaju, ako se u tu svrhu već unaprijed pripreme podesni tabelarni pregledi. Time međutim nije cijeli posao sasvim gotov, jer ako već izračunavamo konkretne parametarske iznose po metodi najmanjih kvadrata, onda po toj istoj metodi možemo i da utvrdimo stepen pouzdanosti tih računom dobivenih iznosa. O načinu toga utvrđivanja ne mogu međutim ovdje da govorim, jer bi to već prešlo granicu određenu direktnom svrhom ove radnje. O njemu govore gotovo sva bolja djela o izjednačivanju po metodi najmanjih kvadrata.

2. Izračunavanje za funkciju 88.

Kao što sam već u prednjem slučaju rekao, izmjerom y -veličinâ, koje odgovaraju raznim x -iznosima, ne dobivaju se ni izdaleka iznosi, koji bi datenoj funkciji odgovarali strogo. Mjesto njih dobivaju se iznosi h_1, h_2, \dots, h_n (općenito h_i), koji su već i sami po sebi nepravilni, a i opterećeni su pogreškama mjerenja, tako da između svakog teoretskog y -iznosa (prema jednadžbi) i pripadnog mu konkretnog (opažanjem dobivenog) y -iznosa, što smo ga označili sa h_i , mora da postoji izvjesna, pozitivna ili negativna diferencija:

$$z_i = y_i - h_i \dots \dots \dots (122)$$

Obrnuto, ako s tom (prethodno još nepoznatom) diferencijom korigiramo pripadni joj h_i -iznos, izlazi:

$$y_i = \frac{a}{\left(1 + \frac{b}{x_i}\right)^c} = f_i(a, b, c) = h_i + z_i \dots \dots (123)$$

Prednja jednadžba sadrži (u trećem svome dijelu) i formalnu aluziju na to, da y_1 zavisi funkcionalno ne samo od argumenta (x_1), već i od parametara, koji se naravno od slučaja do slučaja (npr. od stojbine do stojbine) mijenjaju. Međutim, kao što vidimo, ova funkcija nije linearno zavisna od svojih parametara, pa se stoga za omogućenje postupka po metodi najmanjih kvadrata mora tek specijalno da preudesi u ovom smjeru, a to može da se izvede s pomoću tzv. T a y l o r o v o g reda. No kako opet iz tehničkih razloga mora ovaj red da se prekine već nakon članova sa prvim parcijalnim derivacijama, pa da se dakle kvadrati i produkti tzv. dopunjaka zanemare, to u našu funkciju moraju već a priori da se za parametre uvrste izvjesni aproksimativni iznosi (a_0, b_0, c_0), koji po mogućnosti trebaju da budu takovi, kako bi im bili potrebni samo još sasvim neznatni pozitivni ili negativni dopunjci (α, β, γ), pa da se po formulama

$$a = a_0 + \alpha; \quad b = b_0 + \beta; \quad c = c_0 + \gamma \quad \dots \quad (124)$$

dobiju traženi (najvjerojatniji) parametarski iznosi. Aproksimativni iznosi a_0, b_0, c_0 mogu da se ustanove po spomenutoj elementarnoj metodi (iz jednadžbi 96—98). Najsigurnije dotično najtočnije dadu se oni na taj način ustanoviti, ako se raspoloživi koordinatski iznosi nanese grafički, pa se onda ta nepravilna krivulja približno izjednači od oka.

Jednadžba 123 izražena na spomenut način s pomoću najnižih članova T a y l o r o v o g reda, t. j.

$$\begin{aligned} h_1 + z_1 &= f_1(a_0 + \alpha, b_0 + \beta, c_0 + \gamma) = \\ &= f_1(a_0, b_0, c_0) + \frac{\partial f_1}{\partial a_0} \alpha + \frac{\partial f_1}{\partial b_0} \beta + \frac{\partial f_1}{\partial c_0} \gamma \quad \dots \quad (125) \end{aligned}$$

oglasila bi dakle:

$$\left. \begin{aligned} h_1 + z_1 &= a_0 \left(1 + \frac{b_0}{x_1}\right)^{-c_0} + \left(1 + \frac{b_0}{x_1}\right)^{-c_0} \alpha - \\ &- \frac{a_0 c_0}{x_1} \left(1 + \frac{b_0}{x_1}\right)^{-c_0 - 1} \beta - a_0 \left(1 + \frac{b_0}{x_1}\right)^{-c_0} \\ &\quad \cdot \left[\text{Log} \left(1 + \frac{b_0}{x_1}\right) \right] \gamma \end{aligned} \right\} \quad (126)$$

Ovdje možemo pojednostavnjenja radi da stavimo:

$$\left. \begin{aligned} \left(1 + \frac{b_0}{x_1}\right)^{-c_0} &= A_1 \\ -\frac{a_0 c_0}{x_1} \left(1 + \frac{b_0}{x_1}\right)^{-c_0 - 1} &= -\frac{a_0 c_0 A_1^{1 + \frac{1}{c_0}}}{x_1} = B_1 \\ -a_0 \left(1 + \frac{b_0}{x_1}\right)^{-c_0} \text{Log} \left(1 + \frac{b_0}{x_1}\right) &= -a_0 A_1 \text{Log} A_1^{-\frac{1}{c_0}} = C_1 \\ h_1 - a_0 \left(1 + \frac{b_0}{x_1}\right)^{-c_0} &= h_1 - a_0 A_1 = H_1 \end{aligned} \right\} (127)$$

Iznosi, što ih predstavljaju ovi izrazi, daju se izračunati, čim su nam poznati iznosi a_0 , b_0 , c_0 . Izrazi A_1 , B_1 , C_1 , H_1 predstavljaju dakle poznate već koeficijente, s pomoću kojih sistem od n jednadžbi, što izlaze iz jednadžbe 126, prelazi u sistem savim jednostavnih jednadžbi oblika:

$$x_1 = A_1 \alpha + B_1 \beta + C_1 \gamma - H_1 \quad \dots \quad (128)$$

Iz ovog pak sistema izlaze na poznat već način normalne jednadžbe:

$$\left. \begin{aligned} [AA] \alpha + [AB] \beta + [AC] \gamma &= [AH] \\ [AB] \alpha + [BB] \beta + [BC] \gamma &= [BH] \\ [AC] \alpha + [BC] \beta + [CC] \gamma &= [CH] \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (129)$$

u kojima, kao što vidimo, fungiraju kao nepoznanice ne sami parametri (kao što je to bio slučaj pod 110, gdje su grčka slova imala drugo značenje), već dopunjci spomenutih približnih parametarskih iznosa. Oni se po izračunanju (analognom onome, što ga predočuju jednadžbe 111—121) uvršćuju u formule pod 124. No gotovo nigda ne dobivaju se time odmah definitivni parametarski iznosi, jer ti dopunjci nakon ovog prvog računskog procesa obično su toliki, da se njihovi kvadrati i produkti ne smiju da zanemare. Toga radi iznosi izrazâ pod 124 (dobiveni ovako prvi puta) smiju da se upotrijebe tek kao novi približni iznosi, s kojima se onda cijeli opisani proces ponavlja. Time dobiveni novi iznosi za α , β , γ moraju da budu manji nego prvi puta (u koliko naravski ne predleži kakva znatnija računska pogreška i u koliko računamo sa dovoljnim brojem decimala), no još uvijek ne moraju da zadovolje ni oni. Ponavljati se stoga mora sve dotle, dok dopunjski iznosi ne padnu u tolikoj mjeri, da se njihovi kvadrati i produkti zaista već mogu da zanemare. Da li je taj slučaj već nastupio, može-

mo da se osvjedočimo kontrolom, što nam je pružaju jednadžbe

$$[zA] = 0; [zB] = 0; [zC] = 0 \dots (130)$$

dobivene na sličan način kao one pod 108 dotično 109. Ako je taj slučaj nastupio, onda imamo ne samo najvjerojatnije iznose parametara, već ujedno možemo da na najjednostavniji način definitivno izračunamo sve potrebne nam y - iznose. Oni naime izlaze onda s dovoljnom tačnošću već iz same jednadžbe 122.

III. REZULTATI RAČUNANJA ZA JEDAN KONKRETNI PRIMJER.

Primjer, o kojem se ovdje radi, sadržan je u tabeli 2. Iznosi te tabele predstavljaju, kao što rekoah, srednje sastojinske visine (u decimetrima), što ih je Gutt enberg za krajeve pojedinih decenija (do 150. godine) postavio za smrekove sastojine I. bonitetnog razreda u Tirolu. Kao što vidimo iz sl. 1, to su već izjednačeni iznosi, no ne po metodi najmanjih kvadrata, već u glavnom grafički i od oka.

1. Za prethodno izračunanje aproksimativnih iznosa a_0, b_0, c_0 po jednadžbama 96—98 upotrijebio sam ordinate, koje odgovaraju apscisama 10, 80 i 150. Nakon kojih desetak pokušaja po jednadžbi 98 zadržao sam, kao već prihvatljiv, iznos $b_0 = 14 \cdot 773.54$, s pomoću kojega sam dalje dobio $c_0 = 4 \cdot 094.228$, $a_0 = 574 \cdot 3874$. S pomoću ovih iznosa dobio sam iz sistema jednadžbi pod 129 iznose: $\alpha = + 13 \cdot 019.9496$, $\beta = - 2 \cdot 5498.0949$, $\gamma = + 0 \cdot 837.605.347$, tako da su sami parametri dobili sada iznose: $a = 587 \cdot 407.3496$, $b = 12 \cdot 2237.3051$, $c = 4 \cdot 931.833.347$. Naravski morao sam da izvedem ponovljenje cijeloga postupka sa ovim novim iznosima kao aproksimativnim. Sada sam pak za dopunjke dobio iznose: $\alpha = - 1 \cdot 1473.5573$, $\beta = - 0 \cdot 440.782.986$, $\gamma = + 0 \cdot 317.830.715$, koji su dakle kud i kako manji nego prvi puta, ali još uvijek sasvim osjetljivi. Potrebno bi dakle bilo svakako još jedno ponovljenje, no ja sam se ovdje zadovoljio i sa ovim rezultatom. Radi toga nisam naravski pojedine konačne y - iznose računao iz jednadžbe 122, već sam u tu svrhu morao da izračunam nove produkte $a_n A_n$, jednake, kao što vidimo iz jednadžbi pod 125—127, iznosima za $f_i(a_0, b_0, c_0)$. Ti iznosi složeni su pregledno u trećem stupcu priložene tabele 5, dok su u drugi stupac radi lakšeg upoređivanja ponovno uvršteni Gutt enbergovi iznosi iz tabele 2. Četvrti stupac sadrži diferencije između podataka drugoga i trećega stupca, t. j. iznose za H_i prema zadnjoj jednadžbi pod

127. Ove diferencije, kao što vidimo, ma da je račun obustavljen već nakon prvog ponavljenja, nisu velike. Krivulja na slici 3 predstavlja grafički samu funkciju, a tačke pokraj nje G u t t e n b e r g o v e visinske iznose.

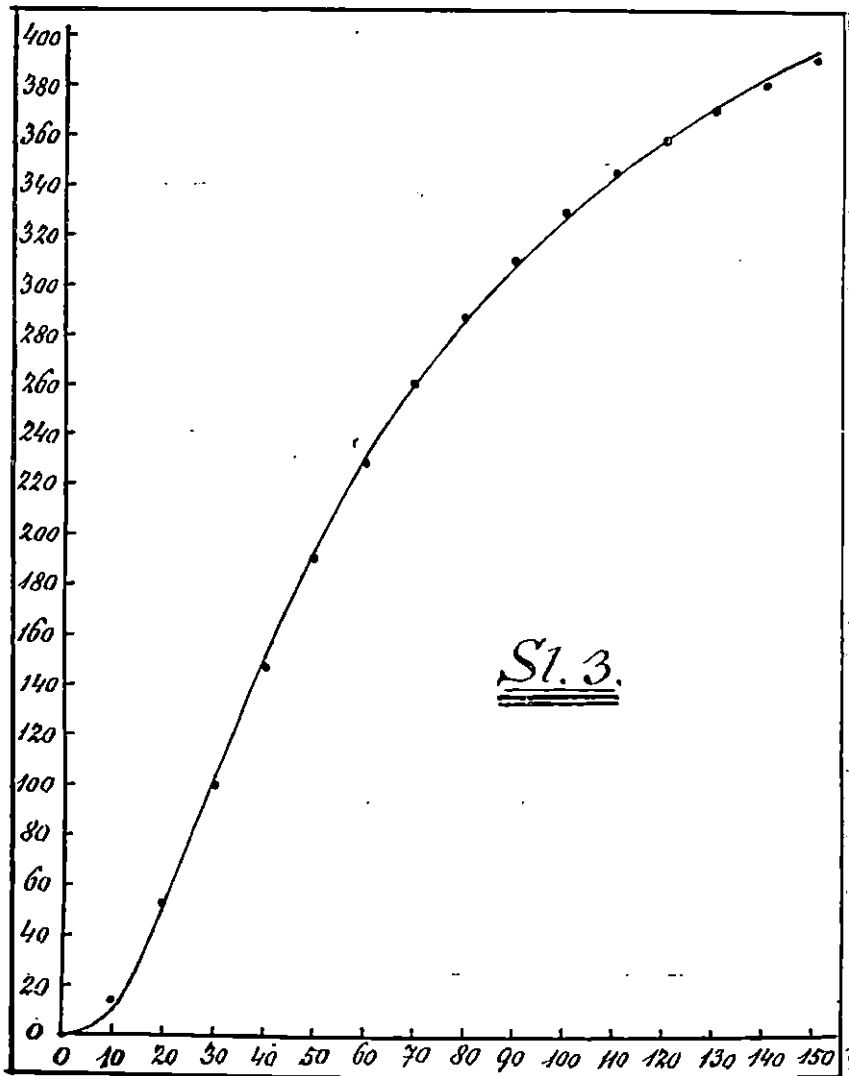
Tabela 5.

x_i	h_i	$a_0 A_i$	H_i
10	14	9.8	+ 4.2
20	53	51.5	+ 1.5
30	100	103.0	- 3.0
40	147	151.2	- 4.2
50	190	193.0	- 3.0
60	228	228.7	- 0.7
70	260	259.1	+ 0.9
80	287	285.0	+ 2.0
90	310	307.3	+ 2.7
100	329	326.7	+ 2.3
110	345	343.6	+ 1.4
120	358	358.5	- 0.5
130	370	371.8	- 1.8
140	381	383.6	- 2.6
150	391	394.2	- 3.2

Logaritmovanja i antilogaritmovanja potrebna ovdje izveo sam s pomoću napomenutih već Veginih tabela na 10 decimala. Uopće sve račune i ovdje i u sljedećim slučajevima izveo sam sa brojevima od najmanje 10 efektivnih cifara.

2. Iz jednadžbe 94 uzeo sam pri izračunavanju parametara u obzir najprije prva 4, a zatim i prvih 5 članova (parametara). Na osnovi njih izračunao sam zatim po formulama pod 95 parametre jednadžbe 91. Svi ti parametri složeni su pregledno u tabeli 6. Parametri za prvi slučaj nalaze se u prva 4 retka.

Kao što vidimo, svi parametri za prvi slučaj pozitivni su, dok je za drugi slučaj jedan od njih negativan. To je naravna



posljedica činjenice, da funkcija 91, makar je proizišla iz funkcije 88, nije s ovom identična.

Iz priložene tabele 7, koja je inače sasvim jednako raspoređena kao i tabela 5, vidi se, da se krivulja y_{91} pri primjeni sa 4 parametra nešto bolje priljubljuje uz Gutttenbergovu empirijsku krivulju, nego li je to bio slučaj sa krivuljom y_{88} . To je i shvatljivo s obzirom na veći broj parametara u njoj, ma

Tabela 6.

a)	$\alpha = + 0\cdot001.814.217.37$	$A = + 551\cdot201.865$
	$\beta = + 0\cdot078.439.399.2$	$B = + 43\cdot235.943.1$
	$\gamma = + 4\cdot352.150.86$	$C = + 2.398\cdot913.67$
	$\delta = + 18\cdot247.424.3$	$D = + 10.058\cdot014.3$
b)	$\alpha = + 0\cdot002.027.830.12$	$A = + 493\cdot137.956$
	$\beta = + 0\cdot037.830.875.8$	$B = + 18\cdot655.840.8$
	$\gamma = + 6\cdot554.101.34$	$C = + 3.232\cdot076.14$
	$\delta = - 23\cdot069.609.1$	$D = - 11.376\cdot499.9$
	$\varepsilon = + 231\cdot462.548$	$E = + 114.142\cdot968$

da ona (kao što vidjesmo) predstavlja tek izvjesnu približnost prema funkciji 88.

Još mnogo bolje podudaranje sa G u t t e n b e r g o v i m. iznosima pokazuje funkcija 91 pri primjeni sa 5 parametara (tabela 6, zadnjih 5 redaka). To podudaranje izlazi iz iznosâ tabele 8, koja je s obzirom na prva 4 stupca sasvim jednako raspoređena kao i tabele 5 i 7. Diferencije između iznosâ u drugom i trećem stupcu tabele tako su naime malene, da ako bismo oba ova visinska niza nanijeli grafički u jednom te istom sustavu i u jednom te istom, običajnom za to mjerilu (za apscise: 1 cm = 10 god., za ordinate 1 m/m = 2 dm), onda se dotične krivulje ne bi već mogle uopće da razluče jedna od druge. Da li međutim okolnost, da se one ipak ne podudaraju sasvim, treba da se pripíše na teret samo teoretičkoj krivulji?

Da bih u tom pogledu mogao da stvorim izvjestan zaključak, obrazovao sam između pojedinih konsektivnih iznosa u 2. tabelinom stupcu diferencije (Δ), a između ovih i na isti način opet diferencije (Δ' , vidi iznose 5. i 6. stupca). Ove druge diferencije nanio sam potom grafički u mjerilu 1 cm = 2 dm.

Tabela 7.

x	y_G	y_{91}	$y_{91} - y_G$
10	14	14·00	+ 0·00
20	53	52·92	- 0·08
30	100	100·60	+ 0·60
40	147	147·48	+ 0·48
50	190	189·76	- 0·24
60	228	226·50	- 1·50
70	260	257·99	- 2·01
80	287	284·87	- 2·13
90	310	307·87	- 2·13
100	329	327·65	- 1·35
110	345	344·75	- 0·25
120	358	359·62	+ 1·62
130	370	372·66	+ 2·66
140	381	384·14	+ 3·14
150	391	394·32	+ 3·32

Pokazalo se, da ove druge diferencije počevši od 50. godine čine jednu izričito nepravilnu krivulju (sl. 4), kojoj je očito razlogom samo okolnost, da je faktično nepravilan i Guttenbergov visinski niz iz 2. stupca tabelinog. Ta je okolnost napokon i lako shvatljiva s obzirom na sam način postanka toga Guttenbergovog niza. Naprotiv krivulja drugih diferencija obrazovanih za funkciju 91 (vidi zadnji stupac tabele) teče i nakon 50. godine sasvim pravilno i to baš kroz sredinu sistema tačaka pripadnih onoj drugoj (nepravilnoj) krivulji izjednačujući ujedno time ovu posljednju.

Neću time nikako da kažem, da je funkcija 91 u primjeni sa 5 parametara upravo savršena. To ona nije već radi spomenute teoretske manjkavosti prema osnovnoj svojoj funkciji (88), od koje se ona uz dadeni y - niz mnogo bolje priljubljuje samo radi znatne premoćnosti u broju parametara. Uza sve to, a radi spomenute svoje manjkavosti, može ona za područje iz-

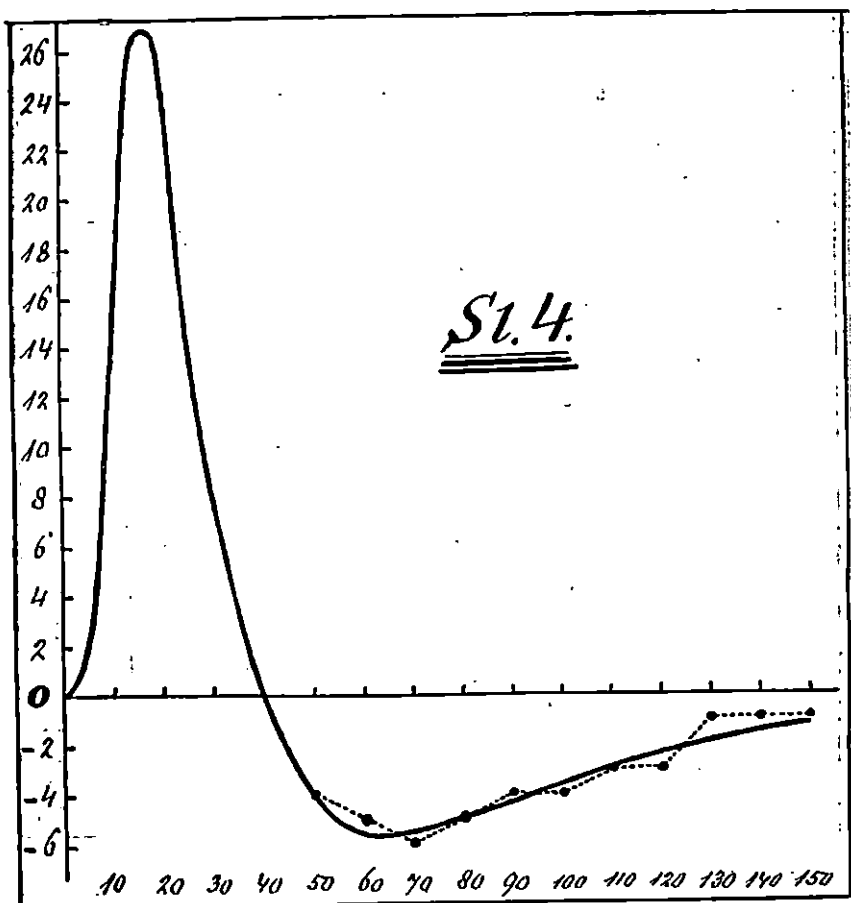
Tabela 8.

x	y_G	y_{91}	$y_{91} - y_G$	Δ_G	Δ'_G	Δ_{91}	Δ'_{91}
10	14	14·00	0·00	14	+14	14·0	+14·0
20	53	53·00	0·00	39	+25	39·0	+25·0
30	100	99·98	-0·02	47	+ 8	47·0	+ 8·0
40	147	147·06	+ 0·06	47	0	47·1	+ 0·1
50	190	190·17	+ 0·17	43	- 4	43·1	- 4·0
60	228	227·79	-0·21	38	- 5	37·6	- 5·5
70	260	259·86	- 0·14	32	- 6	32·1	- 5·5
80	287	286·91	-0·09	27	- 5	27·0	- 5·1
90	310	309·67	-0·33	23	- 4	22·8	- 4·2
100	329	328·86	-0·14	19	- 4	19·2	- 3·6
110	345	345·11	+ 0·11	16	- 3	16·2	- 3·0
120	358	358·94	+ 0·94	13	- 3	13·8	- 2·4
130	370	370·79	+ 0·79	12	- 1	11·9	- 1·9
140	381	381·00	+ 0·00	11	- 1	10·2	- 1·7
150	391	389·87	- 1·13	10	- 1	8·9	- 1·3

među ishodišta koordinatskog i prve desne x -tačke (ako je ovo područje još uvijek dosta veliko) da dadu eventualno i y -iznose sasvim nemoguće. Takav slučaj može da nastupi, ako bi predznak zadnjega parametra (E) bio negativan. No to bi onda bio — izgleda — znak, da broj upotrijebljenih parametara nije dovoljan, pa da treba uzeti još jednoga.

E) MODIFIKACIJA S OBZIROM NA RASTENJE U DEBLJINU.

Poznato je, da za rasteenje i priraščivanje u debljinu, kako se ono očituje baš na najnižem poprečnom prerezu debla, t. j. ondje gdje deblo baš izlazi iz zemlje, važe krivulje analogne krivuljama na slici 1. Stoga za rasteenje i priraščivanje debljine na ovoj najnižoj tački deblve moraju (približno barem) da važe i zakoni sadržani u jednađbama 56 i 88. No zakon sadržan



u jednadžbi 56 važi za prirašćivanje u debljinu čak i onda, ako se ono očituje na kojem god poprečnom prerezu debla, pa tako i na poprečnom prerezu u visini prsiju (13 dm nad zemljom). Samo u ovom slučaju važi taj zakon tek počevši od one starosti (t), u kojoj je stablo baš izraslo do te visine. Ako se u jednadžbu 56 uvrsti sama ova starost t , onda izraz za početni iznos debljinskog prirasta u visini prsiju (tečajnog godišnjeg besprekidnog) glasi:

$$y' = \frac{A t^{c-1}}{(b+t)^{c+1}} \quad \dots \quad (131)$$

Kao što je poznato, taj početni iznos nije baš sasvim malen, čak zna da bude i razmjerno vrlo velik.

Starost t predstavlja dakle ovdje donju granicu x -iznosâ. Kad se stoga radi o tome, da se izvede funkcija rasteñja u visini prsiju, moramo u jednadžbu 80 da kao donju integracionu granicu uvrstimo tu starost, čega radi kao polazna tačka za izvod ove funkcije važi izraz:

$$y = A \int_t^x x^{-2} \left(1 + \frac{b}{x}\right)^{-c-1} dx \quad \dots \quad (132)$$

Uvrstimo li ovamo izraze pod 81 i 82, onda odovud stezanjem i s obzirom na nove integracione granice u smislu jednadžbe 81 izlazi izraz:

$$y = -\frac{A}{b} \int_{\frac{b}{t}}^{\frac{b}{x}} (1 + \xi)^{-c-1} d\xi \quad \dots \quad (133)$$

koji opet po uvrštenju izrazâ pod 84 i 85 prelazi dalje u izraz:

$$y = -\frac{A}{b} \int_{1+\frac{b}{t}}^{1+\frac{b}{x}} \eta^{-c-1} d\eta \quad \dots \quad (134)$$

Po izvršenju integracije dobiva se odovud izraz:

$$y = \frac{A}{bc} \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{b}{x}\right)^c} - \frac{1}{\left(1 + \frac{b}{t}\right)^c} \right] \quad \dots \quad (135)$$

dotično dalje, s obzirom na supstytucionu jednadžbu pod 87, izraz:

$$y = \frac{a}{\left(1 + \frac{b}{x}\right)^c} - \frac{a}{\left(1 + \frac{b}{t}\right)^c} \quad \dots \quad (136)$$

Pošto je t kod jednog te istog individua (dotično skupine individua) konstantno, to i cijeli suptrahend zadnje jednadžbe za taj isti individuum izlazi kao konstantan, dakle:

$$\frac{a}{\left(1 + \frac{b}{t}\right)^c} = k \quad \dots \quad (137)$$

pa se prema tome zadnja jednadžba pojednostavnjuje na izraz:

$$y = \frac{a}{\left(1 + \frac{b}{x}\right)^c} - k \quad (138)$$

To bi dakle bila funkcija rastenja debljine u visini prsiju. Ona se, kao što vidimo, razlikuje od funkcije 88 samo po još jednom daljnjem parametru (k).

Kao što to pokazuje jednadžba 136, u slučaju $x = t$ minuend je funkcije 138 jednak suptrahendu, pa stoga za taj slučaj izlazi $y = 0$. U starosti t promjer stabla u prsnoj visini baš je dakle još jednak nuli, dok odmah nakon toga biva on većim od nule i raste neprestano dalje, sve do iznosa $y = a - k$, koji bi rezultirao za nedostiživu (naravski) starost $x = \infty$.

Kad bismo konzekutivne debljine stabla mjerili sasvim pri zemlji ili (strože rečeno) baš na samom dnu nekadanje primarne stabljike, onda bismo u jednadžbu 136 dotično 137 morali za t da uvrstimo iznos 0, jer za postignuće (nikakove još) visine spomenutog dna nije bila potrebna niti kakova starost. Posljedicom toga uvrštenja bio bi iznos $k = 0$, tako da bi jednadžba rastenja u debljinu dobila sada opet jednostavniji oblik pod 88, koji — kao što rekoh — važi za rastenje debljine na najnižem poprečnom prerezu debla.

Parametar k otežava naravski praktičku primjenu jednadžbe 138 prema onoj pod 88. Od praktične smetnje on je još i u toliko, što modifikacija jednadžbe 138 analogna onoj, po kojoj smo došli do jednadžbe 91, ne može radi njega da znači nikakovo ujednostavnjenje i ubrzanje posla, pošto se jednadžba 138 ne može na spomenut način da svede na linearnu jednadžbu analognu jednadžbi 94.

F) OPĆENITIJI OBUHVAT PROBLEMA.

Jednadžbe 8-a, 9 i 10 dadu se napisati još općenitije, ako se i iznad svakoga x postavi izvjestan eksponent različit od 1, recimo izraz $2s + 1$, gdje ipak ne može s da zauzme makar koju vrijednost. Da bi naime jednadžba, koja na taj način nastaje iz jednadžbe 10, mogla da bude zadovoljena, potrebno je da taj eksponent ili bude neparan cijeli broj (pozitivan naravski) ili pak u slučaju razlomka (nepravog dakako i opet samo pozitivnog) da to bude razlomak sa neparnim i brojnikom i nazivnikom. Brojnik sam ne smije da bude paran, jer bi inače (jednaako kao i kod parnog cijelog broja) bio izraz x^{2s+1} uvijek samo pozitivan (i kod negativnog iznosa za x), te bi time bilo nemoguće međusobno ukidanje sumandâ na lijevoj jednadžbinjoj strani. Sam pak nazivnik ne smije da bude paran, jer bi

inače svi sumandi sa negativnim x - iznosima bezuvjetno bili imaginarni.

Da bi spomenuti eksponenti mogli da budu ovakovi razlomci, mogu (prethodno) da fungiraju kao s samo oni pravi ili nepravi razlomci, kojima je nazivnik (po razdjeljenju i brojnika i nazivnika sa najvećim eventualnim zajedničkim faktorom) neparan broj, dok im brojnik može da bude i paran. Takovih pak razlomaka, od kojih neki (manji od $\frac{1}{2}$) mogu da budu i negativni, ima zajedno sa pozitivnim cijelim brojevima zapravo beskonačno mnogo, tako da u pogledu raznih za s dopustivih iznosa postoji vanredno široka mogućnost. Uz taj uslov iz proširene (na spomenut način) jednadžbe 9 dotično 12 izlazi integracijom jednadžba:

$$y' = \left(\frac{c}{r}\right)^r \left[1 + \frac{kx^{2s+2}}{c(2s+2)} \right]^r \dots \dots \dots (139)$$

koja se u slučaju $s = 0$ opet reducira sasvim na jednadžbu 13.

Na način posve analogan onome, po kojem smo došli do jednadžbe 17, dolazi se sada do jednadžbe:

$$y' = a \left(1 + \frac{x^s + 1}{g_1^s + 1} \right)^{r_1} \left(1 - \frac{x^s + 1}{g_2^s + 1} \right)^{r_2} \dots \dots (140)$$

koja uz supstituciju

$$s + 1 = t \dots \dots \dots (141)$$

poprima oblik:

$$y' = a \left(1 + \frac{x^t}{g_1^t} \right)^{r_1} \left(1 - \frac{x^t}{g_2^t} \right)^{r_2} \dots \dots (142)$$

Kao posljedica koincidencije maksimalne ordinate krivuljine sa samom ordinatnom osi izlazi ovdje na opisan način razmjernost:

$$\frac{r_1}{g_1^t} = \frac{r_2}{g_2^t} \dots \dots \dots (143)$$

prema kojem u omjeru $r_1 : r_2$ stoje sada ne više sami linearni izrazi g_1 i g_2 , već njihove potencije, dok iz jednadžbe 142 izlazi, da te potencije mogu sada da se shvate i kao same granice varijabilnosti. No one i moraju da se tako shvate, ako funkcija 142 ima svakako da bude samo asimetrična (što se ovdje od nje faktično i traži). Stoga sada i kao argumenat funkcije mo-

že zapravo da važi ne više prijašnji argumenat (x), već njegova potencija. S obzirom na to ne mora sada (kao što se to tražilo kod funkcija simetričnih) da bude t ograničeno baš na iznose, koji bi odgovarali spomenutim ograničenjima za s . Dovoljno je, ako su njegovi iznosi pozitivni.

Pod ovim okolnostima može transformacija jednadžbe 142, koja bi bila analogna onoj pod 21, da se izvede po jednojstavnijoj jednadžbi:

$$y' = a \left(1 + \frac{x^t - g_1^t}{g_1^t} \right)^{r_1} \left(1 - \frac{x^t - g_1^t}{g_2^t} \right)^{r_2} \quad (144)$$

iz koje dalje izlazi:

$$y' = \frac{a (g_1^t + g_2^t)^{r_2}}{g_1^{tr_1} g_2^{tr_2}} x^{tr_1} \left(1 - \frac{x^t}{g_1^t + g_2^t} \right)^{r_2} \quad (145)$$

Odobud pak uz supstitucije analogne onima pod 23 izlazi:

$$y' = A x^B \left(1 - \frac{x^C}{D} \right)^E \quad (146)$$

t. j. općenitiji oblik jednadžbe 24. Iz njega dalje na način sličan prijašnjem izlazi jednadžba:

$$y' = A x^B e^{-q x^C} \quad (147)$$

koja, kao što vidimo, predstavlja općenitiji oblik jednadžbe 44. Ako se ona napiše u formi

$$y' = \frac{A x^B}{e^{q x^C}} \quad (147a)$$

onda iz nje s pomoću poznate jednadžbe

$$e^{q x^C} = \left(1 + \frac{x^C}{D} \right)^{q D} \quad (148)$$

koja važi uz uslov $D = \infty$, izlazi:

$$y' = \frac{A x^B}{\left(1 + \frac{x^C}{D} \right)^{q D}} \quad (149)$$

dotično (uz sasvim jednostavnu transformaciju) dalje:

$$y' = \frac{A D^{q D} x^B}{(D + x^C)^{q D}} \quad (150)$$

Dokle god postoji uslov $D = \infty$, dotle je jednačba 149 (pa prema tome i ova zadnja) potpuno identična sa jednačbom 147-a dotično 147, koja osim pri $x = 0$ daje iznos $y' = 0$ tek još pri $x = \infty$. No spomenuti uslov nije jedini, koji kod ovih apscisa dovodi do istog ovog y' - iznosa. Isti efekt izlazi naime i kod sasvim konačnih D - iznosa, samo treba u tu svrhu pored sasvim običnih supstitucija

$$AD^{qD} = A'; D = b; C = d \dots \dots (151)$$

da se (u duhu izlaganja kod 49 do 51) još naročito stavi:

$$\left. \begin{aligned} B &= cd - 1 \\ qD &= c + 1 \end{aligned} \right\} \dots \dots (152)$$

nakon čega jednačba 150 dobiva konačan oblik:

$$y' = \frac{A'x^{cd} - 1}{(b + x^d)^{c+1}} \dots \dots (153)$$

To bi, kao što vidimo, bio općenitiji oblik funkcije 56, u koju on uz uslov $d = 1$ direktno i prelazi.

Općenitiji oblik funkcije 88 izlazi na osnovi toga ovako:

Ako se i brojnik i nazivnik funkcije 153 podijeli sa

$$x^{cd} - 1 = x^{cd} + d - d - 1 \dots \dots (154)$$

dobiva se nakon par jednostavnih operacija izraz:

$$y = A' \int_0^x x^{-d-1} \left(1 + \frac{b}{x^d}\right)^{-c-1} dx \dots (155)$$

Stavi li se ovdje:

$$\frac{b}{x^d} = \xi \dots \dots (156)$$

otkud obrnuto izlazi:

$$\left. \begin{aligned} x &= b^{\frac{1}{d}} \xi^{-\frac{1}{d}} \\ dx &= -\frac{b^{\frac{1}{d}}}{d} \xi^{-\frac{1}{d}-1} d\xi \end{aligned} \right\} \dots \dots (157)$$

pa uvrsti li se ovo u jednačbu 155, onda iz nje s obzirom na

integracione granice u smislu jednadžbe 156, zatim zamjenom tih granica i jednostavnim kraćenjem izlazi:

$$y = \frac{A'}{bd} \int_{\frac{b}{x^d}}^{\infty} (1 + \xi)^{-c-1} d\xi \quad (158)$$

Odavde pak na način analogan onome pod 84 do 87 izlazi konačno funkcija:

$$y = \frac{a}{\left(1 + \frac{b}{x^d}\right)^c} \quad (159)$$

koja se uz uslov $d = 1$ poklapa sa jednostavnijom funkcijom 88.

Na sličan način izlazi za općenitiji oblik funkcije 138 izraz:

$$y = \frac{a}{\left(1 + \frac{b}{x^d}\right)^c} - k \quad (160)$$

koji uz uslov $d = 1$ prelazi natrag u funkciju 138.

Što se tiče izračunavanja parametara za predzadnju funkciju, ono je analogno onome kod funkcije 88, samo je naravski (s obzirom na veći njihov broj) sporije i mučnije nego za spomenutu jednostavniju funkciju. Zato je ali veća (i to mnogo veća) priljubljujivost funkcije 159 uz dane y -nizove, nego li je to slučaj kod funkcije 88.

Za spomenuti već primjer iznose parametri ove funkcije: $a = 487.701.0464$, $b = 473.327.3355$, $d = 1.569.983.831$, $c = 1.338.810.808$. Za izračunanje njihovo bilo mi je potrebno 5 ponovljenja — jamačno i s razloga što sam kod prvih 5 obračuna upotrebljavao logaritamske tabele samo sa 7 decimala, tako da mi kod tih 5 obračuna oština računanja nije bila dovoljna. U priloženoj tabeli 9 složeni su pregledno za nas ovdje najvažniji rezultati ovoga izjednačivanja. Prema iznosima 4. stupca ne dosiže diferencija H nigdje ni iznos od 9 cm. Prosječno su pak ovi rezultati slični onima iz tabele 8, dok je računski posao bio ondje, sve i kod većeg broja parametara (5), kud i kamo kraći i udobniji nego ovdje.

Tabela 9.

x_i	h_i	$a_0 A_i$	H_i
10	14	14·61	- 0·61
20	53	52·43	+ 0·57
30	100	99·84	+ 0·16
40	147	147·34	- 0·34
50	190	190·52	- 0·52
60	228	228·01	- 0·01
70	260	259·90	+ 0·10
80	287	286·80	+ 0·20
90	310	309·48	+ 0·52
100	329	328·66	+ 0·34
110	345	344·95	+ 0·05
120	358	358·86	- 0·86
130	370	370·82	- 0·82
140	381	381·15	- 0·15
150	391	390·14	+ 0·86

Tabela 10

x_i	h_i	$a_0 A_i$	H_i
—	—	—	—
20	13	13·18	- 0·18
30	28	27·75	+ 0·25
40	44	44·16	- 0·16
50	61	60·84	+ 0·16
60	77	76·95	+ 0·05
70	92	92·11	- 0·11
80	106	106·17	- 0·17
90	119	119·11	- 0·11
100	131	130·98	+ 0·02
110	142	141·84	+ 0·16
120	152	151·79	+ 0·21
130	161	160·91	+ 0·09
140	169	169·28	- 0·28
150	177	176·97	+ 0·03

U tabeli 10 donosim još rezultate izjednačivanja, što mi ga je za visinski niz V. G u t t e n b e r g o v o g stojbinskog razreda (vidi spomenuto djelo, str. 47), a na osnovi iznosâ $a = 334\cdot241\cdot3228$, $b = 90\cdot378\cdot343\cdot14$, $d = 1\cdot126\cdot763\cdot791$, $c = 2\cdot295\cdot009\cdot752$ (po njemu i izračunanih) izveo bivši moj asistent g. Dr. N. N e i d h a r d t. Kao što vidimo, ovdje diferencija H_i ne dosiže nigdje ni iznos od 3 cm, što je ujedno znak, da su dođični G u t t e n b e r g o v i y - iznosi bolje izjednačeni nego u prvom slučaju. Uporedimo li pak ove parametarske iznose sa pređašnjima (za I. stojbinski razred), vidjet ćemo, da promjena stojbine utječe naravski na sve parametre, ali daleko najjače na parametar b .

Time dakako nije rečeno, da bi se svojstvo »indikatora stojbine« imalo da pripíše samo ovom parametru, jer sa stojbinskim prilikama stoje u vezi (kao što vidjesmo) sva 4 navedena parametra, a ne samo b . Svi su oni dakle, ako se izuzmu ispod upliva sastojinske gústoće (kao što bi to imao ovdje i da

bude slučaj), karakteristični za samu stojbinu, pa prema tome kao indikator stojbine može najbolje da posluži za jedninički jedan parametarski izraz, na jednaki način sastavljen od svih 4 navedena parametra. Koji bi to mogao da bude izraz?

Iz prednjega izvoda počevši od jednadžbe 153 pa do jednadžbe 159 možemo lako da konstatujemo, od kojih je sve sastavnih dijelova sastavljen parametar a iz ove posljednje jednadžbe. Potpuni izraz ovoga parametra glasi naime:

$$a = \frac{A'}{bcd} \dots \dots \dots (161)$$

za odočud obrnuto izlazi izraz:

$$A' = abcd \dots \dots \dots (162)$$

t. j. multiplikacioni parametar jednadžbe 153, za koju vidjesmo da važi kao općenitiji oblik funkcije priraščivanja. O identičnosti ovog multiplikacionog parametra sa produktom $abcd$ (nazovimo ga značajnijim nazivom »koeficijent priraščivanja«) možemo uostalom da se lako osvjedočimo i samom diferencijacijom jednadžbe 159.

Traženi zajednički parametarski izraz predstavljen je dakle po koeficijentu priraščivanja, koji kao sinteza svih navedenih parametara predstavlja najbolje snagu priraščivanja pod dade- nim okolnostima. Njemu prema tome može svojstvo indikatora stojbine da pripadne bolje nego ikojem od navedena 4 parametra uzeta izolirano, a bolje i nego ikojem produktu od samo 2 ili 3 ova parametra, jer nijedan od ovih parcijalnih produkata ne može sam za sebe da bude bolji izražaj stojbinskih prilika, nego li je to produkt pod 162.

Iz prednjih računa izlazi, da koeficijent priraščivanja za V. Guttenbergov stojbinski razred iznosi okruglo 78118. Naprotiv on za I. stojbinski razred iznosi okruglo 485230, dakle nešto preko šest (točnije 6·2) puta više nego za V. razred. Kako se prema ovom koeficijentu odnosi — kao indikator stojbine — srednja sastojinska visina?

Ako pojedini h - iznos iz tabele 9 podijelimo sa pojedinim po starosti mu pripadnim h - iznosom iz tabele 10, onda za do- tične kvocijente počevši od 20. pa do 150. godine starosti iz- laze redom iznosi: 4·08, 3·57, 3·34, 3·11, 2·96, 2·83, 2·71, 2·61, 2·51, 2·43, 2·36, 2·30, 2·25, 2·21, dakle iznosi i varijabilni sa sta- rošću i znatno manji od navedenog konstantnog iznosa 6·2. Osim toga može za pojedini A' - iznos da se po metodi naj- manjih kvadrata izračuna i stepen nesigurnosti uvjetovan ve- ćom ili manjom nepravilnošću dadene (originalne) h - krivulje kao-i pogreškama mjerenja, dok to kod bonitiranja s pomoću srednje sastojinske visine nije moguće.

Bonitiranje s pomoću prirasnog koeficijenta može dakle svakako da se označi pouzdanijim, a i naravnijim od bonitiranja s pomoću srednje sastojinske visine, varijabilne tokom vremena sve i kod nepromijenjenih stobjinskih prilika. U koliko bi se pak stobjinske prilike tokom vremena zaista bitno izmijenile, onda ta činjenica mora da se do izvjesne mjere odrazi i na visini spomenutog koeficijenta.

Praktična provedba ovakovog bonitiranja tražila bi za početak visinsku analizu izvjesnog broja najjačih stabala (radi izlučivanja upliva sastojinske gustoće), no ako bi se visine najjačih stabala mjerile povremeno i opetovano u osnovnom stanju (uz uslov da im je ujedno poznata i starost), otpala bi potreba tih analiza.

Radi potrebe vrlo opsežnog računanja nije dakako upotrebljivost funkcije 159 laka i račun po njoj brz, ali nam je zato dadena s njome mogućnost bonitiranja sasvim neprijepornog, dok se to za funkciju 91 ne može da rekne. Osim toga pri izračunavanju parametara s pomoću jednadžbe 94 ne izjednačuju se u suštini same visine (dotično sadržine), već tek njihove recipročne vrijednosti, što zapravo može kadšto da nam i ne konvenira.

Za bonitiranje može eventualno (radi skraćanja posla) da nam posluži i funkcija

$$y = \frac{ax^d}{b + x^d} \quad (163)$$

koja iz funkcije 159 izlazi uz uslov $c = 1$. Ona je naravski od ove svoje osnovne funkcije mnogo praktičnija u upotrebi. Nešto je praktičnija i od funkcije 88, a bit će od ove u spomenutu svrhu bolja jamačno i s čisto teoretskog gledišta.

G.) LITERATURA

1. Brey mann K.: Anleitung zur Waldwertrechnung sowie zur Berechnung des Holzzuwachses und nachhaltigen Ertrages der Wälder, Wien 1855.
2. Brey mann K.: Anleitung zur Holzmesskunst, Waldertragsbestimmung und Waldwertberechnung, Wien 1868.
3. Riniker Hans: Ueber Baumform und Bestandesmasse, Aarau 1873.
4. Gyldenfeldt W.: Dr. I. P. Gram, Ueber die Konstruktion von Normal-Zuwachsübersichten (Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen 1880, S. 240—246).
5. Piccioli Francesco: Anfangsgründe der endlichen Differenzen, Wien 1881.
6. Koller E. L.: Analytische Untersuchung über die Zuwachscurven (Oesterr. Vierteljahresschrift für Forstwesen 1886, S. 31—51, 132—140).
7. Endres Max: Ueber die mathematische Interpretation der Ertrags-tafelkurven (Allgem. Forst- und Jagdzeitung 1889, S. 88—93).

8. Weber Rudolf: Lehrbuch der Forsteinrichtung mit besonderer Berücksichtigung der Zuwachsgesetze der Waldbäume, Berlin 1891.
9. Weber R.: Gesetzmässigkeit im Zuwachsgange der Waldbestände. (Allgem. Forst- und Jagdzeitung 1893, S. 402—408).
10. Sivén Albert: Grundsätze zur Berechnung des Höhenwachstums der Nadelhölzer (Forstwissenschaftliches Centralblatt 1896, S. 91—94).
11. Weber R.: Ueber die Gesetzmässigkeit im Zuwachsgange einiger Holzarten auf Grund neuerer Ertragstafeln (Allgem. Forst- und Jagdzeitung 1897, S. 185—195; 1898, S. 1—14).
12. Urstadt K. F.: Kritische Betrachtung der Weberschen Formeln über die Wachstumsgesetze des Einzelstammes, Darmstadt 1906 (Dissertation).
13. Urstadt K. F.: Ueber die Theorie des Höhenwachstums der Waldbäume (Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 1909, S. 225—238).
14. Wimmener K.: Zur mathematischen Interpretation der Zuwachskurven (Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 1909, S. 238—239).
15. Glaser Theodor: Zur mathematischen Interpretation der Zuwachskurven (Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 1911, S. 6—10, 48—53).
16. Guttenberg A.: Wachstum und Ertrag der Fichte im Hochgebirge, Wien-Leipzig 1915.
17. Terazaki Wataru: Notes on the analytical interpretation of growth curves for single tree and stands and on application for the construction of yield table for sugi (Extracts from the Bulletin of the Forest Experiment Station, Meguro, Tokyo, 1915, S. 151—202).
18. Tischendorf W.: Gesetzmässigkeit des Höhen- und Stärkenwachses unserer Nadelhölzer während ihrer Vollkraft (Centralblatt für das gesamte Forstwesen 1925, S. 69—90, 217—237).
19. Tischendorf W.: Numerische Ausgleichung forstlicher Zuwachskurven insbesondere bei der Aufstellung von Ertragstafeln (Forstwissenschaftliches Centralblatt 1926, S. 349—360, 383—390).
20. Yoshida M.: Untersuchungen über die Zuwachskurve eines Stammes und Bestandes im gleichaltrigen reinen Walde (Mitteilungen der kaiserl. Universität zu Tokyo 5—1928. Referat von Prof. Nijima in »Forstliche Rundschau« 1929, S. 90).
21. Kövessi Fr.: Die die aperiodisch gedämpfte harmonische Schwingungsbewegung darstellende Kurve (Erdészeti Kisérletek 1929, S. 265 bis 299, Deutsches Referat).
22. Kövessi Fr.: Erläuterungen der Gesetzmässigkeiten im Ablaufe der Lebenserscheinungen lebender Wesen (Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn, Band 36 ff., Budapest 1929, S. 29—98).
23. Petterson H.: Bonität und Produktion (Verhandlungen des Internationalen Kongresses forstlicher Versuchsanstalten, Stockholm 1929, S. 287—291).
24. Levaković A.: Jedna nova jednadžba rastenja. Prethodno saopćenje u »Spomenici o 150-godišnjici drž. gimnazije u Vinkovcima« 1930, str. 120—128 (Eine neue Wachstumsgleichung. Vorläufige Mitteilung. Gedenkbuch anlässlich der Jubelfeier des 150-jährigen Bestehens des kgl. Obergymnasiums in Vinkovci, 1930, S. 120—128).
25. Robertson T. B.: On the normal rate of growth of an individual and its biochemical significance (Archiv für Entwicklungsmechanik der Organismen; 25. Band, 1908, S. 581 ff.)
26. Enriques P.: Wachstum und seine analytische Darstellung. Biologisches Centralblatt, 29. Bd, 1909, S. 331 ff.)
27. Friedenthal H.: Experimentelle Prüfung der bisher aufgestellten Wachstumsgesetze (Verhandlungen der Physiologischen Gesellschaft zu Berlin, 1910, S. 93—98).

28. Schu e p p O.: Wachstum und Formwechsel des Sprossvegetationspunktes der Angiospermen (Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft, Bd 32, 1914, S. 328—339).
29. Mitscherlich E. A.: Das Gesetz des Pflanzenwachstums. (Landwirtschaftliche Jahrbücher, 53. Bd, 1919, S. 167 ff).
30. Mitscherlich E. A.: Ein Beitrag zum Gesetze des Pflanzenwachstums (Fühlings Landwirtschaftliche Zeitung 1919, S. 130—133).
31. Mitscherlich E. A.: Zum Gesetze des Pflanzenwachstums (Fühlings Landwirtschaftliche Zeitung 1919, S. 419 ff).
32. Rippe l A.: Die Wachstumskurve. (Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft, Bd. 37, 1919, S. 169 ff).
33. Rippe l A.: Die Wachstumskurve der Pflanzen und ihre mathematische Behandlung durch Robertson und Mitscherlich (Fühlings Landwirtschaftliche Zeitung 1919, S. 201 ff).
34. Baule B.: Prinzipielle Ueberlegungen zum Wachstumsgesetze der Pflanzen (Landwirtschaftliche Jahrbücher, 54. Bd, 1920, S. 493 ff).
35. Baule B.: Wirkungsgesetz und Wachstumsgesetz (Landwirtschaftliche Jahrbücher, 59. Bd. 1924, S. 341 ff).
36. Brody Sam: Growth and development with special reference to domestic animals (University of Missouri, College of Agriculture, Research bulletin 97, Columbia 1927).
37. Willcox O. W.: Principles of agrobiolgy or the laws of plant growth in relation to crop production, New York 1930.
38. Czuber E.m.: Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerausgleichung, Statistik und Lebensversicherung, 2. Bd, Leipzig — Berlin 1921.

H) ZUSAMMENFASSUNG.

A.) Die Höhe, die Stärke sowie auch die Holzmasse eines Waldbaumes oder durchschnittlich auch eines Waldbestandes nimmt im Laufe der Zeit zu (sie wächst), ausser natürlich während der sogen. Nacht- und Winterpausen. Dieser Wachstumsprozess dauert bekanntlich so lange, als (bezüglich der einzelnen Individuen) äussere und innere Bedingungen dafür bestehen, d. h. in erster Linie die Vollständigkeit und Lebensfähigkeit aller diesbezüglich wichtigen Baumorgane. Eine jede der genannten wachsenden Grössen (wir wollen sie alle kürzlich als »primäre Grössen« bezeichnen) erscheint mit Rücksicht darauf als eine gewisse, jedenfalls aber stetige (kontinuierliche) Funktion der Zeit (Gleichung 1). Stetig muss diese Funktion aus dem Grunde sein, weil das physiologische Wachsen nicht zu den Prozessen gehören kann, die, an sich, ganz schroffen Aenderungen und scharfeckigen Sprüngen unterworfen wären.

Natürlich wird dieselbe Eigenschaft auch auf den innerhalb je eines konstant genommenen Zeitabschnittes erfolgenden Zuwachs übertragen (Gleichung 2). Nur besteht hierbei zwischen der primären Grösse als Zeitfunktion und ihrem Zuwachse als ebenfalls Zeitfunktion ein Unterschied insoferne, als die primäre Grösse eine ursprüngliche Funktion der Zeit ist, während der Zuwachs zu sogen. der ivierten (abgeleiteten)

Zeitfunktionen gehört und in Form eines Quotienten, ausgedrückt wird.

Im ursprünglichen Sinne des Wortes ist eigentlich der Zuwachs kein Quotient, sondern eine ganz gewöhnliche Differenz (Gleichung 3) zwischen dem Betrage y_1 am Anfange und dem Betrage y_2 am Ende einer sogen. Zuwachsperiode, die natürlich von ganz beliebiger Dauer sein kann, auch von unendlich kurzer selbstverständlich. In diesem Falle muss dann natürlich auch der betreffende Zuwachsbetrag unter jedes Maass herabsinken und müssen wir uns daher, wenn es sich um eine Aufnahme des Zuwachses überhaupt handelt, auf endliche Zeitintervalle beschränken.

Mit Rücksicht auf gewisse (bekannte) Umstände kommt nun bei Bäumen und Beständen als der kleinste, noch irgendwie ermittelbare Zuwachsbetrag in der Regel nur der volle Jahreszuwachs in Betracht. Demzufolge gilt auch eine volle Jahresperiode in der Regel als die kleinste den Zuwachs einbeziehende Zeitspanne. Meist wird jedoch aus bekannten wohlberechtigten Gründen (sowohl technischen als auch wirtschaftlichen) auch diese Zeitspanne als eigentlich von ungenügender Länge erachtet und sind wir daher in der Regel genötigt, auch den ganzen Jahreszuwachsbetrag nicht direkt für sich allein, sondern aus dem mehrjährigen, meist zehnjährigen Zuwachsbetrag *durchschnittsweise* (nach Gleichung 4) zu ermitteln. Die praktische Durchführung der Jahreszuwachsermittlung kennt also in bezug auf Bäume und Bestände fast überhaupt nicht die Gleichung 3, sondern fast nur die Gleichung 4 und somit auch Zeitperioden von der Dauer jedenfalls bedeutend längerer als 1 Jahr.

Nichtsdestoweniger, wenn es sich um den Gang des Zuwachses nach Gleichung 2 handelt, können wir nicht umhin, als die den Zuwachs einbeziehenden Zeitintervalle auf unendlich kleine Beträge (dx , d. h. Zeitdifferentiale) herabzudrücken. Dadurch übergeht nun die Gleichung 4 in die bekannte Gleichung 5, d. h. in die detaillierte Form der Gleichung 2. Der in Gleichung 5 enthaltene Quotient — der sogen. Differentialquotient (Derivation) der primären Funktion — obwohl nun aus zwei unendlich kleinen Beträgen bestehend, ist jedoch imstande, den Jahreszuwachsbetrag (als eine endliche Grösse) tatsächlich wiederzugeben, nur natürlich in umgekehrter Weise, als es bei der Gleichung 4 der Fall ist. Nach Gleichung 4 erscheint nämlich der einjährige Zuwachs als Folge des Wachstums, welches vielfach länger dauert als 1 Jahr, nach Gleichung 5 dagegen erscheint er als Folge des Wachstums nur innerhalb je eines unendlich kurzen Zeitabschnittes. Im ersten Falle daher bleibt der rechnungsmässige Jahreszuwachsbetrag während eines mehrjährigen Zeitabschnittes konstant, in zweiten dagegen erscheint er, selbst

auch innerhalb ein und desselben Jahres, als sehr unbeständig, je nach der Intensität bezw. nach dem Bestehen oder Nichtbestehen des Zuwachses im einzelnen Zeitdifferential.

Der einjährige Zuwachsbetrag nach Gleichung 5 erscheint demnach als der auf die Zeiteinheit (1 Jahr) umgerechnete bzw. erhöhte Betrag desjenigen Zuwachsquantums, welches produziert wurde in einem Zeitdifferential und erfolgte (mit Rücksicht auf dessen unendliche Kürze) genau in demjenigen Zeitpunkt (x), nach welchem das betreffende Zeitdifferential eben folgt. Dieser umrechnungsweise entstehende (oder besser als entstehend gedachte) Jahreszuwachsbetrag ändert sich also un-
aufhörlich, er läuft ohne Unterbrechung (stetig) und passt ihm daher am besten die Bezeichnung »laufend-jährlicher stetiger Zuwachs« zum Unterschiede vom »laufend-jährlichen unstetigen Zuwachs«, der sich nur von Jahr zu Jahr ändert und bekannt ist unter dem Namen »laufend-jährlicher Zuwachs«. Der einfache mathematische Ausdruck dieses letzteren ist in der Gleichung 3 enthalten, seinen analytischen Ausdruck dagegen enthält die aus der Gleichung 5 sich ergebende Gleichung 6. (mit x_1 und x_2 als den das einzelne Lebensjahr einschliessenden Zeitgrenzen).

Obwohl nun, wie gesagt, die wirkliche »Wachstumskurve« nicht unstetig sein kann, so zeigt sie jedoch solche Eigenschaften, dass sie in allen ihren Details durchaus nicht durch einen (welchen auch immer) analytischen Ausdruck erfasst werden kann, uzv. aus folgenden Gründen: 1.) Wegen der Nacht- und Winterpausen hat die wirkliche Wachstumskurve eigentlich eine stufenförmige Form, indem sie aus zwei Kategorien von Stufen (Tagesstufen und Jahresstufen) besteht, deren Ecken abgerundet und die aufgerichteten Bindelinien geneigt und kurvenförmig sind. 2.) Sowohl die Höhen und Breiten dieser Stufen als auch die Bindelinienformen stehen unter dem Einflusse einer ganz enormen Menge von inneren und äusseren Faktoren, die sich mit der Zeit auch vielfach ändern. Dies bringt es nun mit sich, dass die Stufenhöhen und die Stufenbreiten ebenso wie die Bindelinienformen, alle äusserst unbeständig, nicht im mindesten durch irgend eine mathematische Regel erfasst werden können.

Aus diesen Gründen, sowie auch mit Rücksicht auf die unvermeidlichen Messungsfehler, deren Wirkung ähnliche Folgen hervorruft, kann selbstverständlich von einer Aufstellung der wahren Wachstumskurve nicht überhaupt Rede sein. Und doch sind wir nun in bezug auf die analytische Wachstumsdefinition nicht gänzlich macht- und hilflos: Vom wirtschaftlichen Standpunkte aus sind wir übrigens auch nicht gar interessiert eben an der Kenntnis der wirklichen Entwicklung und dazu auch eines jeden Individuums sowie auch in ganz kurzen

Intervallen. Was uns hier eigentlich interessiert, ist die durchschnittliche Entwicklung innerhalb grösserer Gruppen von Individuen als auch nach Jahresdurchschnitten innerhalb der Zeitintervalle, die ein Jahr vielfach übertreffen. Und diese Entwicklung, wie es die Erfahrung lehrt, lässt sich schon darstellen durch eine bereits ziemlich einfache y -Kurve, z. B. diejenige, die unter der Bezeichnung Sl. 1. abgebildet ist und das durchschnittliche Höhenwachstum der Fichte an den besten Standortsbonitäten sowie bis zum 150. Jahre darstellt. Die aus dieser Wachstums-Kurve sich ergebende Zuwachskurve ist an derselben Abbildung mit y' bezeichnet. Sie zeigt, wie ersichtlich, eine Kulmination mit zwei entgegengesetzten Wendepunkten und was namentlich hier charakteristisch ist, das ist die Asymmetrie der Kurve zur Maximalordinate. Der letzte Kurvenpunkt ist noch ziemlich entfernt von der Abszissenaxe, was nun bezeigen sollte, dass in diesem Falle die Höhenentwicklung bis zum 150. Jahre noch eine verhältnismässig ganz ziemliche ist. Nachdem nun doch einmal die Absterbezeit kommen muss, so muss natürlich auch die Zuwachskurve zuletzt doch ganz in die Abszissenaxe herabsinken. Nur ist hier, wie ersichtlich, dieser Zeitpunkt noch gar sehr entfernt.

Die Wachstums- und Zuwachskurven der Holzmasse sind bekanntlich den unter der Bezeichnung Sl. 1. abgebildeten Kurven ganz analog gebaut. Was nun die Wachstums- bzw. Zuwachskurven der Stärke anbelangt, so ist hier eine Unterscheidung je nach der Schaftstelle notwendig, an welcher die Baumstärke gemessen wird. Wird diese nicht eben im Bodenniveau gemessen, so ist die Wachstums- bzw. Zuwachskurve nicht ganz vollständig, indem sie sich nicht eben auf das ganze bisherige Baumleben (auch auf dessen früheste Jugend) bezieht. Bekanntlich zeigt jedoch auch sie nach demjenigen Alter, in welchem der Baum die betreffende Messpunktshöhe eben erreicht, volle Analogie mit der Wachstums- bzw. Zuwachskurve der Höhe und der Holzmasse, mit Ausnahme natürlich nur des allerersten Anfanges dieser zwei Arten vollständiger Kurven. Und eben diese Ausnahme bringt es nun mit sich, dass das für das Wachsen der Höhe und der Holzmasse in Betracht kommende analytische Gesetz nicht ohne gewissen Modifikationsvorgang auf das Wachstum der Stärke übertragen werden darf. Ueber diese Modifikation wird am Ende der vorliegenden Studie noch speziell Rede sein, vorderhand aber beschränke ich mich bei den Untersuchungen über die analytische Form des Wachstumsgesetzes nur auf das Wachsen und Zuwachsen der Höhe und der Holzmasse.

Es besteht schon eine ganz ziemliche Anzahl von Publikationen (nicht nur forstlichen Herkommens), die sich mehr oder weniger mit der analytischen Definition der Wachstums- und

Zuwachskurven befassen. Die Forstleute dürften hierbei einen grossen zeitlichen Vorsprung vor den Vertretern anderer Fächer haben, da sie ja (nach B r e y m a n n, siehe Nr. 1, S. 60 ff) das vorgelegte Problem bereits etwa vor 100 Jahren ins Auge fassten. In neuerer Zeit befassen sich hiermit auch die Landwirte und sogar auch die Biologen von Fach. Auch ich publizierte hierüber im Jahre 1930 eine kleine Mitteilung vorläufigen Charakters (Nr. 24), wo ich eine »Wachstumsgleichung« veröffentlichte (ohne Herleitung jedoch) und bezüglich ihrer Anschmiegsamkeit an eine konkrete Wachstumsreihe demonstrierte. Jetzt aber will ich die analytische Form des Wachstumsgesetzes von Grund aus behandeln, wobei ich nicht umhin kann, auch ein anderes, seit langem bereits bekanntes, mit dem meinigen jedoch in einer gewissen verwandtschaftlichen Beziehung stehendes Zuwachs- und Wachstumsgesetz, theoretisch wenigstens, zu behandeln.

B.) I. 1. Die Wachstumskurve ist, wie gesehen, bedeutend einfacher gestaltet als die Zuwachskurve und haben wir doch für die selbstständige Herleitung ihrer Gleichung keine einzige einwandfreie Stütze. Die Zuwachsgleichung dagegen lässt sich herleiten ganz für sich allein, usw. aus der Tatsache, dass die Zuwachskurve sowohl einen A u s g a n g s - P u n k t aus der Abszissenaxe hat (im Ursprunge selbst) als auch, entsprechend dem Lebensende der Individuengruppe, einen R ü c k k e h r - P u n k t in dieselbe. Diese Tatsache hat nämlich eine andere wichtige Tatsache zur Folge, d. h. dass alle — theoretisch überhaupt möglichen — ersten Derivationen der Zuwachskurve (Gleichung 7), die sich vom linken Kurvenende bis zum Kulminationspunkte aneinander anschliessen, p o s i t i v bezeichnet sind, alle übrigen dagegen (von da ab bis zum Punkte der Kurvenrückkehr in die Abszissenaxe) n e g a t i v e Vorzeichen haben. Gilt dies nun für die Differential- Q u o t i e n t e n der Kurve, so muss natürlich gelten auch für ihre Differentiale selbst (dy'), da alle — einander selbstverständlich gleiche — Differentiale der Zeit nur positiv sein können. Nachdem aber die Summe aller positiven Kurvendifferentiale gleich sein muss der Summe aller negativen Differentiale dieser selben Kurve, indem nämlich jede der beiden Summen gleich ist der Maximalordinate, so muss die Summe beider dieser Partialsummen gänzlich verschwinden. Bezeichnet man also die einzelnen einander unendlich naheliegenden Kurvenordinaten vom linken bis zum rechtem Ende vorgehend mit y_1', y_2', \dots, y_n' , so folgt aus dem Gesagten unmittelbar die Gleichung 8 und aus dieser auch die mit ihr vollkommen identische Gleichung 8-a, wo p irgendwelche reelle und endliche (positive oder negative, ganze oder gebrochene) Zahl sein kann, die Null mit eingeschlossen.

Beide diese Gleichungen gelten unbedingt für jede Kurve, die sowohl aus der Abszissenaxe herauskommt als auch in dieselbe wieder zurückkehrt, gleichwohl ob nun die Kurve zur Maximalordinate symmetrisch oder asymmetrisch liegt und ob sich diese Ordinate eben in der Ordinatenaxe befindet oder irgendwo anders. Wir wollen vorläufig supponieren: 1.) dass die Kurve symmetrisch liegt zur Maximalordinate; 2.) dass sich diese Ordinate eben in der Ordinatenaxe befindet. Dementsprechend wollen wir der Gleichung 8-a die Bedingung auferlegen, dass alle ihre quotientartig angeschriebenen Einzelausdrücke einander gleich werden, d. h. dass ein jeder derselben, allgemein (indexlos) ausgedrückt, gleich werde (nach Gleichung 9) einem von Null verschiedenen, endlichen und konstanten Betrage k . In diesem Falle folgt aus der Gleichung 8-a ganz unmittelbar die Gleichung 10, die natürlich auch volle Geltung hat im Falle der zur Ordinatenaxe eben symmetrischen Funktionen. Führt man in die Gleichung 9 den Ausdruck 11 ein, so folgt aus ihr die Gleichung 12, wo r im Sinne der für p gemachten Einschränkungen irgend einen reellen und von Null verschiedenen Betrag annehmen kann. Wir wollen jedoch für r nur endliche Beträge voraussetzen. Wird nun die Gleichung 12 integriert, so folgt aus ihr nach einigen einfachen Umformungen die Gleichung 13 mit c als Integrationskonstante. Für diese setzen wir ebenfalls voraus, dass sie nur reelle, endliche und von Null verschiedene Werte annimmt.

Wie gesehen, alle drei Parameter der Gleichung 13 haben also noch unbestimmte Vorzeichen, woraus man nun a priori schliessen könnte, dass diesbezüglich verschiedene Kombinationen möglich seien. Nachdem jedoch y' offenbar nur positiv sein kann, so zeigt uns der erste Multiplikationsfaktor der Gleichung an, dass im Falle eines positiven r ebensowohl auch c nur positiv, im konträren Falle dagegen auch c nur negativ sein kann. Wir nehmen hier bloss den ersten Fall an, d. h. positive Werte für beide diese Parameter. Nimmt man jetzt für x den Betrag Null an, so folgt aus 13 die Gleichung 14, d. h. ein Betrag, der im Sinne unserer beiden Hauptsuppositionen grösser sein muss als irgend ein anderer y' -Betrag. Daraus folgt nun weiters (mit Rücksicht auf Gleichung 13), dass k jedenfalls negativ sein muss. Unter dieser Bedingung und mit Rücksicht auf die Substitutionsgleichungen 15 gelangt man schliesslich zur ganz einfachen Gleichung 16, wonach sich x bewegen kann zwischen endlichen und gleichen Grenzwerten $-g$ und $+g$; während gleichzeitig y' zweimal alle möglichen Werte zwischen Null und α annimmt.

Dies wäre nun die gesuchte Zuwachsfunktion, wenn die Zuwachskurve symmetrisch wäre zur Maximalordinate, was je-

doch (wie gesehen) nicht der Fall ist. Der Umstand, dass die Maximalordinate dieser Funktion sich eben in der Ordinatenaxe befindet, ist ganz nebensächlich mit Rücksicht auf die sehr leichte Umformungsmöglichkeit dieser Funktion unter Annahme einer neuen, linksseitig stehenden Ordinatenaxe, usw. in der Entfernung g von der ursprünglichen. Die Gleichung 16 ist also nicht das, was wir tatsächlich erstreben, sie gibt uns jedoch eine feste Stütze für die Erreichung des Zieles, d. h. für die deduktive Aufstellung einer wirklich asymmetrischen Funktion. Sie kann nämlich auch in der Form 16-a angeschrieben werden, die nach gewissen ganz unbedeutenden Aenderungen bezüglich der Parameter die allgemeinere Form 17 annimmt. Allgemeiner ist diese letztere insoferne, als sie gleich fähig ist für die Charakterisierung sowohl der asymmetrischen als auch der symmetrischen Kurven. Prinzipiell gilt sie nämlich für asymmetrische Kurven, kann dabei jedoch auch an symmetrische Kurven angewendet werden, wobei dann selbstverständlich jeder Unterschied zwischen gleichnamigen Parametern der beiden binomischen Ausdrücke ganz von selbst verschwindet.

Die Richtung und der Grad der Asymmetrie sowie auch die Lage der Maximalordinate im Koordinatensystem kann nach Gleichung 17 sehr variieren — je nach konkreten Parameterwerten, die jedoch, den bisherigen Voraussetzungen gemäss, alle positiv sein müssen.

Die Funktion 16 enthält, wie gesehen, das Prinzip der Koinzidenz zwischen der Maximalordinate und der Ordinatenaxe. Obwohl nun die Funktion 17, wie gesagt, auch eine andere Lage der Maximalordinate im Koordinatensystem prinzipiell zulässt (je nach konkreten Parameterwerten), so wollen wir doch auch für sie dasselbe Koinzidenzprinzip annehmen, da sie nur unter dieser Bedingung ganz beliebige nachträgliche Umformungen zulässt. Vor jeder Umformung dieser Funktion muss sie somit, prinzipiell genommen, die gesagte Kardinal-eigenschaft besitzen, dass sich nämlich ihr Kulminationspunkt eben in der Ordinatenaxe befindet. Was ist jedoch daraus zu folgern bezüglich ihrer Parameterbeträge? Um darauf eine Antwort zu bekommen, müssen wir vorerst den allgemeinen Ausdruck für die Abszisse ihres Kulminationspunktes festsetzen, d. h. wir müssen die Funktion nach x differenzieren, sodann diesen Differentialquotienten gleich Null setzen und die auf diese Weise erhaltene Gleichung nach x auflösen. Nach Anwendung dieser Regel auf die Funktion 17 erscheint für x (als einzige Lösung) die Gleichung 18. Wird jetzt $x = 0$ gesetzt, so resultiert aus 18 die Gleichung 19 und daraus weiter die Gleichung 20.

Wenn also der Kulminationspunkt der Funktion 17 sich eben in der Ordinatenaxe befinden soll ($x = 0$), so müssen ihre Grenz- und Exponentparameter die Proportionalitätsgleichung:

20 bilden. Mit Hilfe dieser normalen Beziehung zwischen den gesagten Parametern sind wir nun in der Lage, schon durch blossen Anblick der Funktion 17 (uzw. auf Grund der gegebenen, bekannten, Beträge für beide Grenzparameter) leicht zu beurteilen, welcher der beiden Kurvenäste länger bzw. kürzer sein muss: ob der linksseitige (der auf die linke Seite der Ordinatenaxe kommende) oder der rechtsseitige. Umgekehrt, schon nach der Form der y' -Kurve auf Abbildung 1 sind wir in der Lage zu konstatieren, dass bei den Zuwachskurven (wenn bei ihnen die Ordinatenaxe eben auf den Kulminationspunkt hingelegt wäre) $g_2 > g_1$ sein sollte und demzufolge, proportionsgemäss, auch $r_2 > r_1$.

Nehmen wir beispielsweise für die Parameter der Funktion 17 die Beträge an: $a = 100$, $r_1 = 2$, $g_1 = 4$, $r_2 = 5$, $g_2 = 10$. In der beigelegten Tabelle 1 sind nun einige Koordinatenpaare derselben Funktion zusammengestellt, während die Abbildung 2 (Sl. 2) den zugehörigen Kurvenverlauf zur Anschauung bringt.

Die Funktionen 16 und 17 wurden schon von K. P e a r s o n aufgestellt (im J. 1895), jedoch zu ganz anderen Zwecken, auf einer ganz anderen Grundlage und demzufolge auch mit Hilfe ganz anderartiger Herleitung. C z u b e r bringt dieselben samt Herleitungen auf S. 25—29 eines seiner bekannten Werke (Nr. 38).

Die Gleichung 21 repräsentiert nun die erste Stufe für die Umformung der Funktion 17 mit Zuhilfenahme der im Abstände g_1 linksstehenden neuen Ordinatenaxe Y_2' (Abbildung 2). Nach einigen einfachen Operationen ergibt sich hieraus die Gleichung 22 und aus dieser, mit Hilfe der Substitutionsgleichungen 23, schliesslich die Gleichung 24. Dies wäre prinzipiell die gesuchte Zuwachsfunktion, deren Parameter (dem ganzen Herleitungsgange gemäss) alle natürlich positiv sein müssen. Aus ihr ergibt sich gleich auf den ersten Blick, dass $y' = 0$ sein muss nicht nur bei der Abszisse Null, sondern auch bei der Abszisse C . Das Zeitgebiet von O bis C schliesst also alle charakteristischen Entwicklungserscheinungen in sich ein. Selbstverständlich lässt diese Gleichung, ganz formell genommen, auch Abszissenbeträge grössere als C und sogar auch negative x -Werte zu. Jedoch können diese nicht hier in Betracht kommen, da wir hier nur die Ordinaten zwischen O und C ins Auge nehmen. Auch wären übrigens die diesen für uns sinnlosen Abszissenwerten entsprechenden Ordinaten, wie es schon C z u b e r (und sicherlich auch P e a r s o n) bezüglich der Gleichung 17 hervorgehoben hat, meist imaginär, in Anbetracht dessen dass die beiden in der Gleichung auftretenden Exponenten zumeist gebrochene Zahlen sein müssen.

B.) I. 2. Der Raumersparnis halber muss ich den die analytische Verifikation der Gleichung 24 betreffenden Haupttextinhalt nur ganz summarisch resümieren. Es wird dort analytisch nachgewiesen, dass die Kurve 24 alle charakteristischen Eigenschaften einer beliebigen (durchschnittlich jedoch genommenen) Zuwachskurve besitzt. Namentlich wird nachgewiesen: 1) dass die gesagte Kurve fähig ist, aus dem Koordinatenursprunge unter verschiedensten Winkeln bezw. Richtungen auszugehen; sowohl unter dem Winkel O , d. h. tangential an die Abszissenaxe, als auch unter grösseren und selbst bis zu 90 Grad aufsteigenden Winkeln, wobei jedoch dieser letztere Fall, obwohl von der Gleichung noch zugelassen, beim Zuwachse eigentlich nicht in Rücksicht kommen kann; 2.) dass sich dieselbe Kurve (ebenso wie alle wirklichen Zuwachskurven) an ihrem rechten Ende nur tangential an die Abszissenaxe anschliesst; 3.) dass sie innerhalb des besagten Gebietes nur ein einziges Maximum besitzen kann, uzv. bei der durch die Gleichung 26 ausgedrückten Abszisse; 4.) dass sie ausserhalb der Abszissenaxe und zugleich rechts von der Ordinatenaxe nur zwei Wendepunkte haben kann, uzv. bei den durch die Gleichung 28 ausgedrückten Abszissen.

B.) I. 3. Die Gleichung 24 besitzt, wie gesehen, einen Parameter (C), der die obere Zeitgrenze der Zuwachsaktivität angibt d. h. das Alter, welches die Waldbäume (nach Maassgabe ihres bis zu einem gewissen Zeitpunkte eben noch beobachteten Entwicklungsganges) wahrscheinlich noch erleben können. Auf Grund einer konkreten Reihe von Zuwachsbeträgen versuchte ich nun beiläufig zu bestimmen, bis zu welchem Betrage der erwähnte Parameter überhaupt ansteigen kann. Zu diesem Behufe muss man bekanntlich wenigstens 4 verschiedene Koordinatenpaare kennen, da die Gleichung 24 vier Parameter enthält, die (als vorläufige Unbekannten) ermittelt bezw. ausgerechnet werden können nur mit Hilfe von wenigstens 4 Gleichungen mit bereits bekannten Koordinatenpaaren. Viel sicherer fällt diese Berechnung selbstverständlich aus, wenn sie nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeführt wird, natürlich auf Grund einer grösseren Anzahl von Koordinatenpaaren, als in der Gleichung eben Parameter enthalten sind. Doch ist dieses exakte Verfahren selbst in den leichtesten Fällen wesentlich langwieriger, hier aber, wo wir es mit nichtlinearer Gleichung zu tun haben, ist es noch ganz unvergleichlich langwieriger. Andererseits mir handelte es sich hier nicht gar um volle Exaktheit, sondern bloss um eine eben noch erträgliche Approximation. Es war ausserdem nur die gesagte Zeitgrenze, die mich hier interessierte, nicht aber auch die übrigen Gleichungsparameter. Ich wendete also die einfachere und rascher zum Ziele führende Methode der teilweisen Auflösung von 4 Bestimmungsgleichun-

gen an. Der Weg nun, welcher zur Formel für die Berechnung von C führt, ist bezeichnet durch die Gleichungen 29—34. Die betreffende, nicht geschlossene Formel für die Berechnung von C ist in der Gleichung 34 enthalten, aus welcher sich C nur durch schrittweises Probieren mit verschiedenen dafür im vorhin angenommenen Werten ermitteln lässt. Als beste Lösung gilt sodann derjenige C -Betrag, für welchen sich der linksseitige, als $F(C)$ erscheinende, also veränderliche Teil der Gleichung am meisten nähert dem rechtsseitigen (konstanten) Gleichungsteile. Selbstverständlich können wir uns auf diese Weise demjenigen C -Werte, der den gegebenen Koordinatenpaaren vollkommen streng entspricht, mit einer ganz beliebigen, selbst auch äussersten Genauigkeit nähern, sofern dazu in rein technischer Hinsicht überhaupt Möglichkeit besteht.

Auf diese Weise erledigte ich nun die C -Berechnung mit Hilfe gewisser Koordinatenwerte, die sich mittelbar aus den Angaben der Tabelle 2 ergeben. Diese Angaben stammen von Prof. G u t t e n b e r g h e r (Nr. 16, S. 45) und beziehen sich auf den Wachstumsgang der mittleren Bestandeshöhe für die Fichtenbestände der I. Standortsbonität in Tirol, usw. in Decimetern ausgedrückt und innerhalb der Altersgrenzen vom 10. bis zum 150. Jahre. Graphisch wurde dieser Wachstumsgang dargestellt durch die y -Kurve der Abbildung 1. Die Differenzen dieser aufeinander folgenden y -Beträge, nach Formel 4 je durch 10 geteilt und (dem allgemeinen Gebrauche gemäss) den betreffenden Periodenmitten als Abszissen zugewiesen, als wenn erfolgten sie eben in diesen Mitten, sind (in Centimetern) enthalten in der Tabelle 3. Diese Reihe von Zuwachswerten sollte eigentlich (im Sinne der Gleichung 4) mit $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ bezeichnet werden, nicht aber (wie hier) mit y' ; doch ist dies ganz nebensächlich in Anbetracht des Umstandes, dass sie hier (in völliger Ermangelung einer besseren) doch faktisch die y' -Reihe nach Gleichung 24 repräsentieren soll.

Aus dieser empirischen Reihe von Zuwachsbeträgen nahm ich nun für die gesagte Berechnung diejenigen heraus, die den Abszissen 5, 55, 95, 145 entsprechen. Dieselben sind nämlich auf das ganze vom 5. bis 145. Jahre reichende Zeitgebiet derart verteilt, dass man daraus schon mit einer ganz ziemlichen Berechtigung eine genügende Genauigkeit des (mit Hilfe von nur 4 Koordinatenpaaren) errechneten C -Betrages erwarten darf. Die für die Rechnung notwendigen Logarithmen entnahm ich den 10-stelligen Logarithmentafeln von Vega (V e g a G e o r g: Thesaurus logarithmorum completus, Leipzig 1794). Die Präzision dieser Tafeln nützte ich, wo es eben notwendig war (bei Interpolationen), bis zur äussersten Grenze aus. Der konstante Ausdruck auf der rechten Gleichungsseite beträgt nun nach die-

ser Rechnung 0.529.562. Obwohl ich mit einer viel grösseren Anzahl von Decimalen rechnete, führe ich hier nur deren sechs an, da (wie wir gleich sehen werden) eine grössere Anzahl derselben hier auch nicht notwendig ist.

Der richtige C - Betrag kann somit, praktisch genommen, nur derjenige sein, der — in den linksseitigen variablen $F(C)$ - Ausdruck eingeführt — für diesen letzteren den eben angeführten Betrag 0.529.562 ergibt. In den eben erwähnten variablen Ausdruck führte ich nun nacheinander die sieben in der Tabelle 4 angegebenen C - Werte ein. Die entsprechenden $F(C)$ - Werte, ebenfalls in der Tabelle angeführt, zeigen nun mit anwachsenden C - Werten jedenfalls auch eine Zunahme, jedoch eine äusserst langsame. Obwohl der letzte C - Betrag bereits die astronomische Zahl von 100 Milliarden von Jahren überschritten hat, hält sich der ihm entsprechende $F(C)$ - Betrag noch gar sehr weit unter der angegebenen konstanten Zahl. Offenbar zeigt also $F(C)$ die Tendenz an, sich dieser konstanten Zahl erst in der Unendlichkeit vollkommen zu nähern. So sollte denn das Alter, bis zu welchem — dem angegebenen Zuwachsgange gemäss — die Fichtenstämme an der gesagten Bonität durchschnittlich noch leben und wachsen könnten, sich eigentlich in die Unendlichkeit erstrecken. Dies kommt übrigens auch schon aus der graphischen Darstellung desselben Zuwachsganges heraus, wie es die darnach konstruierte y' - Kurve (Abbildung 1) zeigt. Bei ihrem rechten Ende zeigt sie nämlich schon eine zur Abszissenaxe beinahe parallele Richtung an, obwohl nicht einmal das Alter von 150 Jahren noch überschritten ist. Sofern mir bekannt, ähnlich stehen die Verhältnisse bei allen aus neueren Ertragstafeln resultierenden Zuwachskurven.

Wie verträgt sich jedoch dies mit der bekannten Tatsache, dass die grosse Mehrzahl von bestandbildenden Bäumen aufhört zu wachsen und abstirbt sogar sehr früh und dass auch die übrigen Individuen nicht länger leben und wachsen können als höchstens ein halbes bis ein ganzes Jahrtausend oder vielleicht auch noch etwas mehr (dies jedoch bei anderen, noch länger lebensfähigen Holzarten). Die Erklärung scheint nicht schwer zu sein. Die Ertragstafelkurven geben bekanntlich den durchschnittlichen Entwicklungsgang an usw. nur bis zum Alter, in welchem die Bestände verhältnissmässig noch ein ziemlich gutes Gedeihen zeigen. Ihr Zuwachs in diesem Alter, obwohl nun schon weit unter demjenigen, den sie zur Zeit ihrer besten Entwicklung zeigen, ist ja immerhin noch ein solcher, als ob der Bestand — dem ganzen Gange seiner bisherigen Entwicklung gemäss — noch eben bis in die Ewigkeit leben und wachsen werde. Doch die Altersschwäche, die nachher fortwährend und immer mehr Platz greift, übt auf den Entwicklungsgang nicht nur direkten Einfluss aus, sondern auch insofern,

als sie unvermeidlich und immer mehr von Erkrankungen aller Art begleitet wird, die nun zuletzt den Lebens- und Entwicklungsfaden weit früher abbrechen, als es sonst der Fall wäre.

Obwohl also die Bäume und Bestände nur ein ganz begrenztes Dasein haben können, so ist doch ihre Entwicklung bis zur Erreichung eines gewissen, wirtschaftlich noch zulässigen Alters (nach welchem die Entwicklungsbeobachtungen überhaupt aufhören) noch immer eine solche, als ob sie — wenn auch in je schwächerem Rythmus — bis eben in die Ewigkeit andauern werde. Und für uns daher, wenn es sich darüber handelt, eine analytische Grenze ihrer Entwicklung festzusetzen, ist eigentlich nicht das maassgebend, was tatsächlich stattfindet nach Ueberschreitung des wirtschaftlich noch zulässigen Alters, sondern das, was voraussichtlich stattfinden könnte, wenn die Altersschwäche nicht unterstützt wäre (und dazu in einem fortwährend zunehmenden Maasse) von pathologischen Prozessen aller Art. Es ist demnach durchaus nicht zu befürchten, dass der analytische Ausdruck, der den durchschnittlichen Zuwachsgang bis zum wirtschaftlich noch zulässigen Alter charakterisieren soll, irgend einen Schaden dadurch erleiden werde, wenn man die obere Entwicklungsgrenze bereits im vorhinein bis in die Unendlichkeit versetzt.

B.) II. 1. Nach Abbildung 2 und in Anbetracht der vorletzten Gleichung unter 23 kann C unendlich werden nur vermittelt seines rechten Teils g_2 , während die Grössen g_1 und $r_1 = B$ bei irgend welcher Zuwachsreihe nur endlich sein können. Dasselbe gilt natürlich auch für deren Quotienten (Gleichung 35) und demzufolge — vermittelt der Gleichung 20 als auch der letzten zwei Gleichungen unter 23 — auch für den Quotienten 36, woraus sich dann unvermittelt der Ausdruck 37 ergibt. Wird dieser in die Gleichung 24 eingeführt, jedoch mit Rücksicht auf die unter 23 ersichtliche ursprüngliche Form von A , so folgt (mit Beachtung auch der übrigen Substitutionsgleichungen unter 23) die Gleichung 38, woraus dann nach einigen einfachen Umformungen die Gleichung 39 resultiert. Wird C unendlich, so reduziert sich hier der Zähler des ersten Hauptbruches auf a , während der Nenner des zweiten Hauptbruches (als der Einheit gleich werdend) aus der Rechnung verschwindet. Vom Nenner des ersten und vom Zähler des zweiten Bruches dagegen gelangt man nach bekannter Regel der Infinitesimalrechnung zu den Ausdrücken 40 und 41 mit e als Basis des natürlichen Logarithmensystems. Die Gleichung 39 verwandelt sich also unter dem Einflusse dieser Aenderungen in die Gleichung 42 und vermittelt der Substitutionsgleichung 43 zuletzt in die Gleichung 44, wo natürlich A nicht identisch ist mit demselben Zeichen unter 24.

Damit sind wir nun zur Zuwachsfunktion gelangt, die auch schon ganz formell davon Rechnung trägt, dass bei Waldbäumen und bis zum wirtschaftlich noch zulässigen Alter die durchschnittliche Zuwachskurve derartiges Aussehen zeigt, als ob das Wachstum — mit unaufhörlichem Sinken des Zuwachses natürlich — bis in die Ewigkeit andauern werde. Die Funktion 24, an derartige Zuwachskurven angewandt, nimmt sozusagen ganz automatisch die Form 44 an und wird sodann, neben dieser, ganz von selbst gegenstandslos.

In einer dem Verfahren, welches enthalten ist in den Gleichungen 21—24, ganz ähnlichen Weise ergibt sich auch die Funktion 44 aus einer Gleichung, welche bereits von Pearson hergeleitet wurde und welche von Czuber angeführt wird an den Seiten 24 und 29 seines erwähnten Buches. Nur wurde natürlich diese Funktion, als von den Zielen, die diesen Autoren vorschwebten, gänzlich abseits stehend, nicht von ihnen hergeleitet und (sofern mir bekannt) auch gar hindeutungsweise nicht berührt.

Nach Einführung des Ausdruckes 45 nimmt die Funktion 44 ohne weiteres die Form 46 an, die als Zuwachsgleichung von Koller bekannt ist (Nr. 6, S. 34). Koller hat sie jedoch nicht hergeleitet, sondern sie einfach von Gram übernommen, nur mit dem Unterschiede, dass sie von Gram als Wachstums-Funktion vorgeschlagen und angewandt, von Koller dagegen als Zuwachs-Funktion ins Auge gefasst wurde, was selbstverständlich richtiger ist. Die Zuwachs-Kurve nimmt nämlich schon bei Lebzeiten des Baumes vielfach ab (die Höhenzuwachskurve sogar sehr früh), während eine etwaige Abnahme der Wachstums-Kurve nicht anders ins Auge gefasst werden kann, als ein Prozess der postmortalen Zersetzung, welcher aber mit dem Wachstum (als einer ausdrücklichen Lebenserscheinung) bereits nichts mehr gemeinsam hat. Andererseits auch schon der bloße Begriff des physiologischen Wachstums verträgt sich durchaus nicht mit dem Begriffe des Sinkens, welcher nun an die Gleichungen 46, 44 und 24 jedenfalls gebunden ist.

Ob nun auch Gram die Funktion 46 ohne Herleitung aufgestellt oder sie wirklich hergeleitet hatte und auf welchem Prinzip, ist mir nicht bekannt, da Gyldefeldt, berichtend von ihr in der »Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen« (1880, S. 240), nichts sagt in dieser Hinsicht.

B.) II. 2. a) Wenn wir schon für die Zuwachsfunktion das Prinzip angenommen haben, dass ihre obere Zeitgrenze (bei Waldbäumen und Waldbeständen wenigstens) ins Unendliche reichen soll, so ist hiermit der Vorrat solcher aus Gleichung 24 bzw. 22 herleitbarer Funktionen nicht ganz erschöpft. Die Gleich-

chung 20 bleibt nämlich in sich selbst unverändert, wenn man z. B. vor ihre beiden rechtsstehenden Ausdrücke negative Vorzeichen setzt, d. h. wenn man diese Gleichung anschreibt in der Form 20-a. Werden nun diese negativen Vorzeichen in die Gleichung 22 eingeführt, so erhält sie die Form 47. Wird deren letztangeschriebener (eingeklammelter) Ausdruck auf gemeinsamen Nenner $(g_1 - g_2)$ gebracht, so kürzen sich miteinander der Zähler des ersten und der Nenner dieses nun neuentstandenen zweiten Bruches, wobei im Zähler des ersteren nur noch \bar{o} übrigbleibt, während der gesagte Nenner des letzteren ganz wegfällt. Wird hierauf der zweite Ausdruck aus dem Nenner des ersten Bruches unter den noch übrig bleibenden Zähler des letzteren versetzt, so können dann beide diese Ausdrücke unter den gemeinsamen Exponenten $-r_2$ gesetzt und sodann, als Zähler und Nenner ein und desselben Bruches, mit (-1) multipliziert werden. Hierdurch nimmt nun die Gleichung 47 die Form 48 an. Transformiert man jetzt diese letztere mit Rücksicht auf die Negativität des Exponenten, so ergibt sich weiterhin die Gleichung 49.

Wie hieraus ersichtlich, g_2 muss auch hier, ebenso wie früher, grösser sein als g_1 (und demzufolge auch $r_2 > r_1$), da sonst y' eventuell (ab und zu) auch negativ sein könnte, was jedoch mit Rücksicht auf den unbedingt positiven Charakter des Zuwachses nicht statthaft ist. Ausserdem müsste die Relation $g_1 > g_2$ es mit sich bringen, dass bei einem gewissen von Null verschiedenen (positiven) x -Betrag der Nenner des rechtsstehenden (veränderlichen) Bruches auf Null herabsinkt, was nun den naturwidrigen und daher unmöglichen Betrag $y' = \infty$ zur Folge hätte. Ihrer theoretischen Aufgabe kann somit diese letztere Gleichung genügen nur unter der (wie wir noch sehen werden) ganz leicht erfüllbaren Bedingung $g_2 > g_1$.

Damit nun anderseits g_2 unendlich werde, wie dies z. B. in den Gleichungen 38—41 der Fall ist (mit Rücksicht auf die vorletzte Gleichung unter 23), dies ist hier durchaus unnötig, da auch hier y' grösser bleibt als 0 bis selbst in die Unendlichkeit und erst alsdann (wegen $r_2 > r_1$) auf Null herabsinken muss. Der variable Bruch in 49 kann nämlich auf die Form 50 (rechterhand) gebracht werden, deren erster Summand bei $x = \infty$ offenbar verschwindet. Damit nun ihr zweiter Summand bei demselben x -Betrag unendlich werde und demzufolge auch y' verschwinde, Vorbedingung dafür ist $r_2 > r_1$.

Dies ist also die Grundbedingung für die Richtigkeit der Gleichung 49 und dieser Bedingung sollen wir Genüge leisten bereits a priori. Dies ist jedoch auch ganz leicht möglich, wenn von den Substitutionsgleichungen 51 Gebrauch gemacht wird,

wo c als ein neuer Parameter eingeführt wurde, der grösser sein muss als 1. Mit Rücksicht auf die Gleichung 20 besteht jetzt die ihr konforme Gleichung 52 und hieraus ergibt sich nun der Ausdruck 53. Wird dieser letztere (ebenso wie die Ausdrücke unter 51) in die Gleichung 49 eingeführt, so ergibt sich hieraus nach einigen Zusammenziehungen der Ausdruck 54. Hieraus wiederum, usw. mit Rücksicht auf die Abkürzungen unter 55, ergibt sich schliesslich die erstrebte Funktion 56, wo ebenfalls alle Parameter positiv sein müssen (A natürlich mit einer anderen Bedeutung als in den Gleichungen 24, 44, 46). Hierdurch erhielten wir nun eine Zuwachsfunktion, die (bei denselben Grundeigenschaften) einen wesentlichen Vorteil hat den bereits angeführten gegenüber. Wir werden ihn noch kennen lernen.

B.) II. 2. b) Auch für diese letzthergeleitete Funktion wird im Haupttexte analytisch nachgewiesen, dass sie alle charakteristischen Eigenschaften der Zuwachskurven besitzt, ganz so wie die Funktion 24. Namentlich wird festgestellt, dass unbedingt $c > 2$ sein muss, da sonst die Kurve 56 nicht entsprechen könnte den wirklichen Zuwachskurven sowohl in bezug auf die Richtung ihres Ausganges aus dem Ursprunge als auch in bezug auf die Position ihrer Wendepunkte. Als wesentlichste Resultate dieser Verifikation sind Gleichungen 58 und 60 hervorzuheben, deren erste die Abszisse des einzigen Kulminationspunktes repräsentiert, die zweite dagegen die beiden Wendepunktabszissen. Die Verifikation der Funktionen 44 und 46 wurde hier unterlassen, da es bezüglich der letzteren bereits K o l l e r getan hatte (a. a. O., S. 35—37) und da die erstere eigentlich nichts anderes ist, als eine analytisch brauchbarere Form der letzteren.

B.) III. Die Zuwachsfunktionen für sich allein können für die praktische Anwendung nur von einer mehr untergeordneten Bedeutung sein den Wachstumsfunktionen gegenüber. Dies kommt daher, dass der Zuwachs, als Differenz je zweier aufeinander folgender y - Beträge, behufs Prüfung seines Ganges nicht direkt gemessen, sondern nur indirekt ermittelt werden kann, usw. aus den nacheinander gemessenen y - Beträgen. So ist es wenigstens in der ganz gewaltigen Mehrzahl von Fällen, d. h. beim Massenzuwachs stets und beim Höhenzuwachs meist (nur hie und da Fälle ausgenommen, wo wir es mit quirltreibenden Nadelhölzern zu tun haben). Deshalb erscheint es jedenfalls als naturgemässer, wenn auch der regelmässige Gang des Zuwachses (im Sinne der analytischen Funktion) ausgeführt wird nicht direkt aus einer der Zuwachsgleichungen selbst, sondern erst indirekt, d. h. aus einer der Wachstumsgleichungen.

Andererseits die Zuwachsbeträge, als Differenzen zwischen gemessenen y - Beträgen, sind von Messungsfehlern stärker be-

haftet als die y - Beträge selbst. Es kann allerdings stattfinden, dass, obwohl zwei aufeinanderfolgende y - Beträge mit Messungsfehlern behaftet, der daraus resultierende Zuwachsbetrag trotzdem fehlerlos bleibt, was z. B. der Fall wäre, wenn beide y - Beträge mit zahlenmässig gleichen und dazu auch mit gleich bezeichneten Messungsfehlern behaftet wären. Es ist jedoch auch der Fall entgegengesetzter Vorzeichen möglich, dem vorigen sogar auch gleich wahrscheinlich. Da haben wir dann eine Kumulierung von Fehlern im erhaltenen Zuwachsbetrage, weshalb eben die Amplitude der Fehlerhaftigkeit (um mich so auszudrücken) beim Zuwachse doppelt so gross erscheint als bei der Primärgrösse selbst.

Dies musste hervorgehoben werden bezüglich der absoluten Fehlerbeträge. Was nun die relative Fehlerhaftigkeit (in Prozenten ausgedrückt) anbelangt, so steht es in dieser Hinsicht mit dem Zuwachse noch ärger, da nämlich seine Beträge in der Regel viel geringer sind als die Primärgrössenbeträge.

Die Zuwachsfehler kommen zwar nicht eben arg zum Vorschein, wenn die Primärgrössen gemessen werden in grösseren Zeitabschnitten, z. B. jedes zehnte Jahr. Doch die so erhaltenen Zuwachsbeträge, als durchschnittlich-jährliche, unterscheiden sich schon mehr oder weniger von denjenigen, die (der regelmässigen Zuwachskurve gemäss) tatsächlich fallen sollen eben in die Mitten der einzelnen Perioden. In vielen Fällen kann allerdings solch ein mittlerer Zuwachsbetrag fast haarscharf als der eben in der Perioden-Mitte erfolgte betrachtet werden und geschieht dies zur Zeit, wo die Zuwachskurve eine annähernd gerade Richtung zeigt. Wenn diese jedoch stärker gekrümmt ist, so gehört (je nach Umständen) solch ein durchschnittlicher Betrag, seiner Grösse nach, nicht mehr genau genug in die Mitte seiner Periode. Und dies nun, zusammen mit einem noch ziemlichen Teile der erwähnten Mangelhaftigkeit in der Zuwachsermittlung, beeinträchtigt die Präzision der darauf fundierten mathematischen $Zuwachs$ -Kurve jedenfalls mehr, als es der Fall ist bei der (auf einem entschieden zuverlässigeren Grundlagenmaterial fundierten) mathematischen $Wachstum$ -Kurve

C.) I. Die Zuwachsgleichungen sind bekanntlich erste Ableitungen der Wachstumsgleichungen. Diese letzteren ergeben sich daher aus der Integration von Differentialen jener ersteren.

Aus der Gleichung 44, die (wie gesagt) nur als eine für analytische Operationen besser geeignete Form der Gleichung 46 erscheint, folgt als vorläufige (noch nicht abgeschlossene) Form der Wachstumsgleichung der Ausdruck 61. Dieser kann nun zum Abschlusse gebracht werden nur im Wege der sogenannten partiellen Integration. Bevor wir jedoch hierzu heran-

treten, wollen wir ihn noch etwas vereinfachen, usw. mit Hilfe des Substitutionsausdruckes 62 und der ihm zugeordneten Ausdrücke unter 63. Setzt man diese drei Ausdrücke in 61 ein und beachtet man hierbei die Integrationsgrenzen, mit deren Vertauschung sich das Vorzeichen des Integrals ändert, so ergibt sich daraus die Gleichung 64. Wenn wir jetzt vorläufig nur die unbestimmte Integration des Integrals 64 ins Auge fassen und substitutionsweise die Ausdrücke 65 und 67 anwenden, so nimmt das Integral I_0 aus 65 mit Hilfe der bekannten Gleichung 66 die Form 68 an. Das Integral im Subtrahenden dieses letzten Ausdruckes (wir wollen es mit I_1 bezeichnen) ist nun ganz analog gebaut wie das Integral I_0 aus 65. Daher erhält es mit Hilfe der Ausdrücke unter 69 die Form 70. Substituiert man weiter die Ausdrücke 71, so nimmt das Integral (I_2) aus dem Subtrahenden des Ausdruckes 70 die Form 72 an.

Wäre nun B eine ganze Zahl und wollte man den angegebenen Integrationsvorgang so lange fortsetzen, bis der Koeffizient vor dem Integralzeichen auf Null herabsinkt, so erhielte man als letztes partielle Integral den Ausdruck 73. Nach Einsetzen dieses letzteren in das vorletzte (I_{B-1}), dieses wiederum in das vorangehende usw. bis schliesslich zu I_0 (all dies unter gleichzeitiger Ausmultiplizierung der einzelnen Partialintegrale mit den davorstehenden Koeffizienten) wäre die unbestimmte Integration des Ausdruckes 64 zum Abschluss gebracht und bliebe es nur noch übrig, dieses unbestimmte Integral aufzulösen in bezug auf seine Grenzen. Hiermit wäre die gesuchte Wachstumfunktion vollkommen gegeben usw. in einer endlichen Form.

Die Integration des Ausdruckes 64 hat, wie ersichtlich, eine Vorbedingung, dass nämlich B schon a priori bekannt ist. Man soll es also bereits aus der Gleichung 44 bestimmen, usw. entweder nach der Elementarmethode (Auflösung von 3 Gleichungen mit 3 bekannten Koordinatenpaaren) oder nach der Methode der kleinsten Quadrate. Nach irgend welcher dieser Methoden resultiert indessen B in der Regel als ein Bruch, was bedeuten will, dass die Auflösung des Integrals 64 in der Regel zu einer unendlichen und für das hier erstrebte Ziel eigentlich unbrauchbaren Reihe führt. Um nun doch zu einer für praktische Ausnützung geeigneten, also endlichen Reihe zu gelangen, muss B auf ganze Zahl auf- bzw. abgerundet werden. Unter dieser Bedingung und auf beschriebene Weise ergibt sich dann für I_0 der Ausdruck 74. Mit Rücksicht auf leichte Erkennbarkeit der Regel, nach welcher sich die Vorzeichen der einzelnen darin befindlichen Glieder wechseln, kann dieser Ausdruck angeschrieben werden auch in der Form 75. Wird jetzt zur Bestimmung dieses noch unbestimmten Integrals herangetreten (mit

Rücksicht auf die unter 64 angegebenen Grenzen), so entsteht hieraus die Gleichung 76 und aus dieser nach einigen Umformungen schliesslich die Gleichung 77.

Dies wäre also die Koller'sche Wachstumsfunktion. Nach Prof. G u t t e n b e r g (a. a. O., S. 61) »erscheint sie etwas zu kompliziert, um eine Anwendung in der Praxis zu gestatten«. Ausser diesem rein praktisch gehaltenen Einwande kann man ihr auch deren einige von rein theoretischem Charakter geben. Aus leicht fasslichen Gründen gehört hierzu schon die Notwendigkeit der gesagten Auf- bzw. Abrundung von B . Ausserdem ist die Funktion eigentlich nicht selbständig. Denn vermitteltst ihrer Parameter, die entweder alle (nach Koller selbst) oder wenigstens teilweise (B) aus der Gleichung 44 ermittelt werden müssen, setzt sie ihre y -Beträge in Abhängigkeit von den (jedenfalls weniger zuverlässigen) empirisch gefundenen y' -Beträgen. Nach meiner obigen Herleitung erscheint die Koller'sche Wachstumsfunktion in rein formeller Hinsicht wesentlich einfacher als nach Koller selbst (von Koller wurde sie aus der analytisch weniger geeigneten Gleichung 46 hergeleitet), doch auch jetzt verliert sie noch immer nicht den von G u t t e n b e r g hervorgehobenen ungünstigen Charakter.

Für den Fall, dass von den in 77 enthaltenen Parametern nur B aus der Gleichung 44 ermittelt wird, müsste natürlich der von allen Parametern zusammengesetzte Ausdruck vor der Hauptklammer durch einen einzigen, neuen Parameterausdruck ersetzt werden.

C.) II., 1. Wird sowohl der Zähler als auch der Nenner der Funktion 56 durch den Ausdruck 78 geteilt, so folgt aus ihr nach einfacher Umformung die Gleichung 79 bzw. 80. Setzt man in diese letztere die Ausdrücke unter 81 und 82 ein und beachtet man sowohl die neuen Integrationsgrenzen im Sinne der Gleichung 81 als auch die erwähnte Regel, dass die Vertauschung von Integrationsgrenzen eine Aenderung des Vorzeichens vor dem Integrale zur Folge hat, so ergibt sich hieraus nach entsprechender Zusammenziehung der Ausdruck 83. Werden nun in diesen letzteren die Ausdrücke unter 84 und 85 eingesetzt, so ergibt sich daraus die Gleichung 86, und aus dieser, nach Vereinfachung im Sinne des Ausdruckes 87, ergibt sich schliesslich die gesuchte Wachstumsfunktion 88. Die der Funktion 56 analoge Form des Ausdruckes 88 ist unter 88-a angeführt.

Wie ersichtlich, diese letztere Form unserer Wachstumsfunktion unterscheidet sich von der Funktion 56 nur insofern, als hier sowohl der Zähler als auch der Nenner ein und denselben Exponenten besitzt. Es ist demnach, in völliger Uebereinstimmung mit den Formen der entsprechenden Kurven, diese

Wachstumsfunktion einfacher geformt als die ihr entsprechende Zuwachsfunktion. Sonst kommt aus 88-a gleich auf den ersten Blick heraus, dass für $x = 0$ auch $y = 0$ sein muss. Die Form 88 zeigt nun weiter, dass für $x = \infty$ sich $y = a$ ergeben muss, dass also die Wachstumskurve ihr Ende nimmt mit dem asymptotischen Betrage a als Ordinate. Auf diesem Wege von 0 bis a passiert die y -Grösse (unaufhörlich zunehmend) durch einen einzigen Wendepunkt, dessen Abszisse ausgedrückt wurde durch die Gleichung 58. Da weiter, wie schon gesehen, die Funktion 56 bei $x = 0$ ebenfalls gleich Null ist, so steht die anfängliche Richtung der Kurve 88 tangential zur Abszissenaxe.

Die Funktion 88 besitzt also sämtliche für die Wachstumscharakterisierung (wie dasselbe dargestellt wird durch Abbildung 1) notwendigen Eigenschaften. Sie muss sich daher an die konkreten, auf Grund der Beobachtungsergebnisse aufgetragenen Wachstumskurven in genügendem Maasse anschmiegen. Es ist jedoch auch bekannt, dass das Anschmiegevermögen einer theoretischen Kurve nicht allein von ihrem allgemeinen Charakter abhängt (ob prinzipiell richtig oder nicht), sondern auch von ihrer Parameteranzahl. Je grösser diese, desto (bei sonst richtigem Funktionscharakter) grösser die Anschmiegsamkeit. Von diesem Standpunkte aus könnte nun die Gleichung 88 nur noch mit einem einzigen neuen Parameter dotiert werden (in Form eines unmittelbar über x gestellten Exponenten) und erhielte man hierdurch die von mir 1930 (herleitungslos) publizierte Wachstumsgleichung. Am Ende der vorliegenden Studie werde ich auch diese erweiterte Form der Wachstumsfunktion speziell herleiten, muss jedoch schon jetzt hervorheben, dass auch selbst bei der Funktion 88 die Parameterberechnung nicht eben bequem und rasch vor sich geht, indem nämlich auch sie nicht in die Gruppe linearer Funktionen hineingehört. Deshalb muss auch bei ihr (ebenso wie bei der Koller'schen Funktion) der ganze Berechnungsprozess nach der Methode der kleinsten Quadrate — wegen zahlreicher Logarithmierungen und Antilogarithmierungen langwierig und mühselig — noch einige Male wiederholt werden. Dies gibt mir nun Beweggrund dazu, aus ihr eine möglichst verwandte Näherungsfunktion zu entwickeln, bei welcher keine Wiederholung des Rechnungsprozesses und dazu auch kein Logarithmieren bzw. Antilogarithmieren notwendig ist. Selbstverständlich muss diese vereinfachte Funktionsform von ganz theoretischem Standpunkte aus minderwertig sein der Funktion 88 gegenüber.

C.) II., 2. Der Nenner der Funktion 88 kann leicht in eine Binomialreihe entwickelt werden, in der Regel unendliche, weil c nur ausnahmsweise ganze Zahl sein kann. Dadurch entsteht aus ihr die Funktion 89, die mit Hilfe der Substitutionsausdrücke unter 90 die Form 91 erhält mit A, B, C, \dots als neuen

Parametern. Eine je grössere Anzahl solcher Parameter in der Gleichung bezw. der Glieder in ihrem Nenner (von links nach rechts), desto besser müssen sich ihre y -Werte an die gegebene Reihe von y -Beträgen anschmiegen.

Sonst ist aus der Funktion 91 ersichtlich, dass — wie gross oder klein die Anzahl von Parametern bezw. von Nennergliedern auch sein mag, die Eins allein ausgenommen — für den Fall $x = 0$ ebensowohl auch $y = 0$ sein muss, während anderseits bei $x = \infty$ der Betrag $y = A$ sich ergibt. Diesbezüglich ist also die Funktion 91 ganz übereinstimmend mit der Funktion 88. Die übrigen Charaktermerkmale der Funktion 91 sind nicht so beständig. Sie sind einigermaßen durch die Anzahl von Nennergliedern bezw. von Parametern bedingt. Jedenfalls dürfte die Parameteranzahl nicht unter 4 herabsinken; anderseits jedoch, selbst auch in anspruchsvollsten Fällen, können 6 Parameter vollkommen genügen. Dabei dürfte die angegebene untere Anzahlgrenze für den Höhen-Wachstumsgang Geltung haben, die obere für den Wachstumsgang der Holzmasse.

Die Funktion 91 repräsentiert — ihrer ganzen Form gemäss — noch immer nicht das, was hier eigentlich erstrebt wird, da auch sie (wie ersichtlich) noch nicht linear ist. Dafür ist doch vollkommen linear (mit Rücksicht auf die Parameter als Unbekannten) die ihr reziproke Funktion 92, die mit Hilfe der Substitutionsausdrücke unter 93 die endgültige Form 94 annimmt mit $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ als neuen Parametern. Diese letztere lässt also eine bequeme und verhältnismässig rasche Parameterberechnung zu, sei es nach der Elementarmethode oder nach der Methode der kleinsten Quadrate. Nach deren Ausrechnung ergeben sich dann die Parameter der Gleichung 91 durch einfache Umkehrung der Ausdrücke unter 93 d. h. nach den Formeln 95. Doch ist dieses letztere auch nicht gar notwendig, da auf Grund bekannter Werte für $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ und demzufolge auch für y^{-1} die den einzelnen Altern entsprechenden y -Beträge auch nur durch einfaches Umkehren von y^{-1} erfolgen können.

D., I. Zur Parameterberechnung nach der Elementarmethode übergehend, will ich diese nur für die Funktion 88 kurz darlegen.

Wenn man aus den drei Bestimmungsgleichungen 96, worin die Koordinatenpaare als bekannt vorausgesetzt werden, die Unbekannte a eliminiert, so entstehen die Gleichungen 97. Werden diese logarithmiert und miteinander dividiert, so fällt auch c weg und verbleibt zugleich nur noch die Gleichung 98. Ähnlich wie die Gleichung 34 kann auch diese letztere nur probierungsweise nach h aufgelöst werden, wobei jedoch h mit jeder beliebigen Genauigkeit bestimmt werden kann. Mit Hilfe des

für b gefundenen Wertes wird nun derjenige für c aus einer der Gleichungen 97 bestimmt und die Beträge für b und c dienen sodann zur Berechnung des Betrages für a , usw. aus einer der Gleichungen 96.

Die Parameterbestimmung nach dieser — eigentlich groben — Methode kann jedoch nur als eine Vorbereitungsarbeit gelten, usw. für die Bestimmung nach der viel feineren Methode der kleinsten Quadrate, zu welcher wir nun übergehen.

D, II, 1. Bevor wir jedoch die kompliziertere Entwicklung dieser Methode für die Funktion 88 in Anschlag nehmen, wollen wir möglichst kurz darstellen ihre einfachere Variante für die Funktion 94. Der Einfachheit halber werden hier nur 4 Parameter supponiert, da der Vorgang im Falle von mehr Parametern ganz analog ist. Der weiteren Vereinfachung wegen führen wir die Substitutionen nach 99 aus, wodurch die Gleichung 94 übergeht in die Gleichung 100.

Zwischen den theoretischen (gleichungsmässigen) y_i^{-1} -Beträgen für verschiedene Alter und den für dieselben durch Beobachtung erhaltenen (empirischen) Beträgen h_i^{-1} (wo $i = 1, 2, \dots, n$) bestehen bekanntlich gewisse, vorderhand noch unbekannte und gleich in positiver wie in negativer Richtung mögliche Differenzen, welche durch das Gleichungssystem 101 angegeben sind. Mit Hilfe der Substitutionen unter 102 bekommen diese Gleichungen, unter der Bezeichnung »Fehlergleichungen« bekannt, die einfacheren Formen unter 103. Nachdem nun diese Differenzen (Fehler) mit den vorderhand noch unbekanntem Parametern (α, β, \dots) funktionell in Verbindung stehen, so entspricht jedem anderen Parametersysteme ein anderer λ -Wert und entgegengesetzt. Nach der Theorie wird nun dasjenige Parametersystem als das wahrscheinlichste angenommen, welches die Gleichung 104 bzw. (mit Rücksicht auf das System 103) die Gleichung 105 zur Folge hat. Diese Fehlerquadratsumme kann indessen das erforderliche Minimum ergeben nur unter den durch die Gleichungen 106 angegebenen Bedingungen, d. h. wenn die partiellen Ableitungen der gesagten Summe nach $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ der Null gleichgestellt werden. Nach Ausführung dieser Operationen entstehen die 4 Gleichungen 107, die mit Rücksicht auf das System 103 ausgedrückt werden können durch die einfacheren Gleichungen 108 bzw. 109 (hierselbst nach der in der Fehlertheorie gebräuchlichen kürzeren Schreibweise).

Die Gleichungen 107 können indessen (nach Ausmultiplizierung der eingeklammerten Ausdrücke mit den ausserhalb stehenden Faktoren) auch in einer anderen Weise vereinfacht werden. Zu diesem Behufe ordnet man sie nach den Unbekannten (α, β, \dots) selbst und entstehen hiernach (durch entsprechende Zusammenziehungen) die sogen. Normalgleichungen 110,

die aufgelöst werden können im Wege des einfachsten Eliminationsvorganges. Die so erhaltenen Parameterwerte, in das System 103 eingeführt, ermöglichen nun die Bestimmung einzelner Differenzbeträge, worauf man mit Hilfe der Gleichungen 108 auch die rechnerische Richtigkeit der erlangten Resultate prüfen kann.

Die Unbekanntenberechnung aus dem Systeme 110 kann noch vereinfacht werden, wenn für die Unbekannten bereits im vorhinein eigentliche Formeln aufgestellt werden. Wird zu diesem Behufe vorerst α eliminiert, so entstehen die Gleichungen 111, worin man sodann die Substitutionsausdrücke 112 einführen kann. Hierdurch erhält man die ganz einfachen Gleichungen 113. Durch Elimination von β resultieren alsdann die Gleichungen 114 und mit Hilfe der Vereinfachungsausdrücke unter 115 die Gleichungen 116. Die Elimination von γ liefert zuletzt die einzige Gleichung 117, aus welcher sich in 118 der formelmässige Ausdruck für δ ergibt. Nach seiner Errechnung ergeben sich dann aus den Gleichungen 116 die beiden Ausdrücke für γ (Gleichung 119). Die parallele Anwendung beider dieser Ausdrücke erscheint als vorteilhaft, da hierdurch bereits jetzt das eventuelle Bestehen eines groben Rechnungsfehlers entdeckt werden kann. Zum mindesten zeigen die Resultate beider dieser Formeln an, mit wieviel Decimalen weiterhin gearbeitet werden soll, da es z. B. unsinnig wäre auch weiterhin mit 10 Decimalen zu arbeiten, wenn die beiden parallelen Resultate schon in der neunten Decimale nicht übereinstimmen. Auf Grund der für γ und δ bereits bekannten Werte berechnet sich dann der β -Wert nach der Formel 120 und weiterhin auch α nach der Formel 121.

D, II, 2. Aus jeder durch Gleichung 122 dargestellten (positiven oder negativen) Differenz zwischen dem gleichungsmässigen y_i -Werte und dem dafür beobachtungsweise erhaltenen h_i -Betrag ergibt sich umgekehrt je ein Ausdruck 123, der den gleichungsmässigen y_i -Wert als Aggregat zwischen dem betreffenden Beobachtungsergebnisse (h_i) und seinem Fehler χ_i darstellt. Ausserdem enthält die Gleichung 123 auch eine formelle Hinweisung darauf, dass y_i funktionell abhängt nicht nur von x_i allein, sondern auch von den Parameterwerten, die sich von Fall zu Fall (z. B. von Standort zu Standort) wesentlich ändern. Indessen hängt, wie ersichtlich, diese Funktion nicht linear von ihren Parametern ab und muss daher für die Behandlung nach der Methode der kleinsten Quadrate erst speziell präpariert werden. Dies geschieht nun mit Hilfe des Satzes von Taylor. Nachdem jedoch aus technischen Gründen die Taylor'sche Reihe schon nach den die ersten partiellen Ableitungen enthaltenden Gliedern abgebrochen werden muss und nachdem hier-

durch die Quadrate und Produkte ihrer »Zusätze« vernachlässigt werden müssen, so müssen in die Funktion 88 bereits im Vorhinein gewisse, möglichst gute Approximationswerte (a_0 , b_0 , c_0) für Parameter eingeführt werden, die dann durch die Ausglei chung nur noch möglichst kleine Zusätze (α , β , γ) erhalten sollen, um mit Hilfe der Gleichungen 124 auf die wahrscheinlichsten Parameterwerte (a , b , c) ergänzt zu werden. Die Approximationswerte werden nun am zweckmässigsten nach dem durch Gleichungen 96—98 angegebenen Elementarverfahren ermittelt, wobei es auch noch als zweckmässig erscheint, die gegebenen Koordinatenpaare graphisch aufzutragen und die hierdurch erhaltene unregelmässige Kurve nach Augenmaass auszugleichen.

Die Gleichung 123, auf angegebene Weise mittelst der niedrigsten Glieder der Taylor'schen Reihe (Gleichung 125) ausgedrückt, hätte somit die Form 126, die jedoch einer vielfachen Vereinfachung fähig ist. Zu diesem Behufe dienen die in 127 angegebenen Substitutionen, mittelst deren Hilfe sich hieraus direkt die Gleichung 128 ergibt. Hier gelten die Koeffizienten A_i , B_i , C_i , H_i als bekannt, nachdem nun dieselben auf Grund der Beobachtungsergebnisse direkt errechnet werden können. Aus dem durch 128 dargestellten System von Fehlergleichungen ergeben sich sodann auf bereits angegebene Weise (siehe Gleichungen 104—107) die Normalgleichungen 129, worin jedoch, wie ersichtlich, nicht mehr die Parameter selbst als Unbekannte vorkommen, sondern ihre Zusätze. Nach deren Ausrechnung (in Analogie mit den Gleichungen 111—121) werden diese Zusätze in die Formeln 124 eingesetzt. Fast nie jedoch erhält man hiermit gleich die definitiven Parameterbeträge, da die erwähnten Zusätze nach dieser ersten Berechnung in der Regel so gross sind, dass ihre Quadrate und Produkte nicht vernachlässigt werden dürfen. Deshalb dürfen die nach 124 zum ersten Male errechneten Parameterwerte nur erst als neue Approximationswerte zwecks Wiederholung des ganzen Rechnungsprozesses verwendet werden. Die hierdurch für α , β , γ erhaltenen neuen Werte müssen jedoch kleiner sein als das erste Mal, sofern natürlich kein grober Rechenfehler vorliegt bzw. sofern man mit einer genügenden Anzahl von Decimalen arbeitet. Doch müssen selbstverständlich auch sie noch immer nicht genug entsprechen und muss daher die ganze Prozedur so lange wiederholt werden, als die errechneten Zusatzwerte nicht derart herabsinken, dass man ihre Quadrate und Produkte wirklich vernachlässigen kann. Od dieser Fall schon da ist, kann man sich mittelst der Kontrollgleichungen 130 vergewissern, die ähnlich erhalten werden wie diejenigen unter 108 bzw. 109. Ist dieser Fall schon eingetreten, so haben wir dann nicht nur die wahrscheinlichsten Parameterwerte hiermit gefunden, sondern

können auch alle uns notwendigen y -Werte auf die einfachste Weise und endgültig errechnen. Sie resultieren in diesem Falle mit genügender Genauigkeit bereits aus der Gleichung 122.

Die Methode der kleinsten Quadrate bietet uns auch die Möglichkeit, den Zuverlässigkeitsgrad der errechneten Parameterwerte zu bestimmen. Doch hierauf kann ich hier nicht eingehen.

D, III. Das hier behandelte Beispiel betrifft die in Tabelle 2 enthaltene und in Decimetern ausgedrückte Wachstumsreihe von *Guttenberg*. Sie ist, wie ersichtlich (Abbildung 1), bereits ausgeglichen, nicht jedoch nach der Methode der kleinsten Quadrate, sondern der Hauptsache nach graphisch und okulariter.

1. Behufs Ermittlung der Näherungswerte a_0, b_0, c_0 (mittelst der Gleichungen 96—98) nahm ich die den Abszissen 10, 80, 150 entsprechenden Ordinaten zuhilfe. Hiermit erhielt ich: $a_0 = 574.3874, b_0 = 14.77354, c_0 = 4.094.228$. Mit Hilfe dieser Beträge ergaben sich nach den Gleichungen 129 die Zusatzwerte $\alpha = + 13.019.9496, \beta = - 2.5498.0949, \gamma = + 0.837.605.347$, so dass die Parameterwerte selbst jetzt betragen: $a = 587.407.3496, b = 12.2237.3051, c = 4.931.833.347$. Es wurde natürlich die Wiederholung notwendig, wodurch ich erhielt: $\alpha = - 1.1473.5573, \beta = - 0.440.782.986, \gamma = + 0.317.830.715$, also Zusatzbeträge viel kleinere als das erste Mal, die jedoch noch immer nicht zu vernachlässigen sind. Ich begnügte mich hiermit dennoch; nur konnte ich aus dem gesagten Grunde die einzelnen y -Werte nicht aus der Gleichung 122 ermitteln, musste vielmehr zu diesem Behufe die neuen $a_0 A_1$ -Werte berechnen (siehe Gleichungen 125—127). In der Tabelle 5 sind diese Werte in der 3. Spalte zu finden. Der leichteren Vergleichung wegen enthält die 2. Spalte nochmals die *Guttenberg*-schen Originalzahlen aus der Tabelle 2. Die 4. Spalte enthält die Differenzen zwischen den Angaben dieser beiden Spalten, d. h. die H_1 -Werte nach letzter Gleichung unter 127. Sie sind, wie ersichtlich, nicht eben gross. Graphisch sind die angeführten $a_0 A_1$ -Werte durch die Abbildung 3 dargestellt (ausgezogene Kurve). Die daneben liegenden Punkte repräsentieren dagegen die Originalzahlen von *Guttenberg*. Die hier notwendigen Logarithmierungen führte ich mittelst der angeführten 10-stelligen Tafeln von *Vega* aus. Überhaupt alle Berechnungen sowohl hier als auch in folgenden Fällen wurden mit Zahlen von wenigstens 10 Effektivziffern ausgeführt.

2. Aus der Gleichung 94 nahm ich bei der Parameterberechnung zuerst 4 und sodann auch 5 Parameter in Betracht. Mit ihrer Hilfe berechnete ich dann nach den Formeln 95 die Para-

meter von Gleichung 91. Alle diese Parameter sind in der Tabelle 6 zusammengestellt, diejenigen für den ersten Fall in den ersten 4 Zeilen. Einer der Parameter für den zweiten Fall ist, wie ersichtlich, negativ, was ja nicht erstaunen kann angesichts der Tatsache, dass die Funktion 91, obwohl aus 88 entstanden, mit dieser dennoch nicht identisch ist. Aus der Tabelle 7, die sonst der vorigen (5) ganz ähnlich eingerichtet ist, geht hervor, dass sich die Kurve y_{91} im Falle der Anwendung mit 4 Parametern etwas besser an die empirische Kurve von Gutenberg anschmiegt, als es der Fall war mit der Kurve y_{88} . Dies ist übrigens ganz begreiflich angesichts der grösseren Anzahl ihrer Parameter, obwohl sie, wie gesehen, nur eine gewisse Annäherung an die Funktion 88 repräsentiert.

Eine noch viel bessere Anschmiegung an die Gutenberg'sche Wachstumsreihe zeigt sie bei der Anwendung mit 5 Parametern, wie dies aus Tabelle 8 hervorgeht, wo die Differenzen bereits ganz winzig sind. Ist indessen der Umstand, dass die beiden Wachstumsreihen bzw. die daraus entstehenden Kurven nicht ganz übereinstimmen, nur der theoretischen Kurve zur Last zu schreiben? Um diesbezüglich ein Urteil fällen zu können, bildete ich aus den aufeinander folgenden Beträgen der 2. Spalte Differenzen und aus diesen in derselben Weise auch die zweiten Differenzen (siehe die Spalten 5 und 6). Diese letzteren trug ich jetzt im Maasstabe $1 \text{ c/m} = 2 \text{ dcm}$ graphisch auf. Nun zeigte es sich, dass diese zweiten Differenzen vom 50. Jahre ab eine durchaus unregelmässige Kurve bilden (siehe den punktierten Kurventeil, Abbildung 4) davon eben rührend, dass die Gutenberg'sche y -Kurve, ihrer Entstehungsweise gemäss, nur anscheinend regelmässig ist. Dagegen bilden die entsprechenden (in die letzte Spalte eingetragenen) zweiten Differenzen der Funktion 91 auch weiterhin eine ganz regelmässige Kurve, die sich eben durch die Mitte der von der anderen gebildeten, unregelmässig stehenden Punkte hindurchzieht und sie hierdurch ausgleicht.

Ich will hiermit nicht etwa sagen, dass die Funktion 91, mit 5 Parametern angewandt, in bezug auf ihren Kurvenverlauf bereits nichts mehr zu wünschen übrig lässt. Dies umsoweniger, als sie (wie gesehen) nur eine Näherungsform der Funktion 88 gegenüber darstellt und als sie ihre bessere Anschmiegsamkeit (dieser Mutterfunktion gegenüber) nur ihrer bedeutenden Überlegenheit in der Parameteranzahl zu verdanken hat. Doch dürfte diese ihre Eigenschaft nicht stets derart massgebend sein, als es eben scheinen will. Nachdem wir nämlich einen ihrer Parameterwerte bereits als negativ gesehen haben, so ist durchaus auch der Fall nicht ausgeschlossen, dass nicht ihr vorletzter, sondern ihr letzter Parameter negativ wird und in diesem Falle muss sie dann entschieden aufhören, in ihrem ganzen

Verlaufe verwendbar zu sein. Doch dürfte dann dieser eventuelle Sonderfall nur als ein Zeichen dafür gelten, dass die eben verwendete Parameteranzahl noch nicht genügt.

E.) Für den Gang des Dickenwachstums und des Durchmesserzuwachses im Bodenniveau gelten bekanntlich ganz analoge Kurven wie diejenigen auf Abbildung 1. Deshalb gelten nun für das Wachsen und Zuwachsen des Durchmessers an dieser untersten Schaftstelle auch die in den Gleichungen 56 und 88 enthaltenen Gesetze. Das erste davon gilt indessen auch für den Durchmesserzuwachs an irgend einer andern Schaftstelle, so auch an derjenigen in der Brusthöhe (13 dcm über dem Boden), nur natürlich erst von dem Zeitpunkte (t) ab, in welchem diese Höhe von der Baumspitze eben erreicht wird: Nach Einsetzen dieses speziellen Argumentwertes in die Funktion 56 resultiert für den Anfangs-Betrag des Durchmesserzuwachses in der Brusthöhe der Ausdruck 131, der natürlich — dem betreffenden von Null, ja auch von 1 entschieden grösseren Argumentwerte gemäss — sich ebenfalls in den Grenzen der Endlichkeit bewegen muss.

Mit Rücksicht auf diese untere Zeitgrenze (t) der Zuwachstätigkeit in der Brusthöhe muss natürlich bei der Herleitung des Brusthöhendurchmesser betreffenden Wachstumsgesetzes von der analogen Gleichung 80 nur in bezug auf diese Grenze unterschiedet. Setzt man hierher die Ausdrücke unter 81 und 82 ein, so resultiert hieraus nach entsprechender Zusammenziehung und mit Rücksicht auf die neuen Integrationsgrenzen im Sinne der Gleichung 81 der Ausdruck 133. Hieraus wiederum, nach Einsetzen der Ausdrücke unter 84 und 85, resultiert der Ausdruck 134, welcher nach Ausführung der Integration übergeht in den Ausdruck 135. Mit Hilfe des Substitutionsausdruckes unter 87 ergibt sich hieraus schliesslich der Ausdruck 136 mit dem konstanten Subtrahenden, der nach 137 auch durch k ersetzt werden kann. In Anbetracht dessen ist die endgültige Form unserer Funktion für das Dickenwachstum in der Brusthöhe enthalten in der Gleichung 138.

Wie ersichtlich, unterscheidet sie sich von der Funktion 88 lediglich durch noch einen weiteren Parameter, bzw. subtraktionellen Charakters.

Für den Fall $x = t$ wird ihr Minuend, wie aus 136 ersichtlich, gleich dem Subtrahenden und resultiert somit für diesen Fall der Betrag $y = 0$. Im Alter t existiert also noch überhaupt kein Durchmesserbetrag in der Brusthöhe. Gleich hernach jedoch entstehend, wächst er unaufhörlich und konvergiert gegen einen endlichen Betrag $y = a - k$, der sich für $x = \infty$ ergeben müsste.

Wolte man die aufeinander folgenden Stammstärken am alleruntersten Schaftpunkte (eben im Bodenniveau) messen, so müsste man t in 136 und 137 durch 0 ersetzen, da für das Erreichen der noch ganz verschwindenden (eigentlich noch keiner) Höhe des betreffenden Punktes auch gar kein Altersbetrag notwendig war. Als Folge des gesagten Ersetzens ergäbe sich der Betrag $k = 0$ und fiel somit der Ausdruck 138 zusammen mit dem Ausdrucke 88, welcher — wie gesagt — Geltung hat für das Dickenwachstum am alleruntersten Schaftpunkte.

Infolge des Parameters k ist natürlich die praktische Anwendung der Funktion 138 wesentlich erschwert der Funktion 88 gegenüber. Seinetwegen lässt sich ausserdem die Funktion 138 nicht mehr in solch eine lineare Form überführen, wie es bei der Funktion 88 der Fall ist.

F.) Die Gleichungen 8-a, 9 und 10 lassen noch eine allgemeinere Form zu, indem nämlich auch jedes x mit einem von der Einheit verschiedenen Exponenten dotiert werden kann. Diesen wollen wir allgemein mit $2s + 1$ ausdrücken. Dabei kann s vorderhand (wegen Zufriedenstellung der auf diese Weise erweiterten Gleichung 10), wenn auch nicht alle, so doch eine ganz gewaltige Anzahl positiver (ganzer oder auch gebrochener) Werte annehmen. Auf dieser Grundlage und mittelst der Integration (wie früher) folgt nun aus der in dieser Weise erweiterten Gleichung 9 bzw. 12 die Gleichung 139, die für den Fall $s = 0$ in die einfachere Gleichung 13 zurück übergeht. Ein dem Vorgange, welcher uns zur Gleichung 17 führte, ganz ähnlicher Vorgang führt jetzt zur Gleichung 140 und diese selbst vereinfacht sich mittelst der Gleichung 141 auf die Gleichung 142.

Als Folge des Zusammenfallens der Maximalordinate mit der Ordinatenaxe ergibt sich hier auf bereits beschriebene Weise die Proportion 143. Im Sinne dieser letzteren stehen jetzt in der Relation $r_1 : r_2$ nicht mehr die Linearausdrücke g_1 und g_2 selbst, sondern ihre Potenzen. Weiterhin folgt aus der Gleichung 142 auch noch ein anderer Schluss, dass nämlich diese Potenzen auch als eigentliche Grenzen der Variabilität aufgefasst werden können. Doch sie müssen auch ja in dieser Weise aufgefasst werden, wenn die Funktion 142 jedenfalls asymmetrisch sein soll (was hier von ihr eigentlich auch erfordert wird). Wenn aber die Sache so steht, dann gilt nunmehr als eigentliches Argument nicht mehr das frühere (x), sondern seine Potenz. Mit Rücksicht darauf muss jetzt t nicht auf die der erwähnten Einschränkung von s entsprechenden Werte beschränkt sein, denn diese Einschränkung war ja nur bei symmetrischen Funktionen notwendig (um die in erwähnter Weise erweiterte Gleichung 10 zufriedenzustellen). Das einzige, was jetzt von t erfordert wird, ist die Positivität.

Unter diesen Umständen gilt für die derjenigen unter 21 analoge Transformation die einfache Gleichung 144. Aus ihr folgt weiter die Gleichung 145 und aus dieser (durch ähnliche Substitutionen wie bei 23) die Gleichung 146, d. h. die allgemeinere Form der Gleichung 24. Sie verwandelt sich (in ähnlicher Weise wie früher) in die Gleichung 147, d. h. in die allgemeinere Form der Gleichung 44. Aus dieser wiederum, wenn sie in der Form 147-a angeschrieben wird, folgt mit Hilfe der bekannten Gleichung 148 (welche Geltung hat unter der Bedingung $D = \infty$) die Gleichung 149. Eine ganz einfache Umformung dieser letzteren führt weiterhin zur Gleichung 150. Solange nun die Bedingung $D = \infty$ besteht, ist die Gleichung 149 (und demzufolge auch 150) ganz identisch mit derjenigen unter 147-a (bezw. 147), die den Wert $y' = 0$ ausser bei $x = 0$ erst noch bei $x = \infty$ zur Folge hat. Die erwähnte Bedingung ist jedoch nicht die einzige, die bei den erwähnten Abszissenwerten zum Ordinatenwerte 0 führt. Derselbe Effekt kann nämlich erreicht werden auch bei ganz endlichen D -Werten, nur muss zu diesem Behufe gleichzeitig mit der Einführung von teilweise vereinfachenden Substitutionsausdrücken 151 auch noch (im Sinne der Ausführungen bei 49 bis 51) von ganz speziellen Substitutionsausdrücken 152 Gebrauch gemacht werden.

Hiermit gelangen wir zur Gleichung 153, die (wie ersichtlich) bei $d = 1$ sich in die Funktion 56 zurückverwandelt. Wird sowohl der Zähler als auch der Nenner dieser allgemeineren Form für die Funktion 56 mit dem Ausdrucke 154 dividiert, so gelangt man nach einigen einfachen Griffen zur Gleichung 155, von dieser wiederum mit Hilfe der Substitutionsausdrücke 156 und 157 (in ähnlicher Weise wie früher) zur Gleichung 158 und zuletzt zur Gleichung 159, d. h. zur allgemeineren analytischen Form des Wachstumsgesetzes. Auf ähnliche Weise wie früher ergibt sich endlich in der Gleichung 160 auch die allgemeinere analytische Form des Dickenwachstumsgesetzes.

Die Parameterberechnung für die Funktion 159 verläuft analog derjenigen für die Funktion 88, nur ist natürlich die ganze Prozedur (wegen grösserer Parameteranzahl) hier noch langwieriger. Dafür ist aber die Anschmiegsamkeit hier weit besser als bei der vorigen (einfacheren) Funktionsform. Für voriges Beispiel betragen die Parameter dieser erweiterten Funktionsform wie folgt: $a = 487.701.0464$, $b = 473.327.3355$, $c = 1.338.810.808$, $d = 1.569.983.831$. Deren Berechnung erforderte 5 Wiederholungen, einerseits ihrer grösseren Anzahl wegen, andererseits auch infolge des Umstandes, dass bei den ersten 5 Berechnungen durchaus nur 7-stellige Logarithmentafeln in Anwendung waren, was natürlich die Präzision der Rechnung wesentlich beeinträchtigte. Die wesentlichsten (für uns hier) Ausgleichungsergebnisse befinden sich in

der Tabelle 9. Nach den Angaben der 4. Spalte erreicht keine einzige Differenz nicht einmal den Betrag von 9 cm. Im Durchschnitt sind diese Resultate denjenigen aus der Tabelle 8 ähnlich, dabei wurden jedoch diejenigen mit weit weniger Zeit- und Müheaufwand erreicht.

In der Tabelle 10 bringe ich noch die Ausgleichungsergebnisse (nach dieser selben Funktion) für die V. Standortsklasse der gesagten Gutenberg'schen Ertragstafel (Nr. 16, S. 47), Die Parameterwerte sind jetzt : $a = 334 \cdot 241.3228$, $b = 90 \cdot 378.343.14$, $c = 2 \cdot 295.009.752$, $d = 1 \cdot 126.763.791$. Sämtliche Resultate für diese (V.) Standortsklasse verdanke ich meinem ehemaligen Assistenten Herrn Dr. N. Neidhardt. Wie ersichtlich, hier erreicht die gesagte Differenz selbst den Betrag von 3 cm nirgends, was zugleich besagt, dass die betreffenden Höhenbeträge von Gutenberg besser ausgeglichen sind als diejenigen für die I. Standortsklasse. Ein Vergleich dieser letzteren Parameterwerte mit den obigen (für die I. Standortsklasse) zeigt noch, dass mit der Aenderung der Bonität sich natürlich auch alle Parameterwerte geändert haben, dass dabei jedoch die Aenderung von b diejenige aller übrigen Parameterverhältnissmässig weit überragt.

Hiermit ist selbstverständlich nicht gesagt, dass die Eigenschaft eines »Standortsweisers« nur diesem Parameter allein zugeschrieben werden sollte, da ja — wie ersichtlich — alle vier Parameter charakteristisch sind für die Standortbonität. In welcher Form können sie jedoch alle vier — und dazu auch zugleich — am besten als Standortswaiser dienen?

Aus der vorigen Herleitung, bzw. von der Gleichung 153 her, können wir leicht konstatieren, aus welchen Bestandteilen der Parameter a beider letztangeführter Gleichungen besteht. Seinen vollen Ausdruck repräsentiert nämlich die Gleichung 161 und aus dieser ergibt sich unmittelbar die Gleichung 162 — den Multiplikationsparameter der Gleichung 153 darstellend. Dieser Parameter der Zuwachsfunktion 153, kurz dieser »Zuwachskoeffizient«, eignet sich also als Standortswaiser am besten, da er in gleicher Weise aus allen 4 Parametern der Gleichung 159 zusammengesetzt ist.

Aus den obigen konkreten Parameterwerten resultiert als Betrag des Zuwachskoeffizienten für die V. Gutenberg'sche Standortsklasse die rund genommene Zahl 78118. Für die I. Standortsklasse dagegen beträgt der Zuwachskoeffizient rund 485230, also über sechsmal (genauer 6.2 mal) mehr als für die V. Standortsklasse. Wie beträgt sich, diesem Zuwachskoeffizienten gegenüber, die Bestandesmittelhöhe als Standortswaiser?

Wird der einzelne h - Betrag aus der Tabelle 9 durch dem ihm (dem Alter nach) entsprechenden h - Betrag aus der Tabel-

le 10 dividiert, so ergeben sich der Reihe nach die Werte: 4·08, 3·57, 3·34, 3·11, 2·96, 2·83, 2·71, 2·61, 2·51, 2·43, 2·36, 2·30, 2·25, 2·21, also Werte sowohl ungleiche untereinander als auch bedeutend geringere dem angeführten konstanten Werte 6.2 gegenüber. Nach der Methode der kleinsten Quadrate lässt sich ausserdem für den errechneten Zuwachskoeffizientenbetrag auch der Unsicherheitsgrad berechnen, der bekanntlich bedingt ist sowohl durch die Unregelmässigkeit der empirisch gegebenen h -Kurve als auch durch die Wirkung von Beobachtungsfehlern. Dagegen ist bekanntlich solche Berechnung bei der Bonitierung mittelst der Bestandesmittelhöhe nicht möglich.

Es dürfte also die Bonitierung mit Hilfe des angegebenen Zuwachskoeffizienten als wirksamer gelten der Bonitierung mittelst der Bestandesmittelhöhe gegenüber. Sie ist jedoch auch natürlicher als diese letztere in Anbetracht dessen, dass die Bestandesmittelhöhe (ebenso wie auch die Bestandesoberhöhe), auch bei ganz ungeänderter Standortsgüte, mit der Zeit sehr variiert, während der auf Messungsergebnissen genügend fundierte Zuwachskoeffizient eine Änderung erleiden kann nur im Falle einer wesentlichen zeitweisen Bonitätsänderung.

Von praktischer Seite aus müsste man behufs Bonitierung mittelst des Zuwachskoeffizienten zu den Stammanalysen Zuflucht nehmen, sofern man über etwaige Bestandeshöhendata für verschiedene Alter nicht bereits verfügt. Die Stammanalysen könnten sich natürlich nur auf Höhenanalysen für eine gewisse (ständig genommene) Anzahl stärkster Bäume beschränken. Zu den stärksten müssen bekanntlich die betreffenden Bäume gehören wegen möglichster Ausscheidung des Standraumeinflusses. In Plenterbeständen müsste natürlich nur das wirtschaftliche Baumalter in Rechnung gezogen werden.

Statt der Funktion 159 dürfte zu diesem Behufe (der Arbeitskürzung wegen) auch die aus ihr unter der Bedingung $c = 1$ erfolgende Funktion 163 sich ganz gut eignen. Diese letztere erscheint auch der Funktion 88 gegenüber als praktischer. Ausserdem dürfte sie auch sonst etwas besser hierzu geeignet sein als die Funktion 88. Die Funktion 91 dagegen ist hierzu überhaupt nicht geeignet, abgesehen von dem Umstande, dass bei der Berechnung ihrer Parameter mit Hilfe derjenigen für die Funktion 94 nicht eigentlich die Baumhöhen bzw. die Baummassen selbst einer Ausgleichung unterzogen werden, sondern ihre reziproken Werte und dass dieser Umstand ab und zu auch ganz störend sein kann.

PROF. DR. A. LEVAKOVIĆ:

ANALITIČKI IZRAZ ZA SASTOJINSKU VISINSKU KRIVULJU

(ANALYTISCHER AUSDRUCK FÜR DIE BESTANDESHÖHEN-
KURVE).

SADRŽAJ — INHALT:

- I. Uvod — Einleitung
- II. Osnovna jednadžba krivulje — Primäre Kurvengleichung
- III. Ujednostavnjeni oblici jednadžbe — Vereinfachte Gleichungsformen
- IV. Daljnja ujednostavnjenja — Weitere Vereinfachungen
- V. Izračunavanje parametara — Parameterberechnung
- VI. Dodatak — Zusatz
Zusammenfassung

I. UVOD

U prednjoj studiji (»Analitički oblik zakona rasteња«) promatrali smo visinu stabla kao funkciju vremena. Krivulja, koja predočuje dotičnu funkcionalnost, nazivlje se kratko i visinskom krivuljom. No visina se redovito osmatra i kao prosječna funkcija debljine u visini prsiju i to ne prema povremenim promjenama ovih dviju dimenzija kod jednog te istog individua (stabla), već prema istodobnim njihovim promjenama od individua do individua. I takova krivulja visinā nazivlje se kratko visinskom krivuljom. Predmetom ove studije bit će ova druga vrst visinske krivulje (sastojinska visinska krivulja).

Najjednostavnije dolazi se do ovakove krivulje grafičkom konstrukcijom, pri čem su (kao što je poznato) već od davnine u upotrebi dvije ovakove grafičke metode.

Kod jedne od njih nanosi se prsni promjer svakog visinskog primjernog stabla zasebice kao apscisa, a visina kao ordinata. Pri tom se, kao što je poznato, dobiva odugačka mrežasta pruga tačaka, kroz čiju se sredinu — po samoj njenoj dužini — potegne prostom rukom i od oka pravilnija jedna krivulja, koja

(kao što je poznato) pokazuje, da su deblja stabla u glavnom. (prosječno) i viša od tanjih.

Kod druge od tih dviju metoda ne nanosi se u koordinatni sustav prsni promjer i visina svakog izmjenjenog stabla napose, već se ta stabla najprije grupišu prema stepenima debljine (obično od cm do cm), pri čem u pojedini ovakav stepen padne ili po jedno ili i po više stabala, a u gdje koji baš i nijedno. Od stabala, kojih u jednom te istom debljinskom stepenu ima po više, izračuna se onda prosječni iznos visine (a kadšto i debljine, što je svakako ispravnije, nego ako se za sva ta stabla uzme da im debljina odgovara sredini debljinskog stepena), pa se prosječni iznos debljine nanese na apscisu, a prosječni iznos visine na ordinatnu os. Od stabala, kojih u pojedinom debljinskom stepenu ima samo po jedno, nanesu se kao koordinate debljina i visina samo toga jednog stabla. Tačke, koje nastaju na taj način, sačinjavaju zapravo jedan poligon, koji se izjednači što pravilnijom jednom krivuljom, i to opet prostoručno i od oka. Ako je posao u glavnom dobro izveden, onda ta krivulja (jednako kao i kod prve metode) unutar konkretnih granica, između kojih se giblje debljine svih stabala u odrasloj sastojini, mora da bude konkvavna prema apscisnoj osi.

Koja je od ovih dviju metoda bolja i sigurnija, teško je reći naprečac i generalno.

Kod druge je slika neizjednačenih još visinskih iznosa svakako jednostavnija, jer svakoj apscisi odgovara samo po jedna ordinata i jer ove ordinate (barem u debljinskim stepenima sa brojem izmjenjenih stabala većim od 1) predstavljaju već izvjestan stepen izjednačenosti, tako da nepravilnost u međusobnom položaju tih tačaka nije tako velika kao kod prve metode. No ovdje dolazi do izražaja bitna jedna mana, koje opet nema kod prve metode. Ta se mana sastoji u tome, da tačke spomenutog poligona izgledaju na oko kao sve jednako važne za izjednačenje toga poligona u pravilnu krivulju, što međutim nije slučaj. Jer očito ona tačka, koja predstavlja aritmetičku sredinu od većeg broja pojedinačnih visina (dotično i debljina), ima za izjednačenje poligona veću važnost od one, koja predstavlja manji broj individua ili čak jedan jedini individuum. Ona bi stoga pri izjednačivanju poligona trebala da se uzme više u obzir od onih drugih i to u razmjeru broja individua, što ih ona zastupa, a to se na njoj samoj nikako ne vidi. Može dođuše da se pokraj nje zabilježi i broj zastupanih individua ili da se — recimo — ona zaokruži sa toliko kružića, koliko u njoj ima individua. No ni te mjere nisu u stanju da tu pomognu, koliko bi to bilo kadšto od potrebe.

Kod prve metode naprotiv vidi se odmah na prvi pogled, gdje je mreža tačaka gušća, a gdje rjeđa, pa to pri potezanju pravilne krivulje može primjereno i da se uvaži. Ali tu je opet

sam položaj tačaka u mreži daleko nepravilniji, nego što je to slučaj sa položajem tačaka u poligonu, tako da je orijentacija u općem toku, što ga treba da dobije pravilna krivulja, znatno teža nego kod poligona, što naročito dolazi do izražaja, ako je broj izmjerenih stabala omalen.

I u jednom i u drugom slučaju može doduše pri povlačenju pravilne krivulje da nam dosta pomogne okolnost, da ona tačka krivuljina, koja bi (pri produženju krivuljinom prema nazad) odgovarala apscisi $x = 0$, mora da se nalazi u pozitivnom dijelu ordinatne osi i da od ishodišta koordinatskog bude udaljena baš za 13 dm — okolnost dakle, koja se osniva na činjenici, da stabalce, koje je baš dostiglo visinu od 13 dm, ali je nije i prestiglo, nema u toj visini još nikakve debljine. Međutim ni ovo pomoćno sredstvo nema baš toliko pomoćne snage, koliko kadšto može da nam bude od potrebe. U takovim slučajevima morali bismo da segnemo za izjednačivanjem po metodi najmanjih kvadrata, koje prema spomenutim grafičkim metodama ima (pored drugih) još i tu veliku prednost, da kod njega brojevi individua zastupanih u pojedinim (eventualnim) aritmetičkim sredinama dolaze do izražaja sasvim automatski i u najpotpunijoj mjeri. No ovakovo izjednačivanje visina kao prosječnih funkcionalnih iznosa pripadnih pojedinim debljinama potreban je važan jedan preduslov, t. j. da nam je poznata *a n a l i t i č k a j e d n a d ŝ b a*, koja (ako naravski raspoložemo sa dovoljnim brojem izmjerenih stabala) može pod svim okolnostima da ispravno predstavi prosječni odnos između visine stabla i debljine njegove u prsnoj visini.

Zasad još, koliko mi je poznato, ovakove jednadžbe nema. Švedanin M. N ä s l u n d (u jednoj radnji priopćenoj u časopisu »Meddelanden fran Statens Skogsvörsöksanstalt«, Heft 25, god. 1929, str. 93—170) upotrebljavao je u spomenutu svrhu jednostavnu, od prije već poznatu i u razne svrhe upotrebljavanu jednadžbu:

$$y = a + b x + c x^2 \dots \dots \dots (1)$$

koja može doduše da se u navedenu svrhu sa više ili manje uspjeha upotrijebi pod izvjesnim okolnostima, ali ne uvijek, kao što je to uostalom pokazao i sam N ä s l u n d. Prema toj jednadžbi nema naime *y* - krivulja nikakove infleksione tačke, dok naprotiv visinske krivulje izvjesnih vrsta drveća, naročito u mladim sastojinama, pokazuju očito ovakovu jednu tačku, prije koje visinska krivulja teče u smjeru konveksnom prema apscisnoj osi i nakon koje prelazi u smjer konkavan prema toj osi.

U takovim sastojinama (npr. smrekovim) ne može dakle gornja jednadžba da predstavi prosječne visine svih debljinskih kategorija, a osim toga nema ona ni nikakove nutarnje

veze sa zadatkom, kojem ovdje ima da posluži. Ona može dođuše da se proširi na oblik:

$$y = a + b x + c x^2 + d x^3 \quad (2)$$

koji bi već imao jednu infleksionu tačku, i to kod apscise:

$$x = -\frac{c}{3d} \quad (3)$$

No infleksiona tačka sa ovom apscisom nalazila bi se ne na mjestu, na kojem bi prema toku konkretne visinske krivulje trebala da se nalazi, nego na mjestu, do kojeg sastojinska visinska krivulja uopće ne dopire. Osim toga ima jednačba 2 jedan maksimum i jedan minimum i to kod pozitivnih apscisa:

$$x_{1,2} = -\frac{c}{3d} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{3bd}{c^2}} \right) \quad (4)$$

dok je poznato, da sastojinska visinska krivulja ovakovih karakterističnih tačaka nema. Jedan maksimum i to kod pozitivne apscise:

$$x = -\frac{b}{2c} \quad (5)$$

(pozitivne, jer c mora da bude negativno) ima uostalom i jednačba 1, pa je ona dakle i u ovom pogledu protuslovna sastojinskim visinskim krivuljamá. Osim toga iz razloga već spomenutog ne bi a u jednačbama 1 i 2 smjelo da ima parametarski karakter, već samo konstantnu vrijednost + 13, naime 13 dm.

Ovakove jednostavne potencijalne funkcije nemaju uopće svojstava potrebnih za okarakterisanje sastojinskih visinskih krivulja, pa se stoga njihovom upotrebom u ovu svrhu može postavljati cilj u većini slučajeva zapravo samo da promaši. Stoga ću da za navedenu svrhu izvedem i obrazložim izvjesnu funkciju, koja može da predstavi prosječne visine stabala pod svim okolnostima i u strogom smislu riječi, pošto sa ovim svojim zadatkom ima zapravo i nutarnju vezu. Za običniju upotrebu izvest ću iz nje i izvjesne jednostavnije oblike sa manjim stupnjem preciznosti.

II. OSNOVNA JEDNAČBA VIŠINSKE KRIVULJE.

Jednačba 159 iz prednje studije povezuje, kao što vidjemo, u međusobni funkcionalni odnos visinu stabla i njegovu starost. Isto to, ali u pogledu debljine u visini prsiju, čini jednačba 160. Napisat ću ih ovdje prema posebnim ciljevima ove radnje. Prva od njih glasila bi:

$$\eta = \frac{p}{\left(1 + \frac{q}{x^r}\right)^s} \dots \dots \dots (6)$$

a druga:

$$\xi = \frac{P}{\left(1 + \frac{Q}{x^R}\right)^s} - K \dots \dots \dots (7)$$

gdje je:

$$K = \frac{P}{\left(1 + \frac{Q}{t^R}\right)^s} \dots \dots \dots (8)$$

Zajednička je dakle jednadžbama 6 i 7 samo starost (x), dok se sve ostale njihove veličine i parametarske i funkcijske ($=$ visina stabla, $\xi =$ debljina u visini prsiju) razlikuju međusobno. Jednadžba 7 sadrži osim toga u parametru K izraz t , koji (kao što već znamo) predstavlja starost, u kojoj stablo baš izraste do visine prsiju (13 dm), ali je poš ne premašuje.

Stavi li se $x = t$, onda su minuend i suptrahend jednadžbe 7 jednaki međusobno, pa stoga izlazi $\xi = 0$, t. j. u starosti t promjer stabla u visini prsiju baš je jednak nuli, pošto vrh stabla u toj starosti baš seže (kao što rekoh) do te visine, ali je ne premašuje. Stavi li se pak $x = \infty$, onda (kao što već znamo) izlaze iz jednadžbi 6 i 7 konačni i asimptotički iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \eta = p \\ \xi = P - K \end{array} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

Kad bi dakle stablo bilo i beskonačno staro, što međutim (kao što znamo) ne može da bude, visina i debljina mogle bi i onda da mu budu samo konačne.

Iz jednadžbe 7 izlazi obrnuto izraz:

$$= \frac{Q^{\frac{1}{R}}}{\left[\left(\frac{P}{K + \xi}\right)^{\frac{1}{s}} - 1\right]^{\frac{1}{R}}} \dots \dots \dots (10)$$

Ako se ovaj uvrsti u jednadžbu 6, onda iz nje skoro neposredno izlazi jednadžba:

$$\eta = \frac{p}{\left\{ 1 + \frac{q}{Q^{\frac{r}{R}}} \left[\left(\frac{P}{K + \xi} \right)^{\frac{1}{S}} - 1 \right]^{\frac{r}{R}} \right\}^S} \quad \dots \quad (11)$$

prema kojoj visina stabla nije više funkcija vremena dotično starosti, već funkcija debljine u visini prsiju. Za argumenat (ξ) ove funkcije znamo iz jednadžbe 7 da može da se giblje samo između iznosa 0 (koji je posljedica spomenutog odnosa $x = t$) i iznosa predstavljenog drugom jednadžbom pod 9 (koji izlazi kao posljedica odnosa $x = \infty$), te da dakle desna (gornja) granica ξ - područja može zapravo da bude samo konačna, dok lijeva (donja) granica može da seže sve do nule.

Uvrsti li se u funkciju 11 ova donja granica ($\xi = 0$) i ako se u njoj parametar K zamijeni sa potpunim izrazom prema jednadžbi 8, onda iz nje nakon nekoliko stezanja izlazi:

$$\eta = \frac{p}{\left(1 + \frac{q}{t^{\frac{r}{R}}} \right)^S} = 13 \quad \dots \quad (12)$$

t. j. visina od 13 dm, koja odgovara starosti t . Uvrsti li se pak u tu funkciju gornja argumentska granica, predstavljena drugom jednadžbom pod 9, onda iz nje gotovo odjednom izlazi iznos predstavljen prvom jednadžbom pod 9, t. j. konačni iznos visine, koji bi prema jednadžbi 6 odgovarao starosti $x = \infty$.

Dok se dakle argumenat funkcije 11 može u skrajnjem slučaju (i teoretski tek) da giblje zapravo samo između nule i izvjesnog konačnog iznosa prema drugoj jednadžbi pod 9, dotle se ona sama može (isto tako) da giblje zapravo samo između iznosa 13 i izvjesnog konačnog iznosa prema prvoj jednadžbi pod 9.

To su naravski granice, unutar kojih mogu da se giblju prsni promjeri i visine stabala zapravo samo tokom vremena i kod zasebice uzetih individua (bilo faktičnih bilo prosječnih). Desne međutim (gornje) granice ne postizavaju se ni kod zasebice uzetih individua nikako, jer su to samo asimptotički iznosi, prema kojima prsni promjeri i visine uporedo sa starošću tek konvergiraju.

Uzmemo li pak u razmatranje članove cijele jedne skupine individua (sastojine) i ako ujedno isključimo iz razmatranja faktor vrijeme, ako dakle sponiramo sastojinu jednodobnu, onda i donja granica prsnih promjera dotično visina može da bude dosegnuta samo u sastojinama mladim, gdje dakle ima i stabilaca oko 13 dm visokih.

Naravski da ova jača, pa i mnogo jača ograničenost područja, unutar kojega se u konkretnim sastojinama zbilja giblju

prсни promjeri, prema području, što ga funkcija 11 u vezi sa osnovnim joj funkcijama 6 i 7 još dopušta, ne govori ništa protiv same te funkcije, jer funkcija, koja ima pretenzija na ispravnost, ne smije jedino da ima granice uže od granica u konkretnom stanju uopće mogućih, dok šire granice bezuvjetno smije da ima.

Kao što vidimo, iz funkcije 11 isključen je faktor vrijeme i ona prema tome — ma da je nastala iz funkcija, koje debljinu i visinu stabla povezuju u izvjesne odnose sa vremenom — ne vodi o vremenu samom nikakova naročita računa. Vrijeme za nju i postoji i ne postoji, jer ona samo izriče, da je deblje stablo ujedno i više, a iz kojeg je to razloga, da li radi veće starosti ili radi prilika za razvoj stabla povoljnijih, u to pitanje ona ne dira. Ona, bolje rečeno, dopušta i jednu i drugu od ove dvije eventualnosti, i to ili svaku zasebno ili i obje paralelno, što je napokon i sasvim shvatljivo, jer je ona nastala iz funkcija, gdje je visina i debljina povezana funkcionalno ne samo s vremenom, već i sa izvjesnim (parametarskim) izrazima, karakterističnim za životne prilike pojedinog individua. Ona stoga može da reguliše odnos između visine i debljine ne samo u toliko, u koliko se ovaj kod jednog te istog individua (faktičnog ili prosječno uzetog) mijenja tokom vremena, već i u toliko, u koliko se on unutar jednog te istog momenta mijenja između raznih individua jednako doduše starih, ali (pod utplivom nejednakih životnih prilika) nejednako debelih i visokih.

III. UJEDNOSTAVNJENI OBLICI JEDNADŽBE.

Inače vidimo iz funkcije 11, da ima svega 7 parametara, jer parametri r i R , q i Q ne dolaze u njoj svaki za sebe, već u grupama $\frac{r}{R}$ i $\frac{q}{Q}$, koje tek u cjelini sačinjavaju ovdje svaka po

jedan parametar. Radi tolikog broja parametara ona je za praktičnu primjenu posve nepodesna. No ona može da se čak i mnogo ujednostavni i prva etapa na putu toga ujednostavnjivanja sastojala bi se u ovom:

Već iz prednje studije znamo, da ako se debljine stabla mjere povremeno sasvim pri zemlji, t. j. u visini, za čije postignuće nije bila potrebna još nikakova starost ($t \doteq 0$), da onda iz ovdješnje jednadžbe 8 izlazi iznos $K = 0$. U tom dakle slučaju smijemo da u jednadžbu 11 uvrstimo za K iznos 0, pa onda iz nje izlazi jednadžba:

$$\eta = \frac{p}{\left\{ 1 + \frac{q}{Q^{\frac{r}{R}}} \left[\left(\frac{P}{\xi} \right)^{\frac{1}{S}} - 1 \right]^{\frac{r}{R}} \right\}^S} \quad (13)$$

koja predstavlja visinu stabla kao funkciju debljine sasvim prizemne. No ako je prema ovoj jednadžbi sa debljinom sasvim prizemnom skopčana (kao funkcija) dužina cijelog stabla, t. j. sve od zemlje pa do vrha, onda je po toj istoj jednadžbi sa debljinom u visini prsiju skopčana analogno (kao funkcija) visina dotično dužina onog dijela stablova, koji se nalazi iznad prsne visine. Odnos je ovdje sličan odnosu, koji postoji između broja godina sasvim prizemnog i broja godina u visini prsiju. Kao što naime broj godina sasvim prizemni predstavlja starost cijelog stabla, tako isto i broj godina u prsnoj visini predstavlja starost samo onog dijela stablova, koji se nalazi iznad prsne visine.

Ako dakle u funkciji 13 ima kao argumenat funkcije da važi debljina u visini prsiju, onda ta funkcija predstavlja samo dužinu nadprsnog dijela stablova, t. j. dijela koji preostaje, ako se od potpune visine stabla odbije iznos od 13 dm. Uvrstimo li naime u tu funkciju iznos $\xi = 0$, onda iz nje izlazi iznos $\eta = 0$, koji samo potvrđuje prednji zaključak, jer veli, da kad je prsni promjer jednak nuli, da je onda i dužina nadprsnog dijela stablova jednaka nuli. Uvrsti li se pak u tu funkciju iznos $\xi = P$, onda i iz nje izlazi prvi izraz pod 9, samo sada sa drugim značenjem nego prije, jer mu naime pripada sada iznos za 13 dm manji nego prije.

Ovo prvo ujednostavnjenje jednadžbe 11 izvedeno je, kao što vidimo, bez ikakove stvarne izmjene. Izmjena je tek formalne naravi, u toliko naime što jednadžba 13 važi strogo ne za potpunu visinu stabla, već samo za nadprсни dio te visine. Pri daljnjem ujednostavnjivanju, kojem se iz praktičnih razloga nikako ne da izbjeći, moramo međutim da zahvatimo više manje u samu suštinu, t. j. da baš izmijenimo neke njene sastavne dijelove, ali tako, kako bi to bilo skopčano sa što manje štetnih posljedica. U tu svrhu možemo najprije da stavimo $r = R$, koja supozicija ne mora naravski da bude ispravna, ali opet ne može da bude ni osjetljivo neispravna, jer iznosi r i R ne mogu mnogo da se međusobno razlikuju. Time se jednadžba 13 pojednostavnjuje na oblik:

$$\eta = \frac{p}{\left\{ 1 + \frac{q}{Q} \left[\left(\frac{P}{\xi} \right)^{\frac{1}{S}} - 1 \right] \right\}^S} \quad (14)$$

dotično dalje na oblik:

$$\eta = \frac{p}{\left(1 - \frac{q}{Q} + \frac{q}{Q} \frac{P^{\frac{1}{s}}}{\xi^{\frac{1}{s}}}\right)^s} \dots \dots \dots (15)$$

Sad je pitanje, kakav ovdje može da bude odnos između q i Q , t. j. da li ove dvije veličine mogu da budu jednake ili se baš moraju (načelno barem) da smatraju kao nejednake.

Ako bi one bile jednake, onda bi ova zadnja jednadžba dobila oblik:

$$\eta = \frac{p}{P^{\frac{s}{s}}} \xi^{\frac{s}{s}} \dots \dots \dots (16)$$

kojemu može da se daje jednostavnija forma:

$$\eta = u \xi^v \dots \dots \dots (17)$$

Sada bi visinska krivulja bila ili samo konkavna prema apscisnoj osi (u slučaju $v < 1$) ili samo konveksna prema toj osi (u slučaju $v > 1$) ili bi napokon prešla u jednostavni, prema apscisnoj osi nagnuti pravac (u slučaju $v = 1$). Ni u jednom dakle slučaju ne bi iz jednadžbe 16 dotično 17 mogla da izide linija sa bilo kakovom infleksionom tačkom (osim eventualno u ishodištu koordinatskom), dok mi naprotiv znamo, da konkretna visinska krivulja, produžena eventualno unatrag sve do ishodišta koordinatskog, ima desno od ordinatne osi — ako možda i ne uvijek, ali barem vrlo često — izrazitu infleksionu tačku. Iz te činjenice slijedi logično zaključak, da se q i Q ne smiju već a priori da uzmu kao međusobno jednaki. Ako ih ipak principiјelno moramo da tretiramo kao nejednake, koje od njih može onda da bude veće?

U smislu dosadanjih razmatranja može ξ iz jednadžbe 14 dotično 15 da se giblje samo između granica O i P . Ova međutim druga granica ne izlazi nikako kao postulat baš s a m i h t i h jednadžbi. Ona zapravo (uz spomenuti uslov $K = 0$) izlazi jedino iz funkcije 7, dok naprotiv sama funkcija 14 dotično 15 dopušta očito još kud i kamo širi razmak između obiju ξ -granica. Jer ako funkcije 6 i 7 (kao valjda i sve uopće moguće funkcije) dopuštaju načelno svome argumentu (x), da raste sve do u beskonačnost, zašto, ovo isto ne bi mogla svome argumentu (ξ) da dopusti i funkcija 14 dotično 15. Ona naravski to i dopušta, pa kao što funkcije 6 i 7 izriču, koliku bi visinu i debljinu postiglo stablo, kad bi živjelo sve do u vječnost (ma da do

toga, kao što znamo, ne može da dode), tako isto i funkcija 14 dotično 15 izriče, koliku bi visinu imalo stablo, kad bi mu debljina (što prema funkciji 7 ne može naravno da bude) mjesto do skrajnjeg iznosa $\xi = P$ porasla do skrajnjeg iznosa $\xi = \infty$. Iz nje naime uz ovaj uslov izlazi iznos:

$$\eta = \frac{P}{\left(1 - \frac{q}{Q}\right)^s} \quad (18)$$

Kad bi sad q i Q bili međusobno jednaki, onda bi odovud (jednako kao i iz jednadžbe 16 dotično 17 uz supoziciju $\xi = \infty$) izašao iznos $\eta = \infty$. No mi smo vidjeli, da ovaj odnos između q i Q ne može da se dopusti već a priori. Očito je međutim, da ne može uopće nikako da bude $q > Q$, jer bi inače iz ove zadnje jednadžbe lako mogao da za η izide i iznos negativan, koji se već a priori mora ovdje da označi kao besmislen i nemoguć. Može dakle, principijelno uzevši, da bude samo $q < Q$ ili u izuzetnom slučaju (kao slučaju graničnom između mogućnosti i nemogućnosti) također $q = Q$. Oba međutim ova odnosa u zajednici sa jednadžbom 18 vele, da bi pri iznosu $\xi = \infty$ morao za visinu stabla da izide iznos svakako veći nego pri iznosu $\xi = P$, t. j. u slučaju $q = Q$ izašao bi za η iznos beskonačan, inače pak iznos konačan. Onaj prvi, t. j. beskonačni iznos za η pri apscisi $\xi = \infty$ bio bi našem poimanju pristupačniji od ovoga drugoga, jer je u prvi mah zaista teško zamisliti si, da bi stablo pri beskonačnom iznosu debljine moglo da ima samo konačan iznos visine. No s druge strane ne valja smetnuti s vida, da su ovakovi debljinski i visinski ekstremi samo izražaj činjenice, da stablo može dobro da raste u debljinu i onda, kad je već davno prestalo da raste u visinu.

Raščistivši time važna ova pitanja možemo sada da pristupimo transformaciji jednadžbe 15. Ona može da se napiše i ovako:

$$\eta = \frac{P}{\left(1 - \frac{q}{Q}\right)^s \left(1 + \frac{q}{Q - q} \cdot \frac{P^{\frac{1}{s}}}{\xi^{\frac{1}{s}}}\right)^s} \quad (19)$$

Stavimo li sada:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{\left(1 - \frac{q}{Q}\right)^s} &= a \\ \frac{q}{Q - q} P^{\frac{1}{S}} &= b \\ \frac{1}{S} &= c \\ s &= d \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

onda napokon imamo:

$$\eta = \frac{a}{\left(1 + \frac{b}{\xi^c}\right)^d} \dots \dots \dots (21)$$

t. j. funkciju sasvim analognu funkciji 6 iz ove dotično funkciji 159 iz prednje studije, samo što sada ulogu argumenta vrši promjer stabla u visini prsiju (a ne starost njegovu) i što osim toga ova funkcija važi sada samo za nadprсни dio visine.

Infleksiona tačka ove funkcije određena je apscisom:

$$\xi = \left[\frac{b(cd - 1)}{c + 1} \right]^{\frac{1}{c}} \dots \dots \dots (22)$$

koja, kao što vidimo, može da bude ili pozitivna ili negativna ili imaginarna, a može da se nalazi i u samom ishodištu koordinatskom. Mjesto jedne mogu s ovim izrazom da budu određene eventualno i dvije infleksione tačke, od kojih bi se jedna nalazila lijevo, a druga desno od ordinatne osi. Sve to zavisi u prvom redu od toga, da li je $cd \geq 1$, a osim toga utječe na sve ovo i konkretni iznos eksponenta. Za nas međutim može kao nalazište infleksione tačke da dođe u obzir samo desna strana ordinatne osi, dok bi se u svakom drugom slučaju moglo postojanje infleksione tačke s našeg stanovišta jednostavno da zaniječe.

Prema jednadžbama 21 i 22 postoje dakle u pogledu infleksione tačke najšire mogućnosti. Ako je konkretna visinska krivulja zbilja nema, neće je jednadžba ni iskazati, iskaže li je pak (sa pozitivnim iznosom naravski), onda ona — ma bila možda prostim okom i neprimjetljiva — faktično postoji.

IV. DALJNJA UJEDNOSTAVNENJA.

Kao jednadžba sastojinske visinske krivulje može dakle samo u sasvim izuzetnom slučaju da dode eventualno u obzir dosta primitivna jednadžba 16 dotično 17, dok po pravilu može ovo svojstvo da pripada samo jednadžbi 21, u kojoj su iz spomenutih razloga svi parametri konačni i pozitivni. Samo naravno ima ova jednadžba praktičnu manu u toliko, što joj je primjena zapravo vrlo tegotna, takò da i ona iz praktičnih razloga može da dode u obzir zapravo tek u izuzetnim slučajevima, kad je naime baš iz posebnih kakvih razloga potrebna naročita preciznost. Za obične potrebe — pogotovo kad se radi o odrasloj sastojini, u kojoj je visinska krivulja unutar skrajnjih konkretno u sastojini zastupanih debljinskih granica već sasvim konkavna prema dolje — može jednadžba 21 da se još ujednostavni. No ovdje (baš radi te udaljenosti donje debljinske granice od samoga ishodišta koordinatskog) ne može da dode u obzir ujednostavnjenje sadržano u jednadžbi 91 dot. 94 iz prednje studije, već moramo pri ujednostavnjivanju da podemo drugim putem. U tu svrhu može u funkciji 21 da se stavi ili

$$b = 1, c = 1 \quad \dots \dots \dots (23)$$

ili pak

$$b = 1, d = 1 \quad \dots \dots \dots (24)$$

pak onda iz te funkcije izlazi ili izraz:

$$\eta = \frac{a}{\left(1 + \frac{1}{\xi}\right)^d} \quad \dots \dots \dots (25)$$

ili pak izraz:

$$\eta = \frac{a}{1 + \frac{1}{\xi^c}} \quad \dots \dots \dots (26)$$

koja oba predstavljaju već vrlo veliko ujednostavnjenje prvobitne funkcije i naravno vrlo veliko ubrzanje posla pri izračunavanju parametara po metodi najmanjih kvadrata. No računanje sa jednadžbom 25 može da se još i dalje veoma ujednostavni i pospješi, ako joj se dade oblik analogan jednadžbi 88-a iz prednje studije, u kojem obliku ona glasi:

$$\eta = a \left(\frac{\xi}{1 + \xi}\right)^d \quad \dots \dots \dots (27)$$

Ako se sada stavi:

$$\frac{\xi}{1 + \xi} = \vartheta \quad \dots \dots \dots (28)$$

onda se jednađba reducira na oblik:

$$\eta = a \vartheta^d \quad \dots \dots \dots (29)$$

analogan, kao što vidimo, jednađbi 16 dotično 17, no s tom razlikom, da krivulja 29 može da ima infleksionu tačku, čija aps-cisa uz uslove pod 23 izlazi direktno iz jednađbe 22, dok kri-vulja 16 dotično 17 ne može infleksionu tačku (osim eventualno u ishodištu koordinatskom) nikako da ima.

S ovim međutim nije ujednostavnjivanje jednađbe 25 još gotovo. Jednađba 29 može naime lako da se pretvori u jed-nadžbu linearnu s obzirom na parametre kao nepoznanice, pa da se tako izračunavanje parametara po metodi najmanjih kvadrata izvede s jednim jedinim zamahom, t. j. bez ikakova ponavljanja. Treba u tu svrhu samo da se jednađba logarit-muje, čime ona dobiva oblik:

$$\log \eta = \log a + d \log \vartheta \quad \dots \dots \dots (30)$$

Stavi li se sada ujednostavnjenja radi:

$$\left. \begin{array}{l} \log \eta = y \\ \log a = A \\ d = D \\ \log \vartheta = x \end{array} \right\} \dots \dots \dots (31)$$

onda ona za napomenuti postupak po metodi najmanjih kva-drata dobiva konačni oblik:

$$y = A + D x \quad \dots \dots \dots (32)$$

Na osnovi izračunanog iznosa za A dolazi se onda do izno-sa za a jednostavnim obrnućem druge jednađbe pod 31, t. j. an-tilogaritmovanjem dobivenog A - iznosa, dok je sa iznosom do-bivenim za D dobiven eo ipso odmah i iznos za d . No sam iz-nos za a ne mora u većini slučajeva ni da nam bude baš po-znat, jer do prosječnih stepenskih visinskih iznosa u smislu jed-nadžbe 27 dotično 29 možemo da dođemo već na osnovi izra-čunanih iznosa za A i D . Pojedine na osnovi tih parametarskih iznosa poznate y - vrijednosti iz jednađbe 32 trebaju naime u tu svrhu da se samo antilogaritmuju.

V. IZRAČUNAVANJE PARAMETARA.

Pri izjednačivanju sastojinskih visinskih krivulja često se, kao što rekoah u uvodu, visinska primjerna stabla grupišu po debljinskim stepenima, pa se za svaki takav stepen izračuna aritmetička sredina od svih stepenu pripalih pojedinačnih visina. Ako se sad po metodi najmanjih kvadrata izjednačuju te aritmetičke sredine (h_i) ili, bolje rečeno, iznosi:

$$L_i = h_i - 13 \quad (33)$$

dotično logaritmi ovih iznosa, t. j.

$$l_i = \log L_i \quad (34)$$

onda je potrebno, da se u račun uzmu i brojevi stabala pripalih pojedinom stepenu (od čijih su dakle visina pojedine aritmetičke sredine sačinjene). Ti brojevi stabala važe onda kao tzv. uteži dotično regulatori izjednačivanja.

Da bi rezultati izjednačivanja visina po spomenutoj metodi i s pomoću linearne jednadžbe 32, što ću ih ovdje pripočiti za jedan konkretni primjer, bili bolje pristupačni, moram ukratko da tangiram i upotrebljavanje spomenutih utega.

Iz (prethodno još nepoznatih) prosječnih stepenskih y_i -iznosa po jednadžbi 32 i iz poznatih već prosječnih stepenskih l_i -iznosa prema jednadžbi 34 izlazi za svaki pojedini debljinski stepen diferencijska jednadžba:

$$\lambda_i = y_i - l_i = A + D x_i - l_i \quad (35)$$

Svaka od ovakovih jednadžbi može sad da se pomnoži sa drugim korjenom pripadnog joj utega (p_i), pa se dobiva:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 \sqrt{p_1} &= A \sqrt{p_1} + D x_1 \sqrt{p_1} - l_1 \sqrt{p_1} \\ \lambda_n \sqrt{p_n} &= A \sqrt{p_n} + D x_n \sqrt{p_n} - l_n \sqrt{p_n} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

gdje n naznačuje ukupni broj debljinskih stepena.

Ako se sad svaka od ovih jednadžbi kvadrira, pa se onda ti kvadrati zbroje, dobiva se:

$$\left. \begin{aligned} S &= p_1 \lambda_1^2 + p_2 \lambda_2^2 + \dots + p_n \lambda_n^2 = \\ &= (A \sqrt{p_1} + D x_1 \sqrt{p_1} - l_1 \sqrt{p_1})^2 + \dots + (A \sqrt{p_n} + \\ &\quad + D x_n \sqrt{p_n} - l_n \sqrt{p_n})^2 \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Podvrgne li se ova suma zahtjevu minimalnosti ili, što je isto, diferencira li se ona po nepoznicama A i D , pa se onda ove parcijalne derivacije stave jednakima nuli, dobiva se:

$$\left. \begin{aligned} & (A\sqrt{\rho_1} + D\bar{x}_1\sqrt{\rho_1} - l_1\sqrt{\rho_1})\sqrt{\rho_1} + \dots + \\ & + (A\sqrt{\rho_n} + D\bar{x}_n\sqrt{\rho_n} - l_n\sqrt{\rho_n})\sqrt{\rho_n} = 0 \\ & (A\sqrt{\rho_1} + D\bar{x}_1\sqrt{\rho_1} - l_1\sqrt{\rho_1})x_1\sqrt{\rho_1} + \dots + \\ & + (A\sqrt{\rho_n} + D\bar{x}_n\sqrt{\rho_n} - l_n\sqrt{\rho_n})x_n\sqrt{\rho_n} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Na način sličan postupku označenom pri jednadžbama 107 do 110 iz prednje studije dobivaju se sada za tzv. kontrolne jednadžbe izrazi:

$$[p\lambda] = 0; [p\bar{x}\lambda] = 0 \dots \dots \dots (39)$$

Iz normalnih jednadžbi:

$$\left. \begin{aligned} [p]A + [p\bar{x}]D &= [p\lambda] \\ [p\bar{x}]A + [p\bar{x}\bar{x}]D &= [p\bar{x}\lambda] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (40)$$

moğu napokon lako da se formulišu izrazi za izračunavanje nepoznanica A i D .

Tako eto brojevi visinskih primjernih stabala zastupanih u pojedinim debljinskim stepenima dotično u njihovim aritmetičkim sredinama dolaze u račun na najjednostavniji i najpotpuniji način.

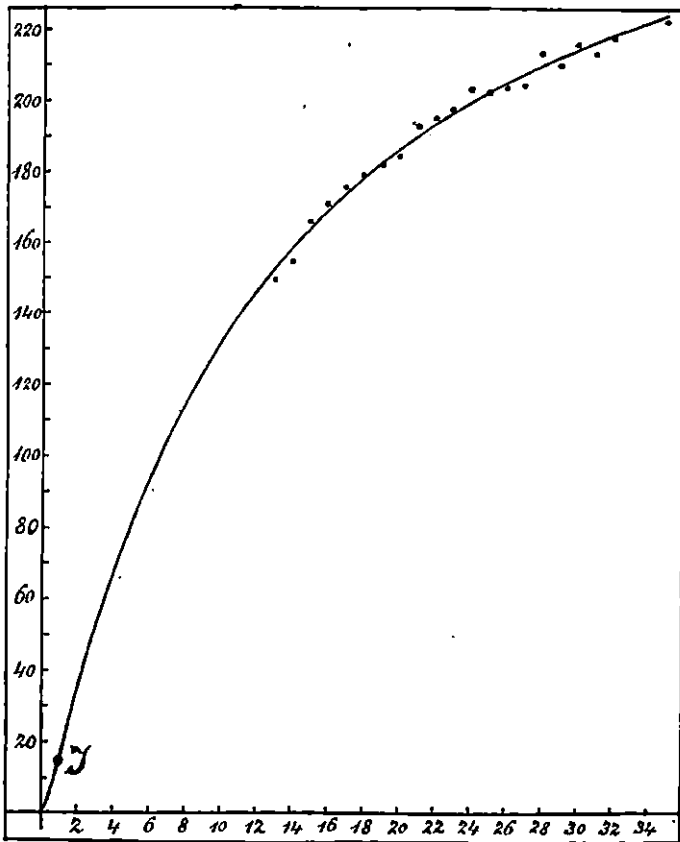
Primjer, o kojem se ovdje radi, izveo sam s pomoću podataka, što ih je svojedobno objavio prof. K u n z e (Supplementum Tharander forstl. Jahrbuch, Bd III, Heft 1, str. 14). Podaci potječu iz jedne 53-godišnje smrekove sastojine, u kojoj su na primjernoj plohi od 0.2 ha bila posječena i u oborenom stanju izmjerena sva stabla (njih 157). Na spomenutom mjestu sredi su podaci tih izmjera po debljinskim stepenima tako, da kao debljine (ξ_i) važe sredine pojedinih debljinskih stepena, a kao izmjerene visine (h_i) aritmetičke sredine svih pojedinačnih visina unutar stepena. U priloženoj tabeli (stupac 2) navedeni su od tih aritmetički srednjih visina samo nadprсни dijelovi (podbicima iznosâ od 13 dm), dok stupac 3 sadrži brojeve stabala (ρ_i) u pojedinim stepenima. U stupcu 4 složeni su napokon rezultati izjednačivanja prema jednadžbi 29, dobiveni na spomenut način s pomoću parametarskih iznosa: $A = 2.484.6661$, $D = 1.210.8571$.

S pomoću ovih dvaju parametarskih iznosa izračunao sam napokon i visinske iznose za debljinske stepene od 1 do 12:

ξ_i	L_i	p_i	η_i	ξ_i	η_i
dm			dm		dm
1.3	149.7	3	153.0	0.1	16.7
1.4	154.6	4	158.9	0.2	34.9
1.5	165.9	3	164.5	0.3	51.7
1.6	171.-	11	169.6	0.4	67.-
1.7	175.5	10	174.3	0.5	80.7
1.8	178.8	6	178.8	0.6	93.1
1.9	182.1	12	182.9	0.7	104.2
2.0	184.7	8	186.8	0.8	114.3
2.1	193.-	12	190.5	0.9	123.5
2.2	194.8	17	193.9	1.0	131.9
2.3	197.7	9	197.2	1.1	139.5
2.4	203.4	13	200.2	1.2	146.5
2.5	202.5	8	203.1	—	—
2.6	204.1	8	205.8	—	—
2.7	204.2	7	208.4	—	—
2.8	213.4	8	210.9	—	—
2.9	210.2	6	213.2	—	—
3.0	216.-	2	215.5	—	—
3.1	213.-	2	217.6	—	—
3.2	217.9	7	219.6	—	—
3.5	222.5	1	225.2	—	—
S^a	—	157	—	—	—

cm, koji u dotičnoj sastojini nisu bili zastupani. Oni su složeni u 6. stupcu tabele, u kojoj su (kao što vidimo) svi debljinski stepeni izraženi istom (decimetarskom) mjerom kao i visine. U istoj toj mjeri debljine su bile izražavane i u obračunu.

Krivulja na priloženoj slici prikazuje potpun tok izračunanih η_i iznosa. On eto pokazuje, da se krivulja vrlo dobro priljubljuje uz nepravilni dakako tok tačaka, koje potječu od



rezultatâ izmjere dotično njihovih aritmetičkih sredina. Infleksiona tačka (I) ovdje je već, kao što vidimo, vrlo slabo primjetljiva.

VI. DODATAK.

Pri izračunavanju parametara za jednadžbu 29 putem jednadžbe 30 dot. 32 ne izjednačuju se zapravo visine stabala, već logaritmi tih visina, a ova okolnost može kadšto (ako se naime neizjednačene još visine ponašaju vrlo nepravilno) da dovede i do nezgodnih rezultata. Stoga je u ovakvim slučajevima bolje, da se izjednačivanje visina po jednadžbi 29 izvede na način analogan onome, koji je sadržan u jednadžbama 122—130 iz prednje studije. No ni u ovom slučaju ne mora jednadžba 29 (isto tako kao ni jednadžba 26) da daje uvijek sasvim dobre

rezultate. U slučaju većih zahtjeva u pogledu preciznosti bolje je stoga da se upotrijebi jednadžba 88 ili 163 iz prednje studije, koje se obje već više približuju prednjoj jednadžbi 21 i od kojih je (kao što sam već rekao u prednjoj studiji) jednadžba 163 — izgleda — nešto praktičnija.

Produkt njezinih parametara mogao bi eventualno i u ovom slučaju (t. j. pri njenoj primjeni na izjednačenje sastojinske visinske krivulje) da posluži kao dobar indikator stojbine, pa nam u tom slučaju ne bi za bonitiranje stojbine bile potrebne visinske analize stabala. Pitanje modaliteta za ovakovo eventualno bonitiranje predstavlja međutim jedan problem, kojega riješenje ne može zasad ni da se nasluti.

U prednjoj studiji rekao sam, da je krivulja rasteća drvene mase (u zavisnosti ove od vremena kao nezavisne varijable) analogna krivulji rasteća visine. Stoga ovdješnja jednadžba 11 predstavlja ujedno i zavisnost prosječne drvene mase pojedinog stabla od njegove debljine u visini prsiju, dok bi jednadžba 12 — primijenjena na drvenu masu — predstavljala prosječnu drvenu masu stabalca visokog točno 13 dm, t. j. kojemu je promjer u visini prsiju baš još jednak nuli. Nadalje jednadžbe 13 i 21 povezuju u funkcionalni odnos sa prsnim promjerom kao nezavisnom varijabilom diferenciju $\eta - m$, gdje η naznačuje prosječnu drvenu masu stabla prema jednadžbi 11, a m prosječnu drvenu masu stabalca visokog točno 13 dm. Naravno da konstantna (kod jedne te iste vrsti drveća i na jednom te istom lokalitetu) masa m praktički iščezava u razmjeru prema varijabilnoj masi η , kako se ova očituje kod stabala odraslih, pa stoga s praktičnog gledišta može jednadžba 21 da u odraslim sastojinama važi kao sasvim precizna jednadžba za izjednačavanje sadržinske krivulje kao funkcije prsnog promjera. Mjesto nje može čak i ovdje da se vrlo dobro upotrijebi jednadžba 88 ili 163 iz prednje studije. To ću međutim pokazati u slijedećoj jednoj radnji.

Kad sam već ovu radnju predao bio u štampu, dobio sam u ruke časopis »Lesnická Práce« broj 4—5 od 1935 god. U njemu na str. 233 i 248 navodi A. Leporský kao jednadžbu sastojinske visinske krivulje (drugim doduše slovima) izraz:

$$\eta = a(1 - be^{-c\eta}) \quad (41)$$

gdje η naznačuje po t p u n u visinu stabla, dok je e baza naravnih logaritama. Na osnovi izmjera izvedenih u jednoj odrasloj jelovoj sastojini na školskom dobru Adamov navodi Leporský za spomenute parametre iznose: $a = 31.2$ met, $b = 1.0203$, $c = 4.41386$.

Bez dvojbe je ova Leporský-eva jednadžba bolja od spomenute, po N ä s L u n d u upotrebljavane jednadžbe 1, no

ni po njoj ne može visinska krivulja nikako da ima infleksionu tačku, koja međutim može kadšto da bude eventualno i od odlučnog značenja. Druga derivacija gornje jednadžbe glasi naime:

$$\eta'' = -abc^2 e^{-c\xi} \dots \dots \dots (42)$$

a iz ove po izjednačenju sa nulom izlazi za ξ samo iznos ∞ .

Osim toga — a u vezi sa navedenim konkretnim parametarskim iznosima — izlazi iz jednadžbe 41, da bi iznosu $\xi = 0$ imao u dotičnoj sastojini da odgovara visinski iznos od -0.633 m, dok zapravo (kao što znamo) ima tome ξ - iznosu da odgovara uvijek i samo iznos od $+1.3$ m

Ni Leporskýeva jednadžba ne može dakle da prosječnu visinu stabla (kao funkciju debljine u visini prsiju) okarakteriše uvijek u dovoljnoj mjeri.

ZUSAMMENFASSUNG.

I. In der vorhergehenden Studie (»Analytische Form des Wachstumsgesetzes«) wurde die Baumhöhe als Funktion der Zeit behandelt. Hier kommt sie als Funktion des Brusthöhendurchmessers in Betracht, usw. in der Form, wie sie sich im Bestande (ebenso wie der gesagte Durchmesser) nicht unter dem Einflusse der Zeit ändert, sondern bloss als Folge des einfachen Ueberganges von einem Individuum zum anderen.

Zwecks Ausgleichung solcher (natürlich unregelmässiger) Bestandeshöhenkurven nach der Methode der kleinsten Quadrate benützte M. Näslund (siehe »Meddelanden fran Statens Skogsvörsöksanstalt«, Heft 25, S. 93—170, Stockholm 1929) die bereits von früher her allgemein bekannte Gleichung 1, die zum gesagten Zwecke allerdings hie und da in Anwendung kommen kann (mit mehr oder weniger Erfolg), nicht jedoch unter allen Umständen, wie dies übrigens auch aus der betreffenden Näslund'schen Arbeit hervorgeht. Die aus der Gleichung 1 sich ergebende Kurve ist nämlich wendepunktslos, während jedoch die Höhenkurven gewisser Holzarten, namentlich in jüngeren Beständen, einen ausdrücklichen Wendepunkt zeigen. Für solche Bestände kann also die erwähnte Gleichung nicht eigentlich in Betracht kommen. Sie kann zwar durch Hinzufügen noch eines Gliedes in die Gleichung 2 erweitert werden, die nun einen Wendepunkt jedenfalls besitzt (Gleichung 3). Doch befindet sich dieser an der Stelle, bis zu welcher keine konkrete Höhenkurve überhaupt reichen kann und besitzt ausserdem die Gleichung 2 (der Gleichung 4 gemäss) ein Maximum und ein Minimum, während jedoch bekannt ist, dass die Bestandeshöhen-

kurven keine solchen Punkte besitzen. Ein Maximum mit positiver Abszisse (Gleichung 5, wo c negativ sein muss) besitzt übrigens auch die Gleichung 1, die also auch in dieser Hinsicht den Bestandeshöhenkurven entschieden widerspricht. Ausserdem darf a in den Gleichungen 1 und 2 nicht die Eigenschaft eines Parameters besitzen, da die zur Abszisse O hierselbst zugehörige Ordinate nur einen einzigen, uzw. positiven Wert von 13 dcm besitzen kann.

Ueberhaupt haben derartige einfache Funktionen nicht die für das Charakterisieren der Bestandeshöhenkurven notwendigen Eigenschaften, sie haben ja mit dieser Aufgabe auch gar keinen innigen Zusammenhang. Sie können somit dieser Aufgabe nur halbwegs entsprechen, bisweilen sogar auch ganz schädliche Folgen haben. Daher versuche ich nun, eine Funktion herzuleiten, die — mit ihrer Aufgabe in innigem Zusammenhange stehend — imstande wäre, dieser Aufgabe unter allen Umständen und vollkommen zu entsprechen. Von ihr ausgehend will ich für gewöhnlicheren Gebrauch einfachere, in den Grundeigenschaften jedoch mit ihr übereinstimmende Ausdrücke aufstellen.

II. Die aus der vorhergehenden Studie bereits bekannte Gleichung 159 bringt die Bumhöhe in funktionellen Zusammenhang mit dem Alter. Dasselbe tut die Gleichung 160 mit dem Brusthöhendurchmesser. Beide diese Gleichungen sind auch hier wiederum angeführt (unter 6 bis 8), nur jedoch — den hiesigen Zwecken entsprechend — mit anderen Buchstaben. Wird $x = t$ gesetzt, so ist der Subtrahend in 7 (der Gleichung 8 gemäss) eben gleich dem Minuenden, was den Betrag $\xi = 0$ zur Folge hat. Dies hiesse nun, dass im Alter t der Brusthöhendurchmesser gleich Null ist, da die Baumspitze in diesem Alter eben noch reicht bis zur gesagten Höhe (13 dcm), übertrifft sie jedoch durchaus nicht. Wird nun auch $x = \infty$ gesetzt, so folgen aus 6 und 7 die asymptotischen (endlichen) Werte unter 9. Wäre also ein Baum selbst gar unendlich alt, was doch bekanntlich nicht geschehen kann, so könnten seine Dimensionen auch dann noch nur endlich sein.

Aus der Gleichung 7 folgt umgekehrt der Ausdruck 10 und dieser in 6 eingesetzt führt zur Gleichung 11, wonach die Baumhöhe nicht mehr mit der Zeit funktionell verbunden ist, sondern mit der Brusthöhenstärke. Wird die angegebene untere Grenze der Funktion 7 (d. h. $\xi = 0$) in diese letztangeführte Gleichung eingesetzt, so ergibt sich nach einigen Zusammenziehungen der Ausdruck 12, d. h. der dem Alter t entsprechende Höhenbetrag von 13 dcm. Setzt man hingegen in dieselbe Gleichung (11) den zweiten Ausdruck unter 9 ein (o b e r e Grenze von Gleichung 7), so ergibt sich fast unvermittelt der e r s t e Ausdruck unter 9.

der (wie gesehen) dem Alter ∞ entspricht. Während also das Argument der Funktion 11 in äusserstem Falle eigentlich nur zwischen Null und einem gewissen, dem zweiten Ausdruck unter 9 entsprechenden, also endlichen Betrage sich bewegen kann, vermag sich diese Funktion selbst eigentlich nur zwischen dem Betrage 13 und einem davon viel grösseren, dem ersten Ausdrucke unter 9 entsprechenden, somit also ebenfalls nur endlichen Grenzwerte zu bewegen. Doch auch von diesen endlichen Durchmesser- und Höhengrenzen werden nun bekanntlich nur die unteren gelegentlich erreicht (in jungen Beständen natürlich), die oberen dagegen nie. Nichtsdestoweniger kann hierdurch die Richtigkeit der Funktion 11 nicht in Frage kommen, denn von einer auf Richtigkeit prätendierenden Funktion wird nun ein weiterer Geltungsbereich (den in concreto möglichen Fällen gegenüber) ja auch verlangt.

Wie gesehen, die Zeit als irgend ein Faktor figuriert in der Funktion 11 nicht. Obwohl aus den mit der Zeit in Verbindung stehenden Funktionen 6 und 7 entstanden, kümmert sie sich daher um diesen selben Faktor nicht gar viel. Sie zeigt nur an, dass der stärkere Baum auch höher ist, und ob dies der Fall ist wegen seines grösseren Alters oder wegen seiner günstigeren Lebensbedingungen, diese Frage ist für sie nebensächlich. Besser gesagt, sie lässt beide diese Möglichkeiten zu, bzw. entweder jede für sich allein oder auch beide gleichzeitig, was nun auch ganz nahe liegt, indem nämlich in ihren Mutterfunktionen 6 und 7 die Höhe und die Stärke funktionell verbunden sind nicht nur mit der Zeit selbst, sondern auch mit den (wie bekannt) für die Lebensbedingungen charakteristisch erscheinenden Parametern. Sie vermag daher das Verhältnis zwischen Höhe und Stärke nicht nur insofern zu regulieren, als sich dieses bei ein und demselben (faktischen oder auch durchschnittlich genommenen) Individuum mit der Zeit ändert, sondern auch insofern, als sich dasselbe ändert lediglich unter dem Einflusse der Lebensbedingungen, die in verschiedenen gleich alten, in Folge ungleicher Lebensbedingungen jedoch ungleich starken und ungleich hohen Individuen.

III. Insgesamt genommen, hat die Funktion 11 eigentlich 7 selbständige Parameter, da einzelne Gruppen von Parametern nur als neue Einzelparameter gelten können. Wegen dieser noch immerhin ganz grossen Parameteranzahl (in Verbindung mit ihrer Form selbst) ist sie natürlich praktisch ganz unbrauchbar. Sie lässt sich jedoch fast vollkommen schadenlos auf bloss 4 Parameter reduzieren und die erste Etappe auf diesem Wege bestünde in Folgendem:

sogar imaginäre Werte (neben dem Nullwerte selbst) sich ergeben können. Statt eines können aus diesem Ausdrucke eventuell auch zwei Wendepunkte (der eine rechts, der andere links von der Ordinatenaxe) hervorgehen, was alles in erster Linie von den durch $cd \geq 1$ dargestellten Möglichkeiten, sowie alsdann auch von dem konkreten Exponentenbetrage ($\frac{1}{c}$) abhängt. Für uns natürlich kann als Wendepunktslage nur der I. Quadrant in Betracht kommen.

Den Gleichungen 21 und 22 gemäss bestehen also in bezug auf den Wendepunkt sämtliche Möglichkeiten. Wenn die konkrete Bestandeshöhenkurve einen solchen wirklich nicht besitzt, so wird dieser Tatbestand auch aus der Gleichung 22 sich ergeben. Ergibt sich jedoch daraus ein positiver Abszissenwert, so besitzt die Kurve jedenfalls einen für uns in Betracht kommenden Wendepunkt, mag er nun okulariter auch nicht recht erkannt werden.

IV. Als Gleichung der Bestandeshöhenkurve kann also die ziemlich primitive Gleichung 17 nur fast ausnahmsweise (nur als eine der ausserordentlich vielen Möglichkeiten) in Betracht kommen. Der Regel nach gebührt diese Eigenschaft der Gleichung 21, deren Parameter aus angeführten Gründen alle selbstverständlich positiv sein müssen. Nur natürlich ist diese Gleichung nicht leicht praktizierbar, aus welchem Grunde für gewöhnlicheren Gebrauch noch weitere Vereinfachungen als vorteilhaft erscheinen, namentlich für ältere Bestände, wo die Höhenkurve innerhalb der äussersten konkret im Bestande gegebenen Stärkegrenzen schon ganz konkav nach unten verläuft. Hier jedoch, eben wegen dieser Entfernung zwischen der unteren Stärkegrenze und dem Koordinatenursprunge, kann die in der Gleichung 91 bzw. 94 (der vorhergehenden Studie) enthaltene Vereinfachung nicht in Betracht kommen und müssen wir somit einen anderen Vereinfachungsweg einschlagen. Zu diesem Behufe können in die Gleichung 21 die unter 23 und 24 angeführten Werte eingeführt werden, wodurch sie sich auf die Formen 25 und 26 reduziert.

Mit Rücksicht auf die halb so grosse Anzahl von Parametern, der Gleichung 21 gegenüber, verläuft jetzt der Rechenprozess nach der Methode der kleinsten Quadrate ungeheuer rascher als früher, namentlich auch wegen des Umstandes, dass jetzt die Gleichung 25 auch noch weiter vereinfachungsfähig ist. Die erste Etappe auf diesem Vereinfachungswege bestünde in der Umformung von 25 in die Gleichung 27, woraus sich sodann substitutionweise (Gleichung 28) die der Gleichung 17 ganz ähnliche Gleichung 29 ergibt.

Nur besteht jedoch zwischen dieser letzteren und der Gleichung 17 ein wesentlicher Unterschied insofern, als diese letztere (von der Gleichung 21 herstammend) im I. Quadranten einen Wendepunkt haben kann, während jene andere dieser Eigenschaft nicht fähig ist.

Durch Logarithmierung kann die Gleichung 29 zuletzt noch in die ganz lineäre Form 30 bzw. 32 gebracht werden (mittelst der Substitutionsausdrücke unter 31) und erlangen wir somit auch hier den grossen Vorteil der wiederholungslosen Parameterberechnung beim Berechnungsvorgange nach der Methode der kleinsten Quadrate.

V. Behufs Ausgleichung der Bestandeshöhenkurve werden die Höhenprobestämme oft in 1-centimetrische Stärkestufen gruppiert. Für jede dieser Stufen wird sodann von allen ihr zugehörigen Einzelhöhen das arithmetische Mittel genommen. Werden jetzt diese Mittelhöhen oder besser die aus denselben mittelst Gleichung 33 und 34 sich ergebenden l_1 -Werte nach der Methode der kleinsten Quadrate weiter behandelt, so erscheint es als vorteilhaft, auch die den einzelnen Stufen zugeordneten Probestammzahlen (als sogen. Gewichte) in Rechnung zu ziehen. Damit nun die hier für ein konkretes Beispiel zur Veröffentlichung gelangenden Ausgleichungsergebnisse nach der erwähnten Methode und mittels der Gleichung 32 zugänglich werden können, will ich auch die Behandlung der genannten Gewichte (Stammzahlen) hier kurz tangieren.

Aus den für einzelne Stärkestufen vorläufig noch unbekanntem y_1 -Werten nach Gleichung 32 und aus bereits bekannten l_1 -Werten nach Gleichung 34 ergibt sich für eine jede Stärkestufe als Differenzgleichung der Ausdruck 35. Jede dieser Gleichungen kann jetzt mit der Quadratwurzel des ihr zugehörigen Gewichtes (p_1) multipliziert werden und entstehen so die Gleichungen 36. Wird jetzt jede dieser letzteren quadriert und die erhaltenen Quadrate summiert (Gleichung 37), wird sodann diese Summe der Minimalitätsforderung unterzogen oder (was auf dasselbe hinausgeht) nach den Unbekannten A und D differenziert, werden zuletzt noch diese Partialableitungen gleich Null gesetzt, so ergeben sich die beiden Ausdrücke unter 38. Ähnlich wie bei den Gleichungen 107 — 110 aus der vorhergehenden Studie ergeben sich jetzt für sogenannte Kontrollgleichungen die Ausdrücke unter 39. Aus den Normalgleichungen endlich (40) können leicht formelmässige Ausdrücke für die Berechnung der Unbekannten A und D aufgestellt werden. Auf diesem Wege kommen nun die in den einzelnen Stärkestufen enthaltenen Probestammzahlen ganz automatisch und in vollkommenster Weise in Rechnung.

der Betrag ∞ . Werden anderseits die oben angeführten konkreten Parameterwerte des näheren durchgeprüft, so wird man leicht gewahr, dass (der Gleichung 41 gemäss) der hieselbst dem Nullwerte von ξ entsprechende η -Wert entschieden negativ sein müsste ($= -0.633$ m), während wir ja doch wissen, dass er auch hierin noch ebenso wie auch ganz allgemein nur $+1.3$ m betragen kann. Auch diese Leporský'sche Gleichung, kann daher die der Brusthöhenstärke durchschnittlich entsprechende Baumhöhe nicht immer in genügender Weise charakterisieren.

Die Leporský'sche Gleichung ist eine empirische Gleichung, die auf der Grundlage von Beobachtungen an verschiedenen Baumarten in verschiedenen Höhenlagen abgeleitet wurde. Sie ist in der Form $H = a \cdot \eta^b$ dargestellt, wobei H die Baumhöhe in Metern, η die Brusthöhenstärke in Metern, a und b die Parameter der Gleichung sind. Die Gleichung ist für die meisten Baumarten in verschiedenen Höhenlagen anwendbar, aber es ist zu beachten, dass die Parameterwerte für verschiedene Baumarten und Höhenlagen unterschiedlich sind. Die Gleichung ist in der Literatur als $H = 1.3 \cdot \eta^{1.5}$ angegeben, wobei 1.3 der Parameter a und 1.5 der Parameter b ist. Diese Gleichung ist in der Literatur als $H = 1.3 \cdot \eta^{1.5}$ angegeben, wobei 1.3 der Parameter a und 1.5 der Parameter b ist.

Die Leporský'sche Gleichung ist eine empirische Gleichung, die auf der Grundlage von Beobachtungen an verschiedenen Baumarten in verschiedenen Höhenlagen abgeleitet wurde. Sie ist in der Form $H = a \cdot \eta^b$ dargestellt, wobei H die Baumhöhe in Metern, η die Brusthöhenstärke in Metern, a und b die Parameter der Gleichung sind. Die Gleichung ist in der Literatur als $H = 1.3 \cdot \eta^{1.5}$ angegeben, wobei 1.3 der Parameter a und 1.5 der Parameter b ist.

Sadržaj „Glasnika za šumske pokuse“ broj 2

(INHALT DER »ANNALES PRO EXPERIMENTIS FORESTICIS No. 2 —
CONTENU DES »ANNALES PRO EXPERIMENTIS FORESTICIS« No. 2.
— CONTENTS OF THE 2d VOL. OF THE »ANNALES PRO EXPERI-
MENTIS FORESTICIS):

- I. Prof. Dr. Aug. Langhoffer: Gubar i sušenje naših hrastovih šuma. 1. Dodatak. (Der Schwammspinner und das Eingehen unserer Eichenwälder. 1. Nachtrag).
- II. Franjo Operman: Nekolike bilješke o gubaru. (*Lymantria dispar* L).
- III. Prof. Dr. Ante Levaković: Ein neuer Begriff des Standortsweisers. (Jedan novi pojam indikatora stojbine).
- IV. Prof. Dr. Aug. Langhoffer: Štetočinje hrasta osim gubara. (Die Eichenschädlinge mit Ausnahme des Schwammspinners.)
- V. Prof. Dr. Aug. Langhoffer: Prilog poznavanju kukaca štetočinja hrv. Primorja. (Contribution à la connaissance des insectes nuisibles de la côte croate).
- VI. Prof. Dr. Adolf Seiwert: Prilozi za poznavanje tla hrastovih šuma u Podravini. (Beiträge zur Kenntnis der Eichenwaldböden der Drauniederung).
- VII. Prof. Dr. Adolf Seiwert: O metodama pripreme tla za mehaničku analizu. (Méthodes de préparation des échantillons du sol pour l'analyse mécanique).
- VIII. Prof. Dr. Adolf Seiwert: Poredbena istraživanja uz pitanje pripreme izvadaka tla sa solnom kiselinom i s kalijskom lužinom za kemijsku analizu. (Vergleichende Untersuchungen zur Frage der Zubereitung von Bodenauszügen mit Salzsäure und mit Kalilauge für die chemische Analyse).

Sadržaj „Glasnika za šumske pokuse“ broj 3

(INHALT DER »ANNALES PRO EXPERIMENTIS FORESTICIS« No. 3
— CONTENU DES »ANNALES PRO EXPERIMENTIS FORESTICIS« No. 3
3 — CONTENTS OF THE 3d VOL. OF THE »ANNALES PRO EXPERIMENTIS FORESTICIS«):

- I. Prof. dr. Đuro Nenadić: Istraživanje prirasta hrasta lužnjaka u šumi Žutici. (Recherches sur l'accroissement du chêne pédonculé dans la forêt de Žutica.)
- II. Dr. Aleks. Ugrenović — dr. Bogdan Šolaja: Istraživanja o specifičnoj težini drveta i količini sirove smole vrsti pinus nigra Arn. i pinus silvestris L. (Recherches sur le poids spécifique du bois et sur la quantité de la résine brute des essences Pinus nigra Arn. et Pinus silvestris L.) (Untersuchungen über das spezifische Gewicht des Holzes und den Rohharzgehalt der Kiefernarten Pinus nigra Arn. und Pinus silvestris L.)
- III. Prof. dr. Mihovil Gračanin: Pedološka istraživanja Senja i bliže okolice (Les recherches pédologiques de Senj et de ses proches environs).
- IV. Prof. dr. Mihovil Gračanin: Aparatura za određivanje glinenih čestica pipetmetodom. (Eine Apparatur für die Bestimmung des Rohtones mittels Pipettmethode).
- V. Prof. dr. Mihovil Gračanin: Istraživanje tla šumskog rasadnika u Crikvenici. (Un examen pédologique dans la pépinière de Crikvenica).
- VI. Prof. ing. Stanko Flögl: O putoklizini u krivulji. (Über den Riesweg in der Krümmung).
- VII. Prof. dr. A. Levaković: K pitanju raspoređivanja primjernih stabala među pojedine deblijske skupine. (Zur Frage der Probestammverteilung auf einzelne Stammgruppen).
- VIII. Prof. dr. A. Levaković: Zur Frage der Kombination von Massentafel- und Probestammverfahren bei Bestandesmassenaufnahme. (K pitanju kombinovane upotrebe konkretnih i apstraktnih primjernih stabala pri kubisanju sastojine).